

# 高压物理学报

GAOYA WULI XUEBAO

1987 年 9 月创刊

2019 年主题专刊

• 脆性材料的动态响应 •

## 目 次

脆性材料动态断裂的介观格子模型 .....	喻 寅, 李媛媛, 贺红亮, 王文强
动载下准脆性材料的泛形裂纹研究 .....	明德涵, 欧卓成, 杨 筱, 段卓平, 黄风雷
无机玻璃动态压缩破坏的离散元模拟 .....	马棋棋, 熊 迅, 郑宇轩, 周风华
基于固有型内聚力模型模拟双层夹胶玻璃冲击断裂行为 .....	姚蓬飞, 韩 阳, 姚 芬, 李志强
三向围压下碳酸盐岩的动态力学试验 .....	咸玉席, 刘志远, 张俊江, 孙清佩, 董 研, 卢德唐
冲击载荷作用下岩体拉-压损伤破坏的边坡抛掷爆破模拟 .....	梁 瑞, 周文海, 余建平, 李珍宝, 杜超飞, 王敦繁
不同炮孔间距对岩石爆炸裂纹扩展影响的数值分析 .....	李洪伟, 雷 战, 江向阳, 刘 伟, 何志伟, 章彬彬
冲击载荷下 $\text{Al}_2\text{O}_3$ 陶瓷的失效与破碎特性 .....	孙晓波, 高玉波, 徐 鹏
冲击载荷作用下 PZT-5 压电陶瓷的力电特性 .....	雷 霆, 陈 刚, 何颖波, 李尚昆
《高压物理学报》2019 年主题专刊名录 .....	《高压物理学报》编辑部



官方网站: [www.gywlxb.cn](http://www.gywlxb.cn)

官方邮箱: [gaoya@caep.cn](mailto:gaoya@caep.cn)

联系电话: 0816-2490042



## 《高压物理学报》2019 年主题专刊名录

- ✧ 高压物性实验研究
- ✧ 高压物性的计算与模拟
- ✧ 高压合成新材料
- ✧ 高压地球科学
- ✧ 高压实验技术
- ✧ 高压下材料动态响应的计算与模拟
- ✧ 高压下材料动态响应实验研究
- ✧ 脆性材料的动态响应
- ✧ 界面不稳定性
- ✧ 高压科学应用——炸药起爆及安全性
- ✧ 高压科学应用——水下爆炸
- ✧ 高压科学应用——侵彻与防护
- ✧ 高压科学应用——气相爆炸

★ 获取地址：<http://www.gywlxb.cn/topics>



# 脆性材料动态断裂的介观格子模型

喻寅, 李媛媛, 贺红亮, 王文强

(中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理重点实验室, 四川 绵阳 621999)

**摘要:** 岩石、陶瓷、玻璃、固体炸药等脆性材料在爆炸与冲击施加的强动载荷作用下易发生迅速的裂纹扩展和灾难性的断裂破碎, 造成材料、器件、装置的功能失效和事故危害。理解脆性断裂过程中介观裂纹网络演化与宏观动态响应的关联是提升脆性材料可靠性和安全性的关键, 但同时也是计算建模与数值模拟研究面临的难点。为了解决爆炸与冲击加载下脆性材料中裂纹网络随机萌生、裂纹面挤压摩擦、大量裂纹交错扩展等复杂过程带来的算法困难, 一种无网格/粒子方法——“格子模型”得到了持续的关注和长足的发展。本文综述了格子模型的原理和方法, 介绍了运用格子模型开展脆性断裂研究的代表性成果, 分析了格子模型存在的不足与改进的方向。

**关键词:** 格子模型; 脆性材料; 动态断裂; 裂纹网络; 无网格方法

**中图分类号:** O369; O346

**文献标识码:** A

脆性材料具有“硬且脆”的特点, 可以承受很高的外加载荷作用而不发生屈服和塑性变形, 但是一旦外加载荷超过其弹性极限, 则通常会发生迅速的裂纹扩展贯通和灾难性断裂。典型的脆性材料包括岩石、陶瓷、玻璃、固体炸药等, 在强动载荷的爆炸与冲击加载下易发生断裂和破碎, 造成功能失效和事故危害。举例来说: 在利用爆破方式进行矿山掘进时, 爆炸波与复杂地质条件的综合作用易导致岩爆等矿难事故; 铁电陶瓷可以在冲击波压缩下瞬时释放脉冲大电流, 但是冲击破坏也易导致其介电击穿和放电失效; 防弹玻璃广泛应用于各类军事车辆, 但遭受大口径弹药的打击时, 其对车内人员的防护能力仍显不足; 固体炸药填装于各类武器弹药之中, 但是当经受意外的跌落、撞击时, 炸药易受到损伤并发生爆炸。深入开展脆性材料动态断裂机制的理解和断裂行为的调控研究, 既属于力学研究领域的前沿挑战, 也对军事、工业等领域中提升脆性材料的可靠性和安全性具有重要意义。

断裂问题是力学界的百年难题, 众多学者通过实验、理论和数值模拟对裂纹扩展、介质破碎等现象开展了研究。在脆性材料内单裂纹的拉伸扩展研究中, 裂纹扩展路径的振荡和分叉问题得到了持续关注<sup>[1-3]</sup>; 从能量转换角度看, 周围介质注入到裂纹尖端的能量越多, 裂纹就以越快的速度扩展从而消耗能量; 如果直线开裂不足以完全消耗注入的能量时, 裂纹就会发生振荡<sup>[4]</sup>; 当注入裂尖的能量进一步增加, 裂纹将从振荡演化到分叉<sup>[5]</sup>, 针对一些特定材料, 利用裂纹扩展的两个临界速度可以较好地表征发生路径振荡与裂尖分叉的起始条件。另一方面, 超高速碰撞条件下弹丸和靶板的破碎以及碎片云的形成过程也得到了较深入的研究<sup>[6-8]</sup>; 在相关的实验与数值模拟中, 通常无法追踪单个碎片的断裂行为, 为此仅对大量碎片整体的破碎尺寸、速度分布、飞散过程、对后靶的毁伤效应等进行评估。爆炸与冲击加载注入的能量通常不足以使脆性材料彻底破碎, 但足以驱动大量裂纹同时扩展, 形成裂纹网络。相比于过程清晰的单裂纹以及统计描述的碎片云而言, 这类裂纹网络的动态演化问题目前仍缺少深入的探索和系统的研究。裂纹网络研究的难点在于: 实验测量中现有的高速摄影、X射线照相、质

\* 收稿日期: 2019-01-10; 修回日期: 2019-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(11602244, 11772090); 冲击波物理与爆轰物理重点实验室装发部预研基金(6142A03020204); 国防科技工业局稳定支持科研项目(LSD-KB1805)

作者简介: 喻寅(1986—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事脆性材料的动态变形和断裂研究。

E-mail: yuyun86@caep.cn

子照相等原位诊断手段均不具备足够高的空间分辨能力以追踪每条裂纹的扩展;但理论分析上裂纹的密度通常又没有达到适于作统计描述的程度;数值模拟中应用最为广泛的有限元、有限差分等计算方法在处理爆炸与冲击加载导致的剪切裂纹随机萌生、裂纹面挤压摩擦等问题时仍面临较大的算法困难。

实验、理论、数值模拟多方面的困难共同制约了对爆炸与冲击加载下岩石、陶瓷、玻璃、固体炸药等各类脆性材料动态断裂行为的深入研究。为此,相关领域的研究者们建设新装置、提出新理论、发展新方法,以期获得对裂纹网络动态演化机理的系统认识,进而实现对脆性材料可靠性和安全性的设计调控。本文将聚焦数值模拟方面:首先介绍多种发展或改进用于脆性断裂模拟的介观尺度计算方法,对比分析其优缺点;然后,系统介绍在描述脆性材料的断裂和破碎行为方面具有天然优势的一种粒子类方法——格子模型;接着列举了将格子模型应用于脆性断裂研究的一系列代表性成果;进而探讨现有格子模型存在的不足,指出将来的发展和改进方向;最后,给出总结与展望。

## 1 典型的脆性断裂介观模拟方法

介观尺度的模拟计算方法既可以描述材料的微结构和缺陷对每条裂纹扩展过程的调制,又可以统计获得大量裂纹演化对材料宏观尺度力学响应的影响,因而非常适合于爆炸与冲击加载下脆性材料的动态断裂模拟研究。本节分为两部分,分别介绍两大类介观模拟方法,即依赖网格的计算方法(有限元方法等)和无网格/粒子方法(物质点法、近场动力学方法、格子模型等)在脆性材料动态断裂研究领域的发展现状。

### 1.1 依赖网格的计算方法

#### 1.1.1 有限元方法

有限元方法(Finite Element Method, FEM)是目前最成熟且应用最广泛的力学响应计算方法,其基本原理是利用网格将连续的材料划分成有限数量的多边形小单元,并假设每个单元内部介质的变形状态均可以通过对单元顶角上“节点”变形状态的插值计算得到<sup>[9]</sup>。这样整个材料中每个点上位移、应力、应变状态的求解就简化为网格上有限数量节点的位移、应力、应变状态求解。基于材料的本构关系(应力与弹性系数、应变、应变率、温度等之间的函数关系),结合外界施加的始边值条件(飞片碰撞速度、周期性边界或自由边界等条件),可以迭代求解出材料中各个节点上的粒子速度、应力、应变等。在有限元模型中还可以考虑温度场、电磁场等与材料的相互作用,实现多物理耦合计算<sup>[10]</sup>。虽然有限元方法的优点众多,但是依赖网格的计算方法普遍存在不适合模拟大变形和损伤断裂现象的缺点,导致其在脆性断裂研究中的应用较少。

Espinosa等<sup>[11-13]</sup>基于有限元方法建立了多晶陶瓷的冲击波压缩模型。在一个长条形样品中,利用“Voronoi Tessellations”技术划分出大量形貌随机的多边形,每个多边形代表一个晶粒,在陶瓷晶粒之间,还设定气孔、微裂纹和玻璃相等微结构/缺陷。每个晶粒内部都被三角形网格划分成多个有限元单元,两两晶粒之间采用无厚度的四边形“内聚力”单元进行连接。四边形单元在断裂判据满足后将发生断裂,然而三角形单元却无法断裂,因此该模型只能模拟陶瓷的沿晶断裂,不能表现穿晶断裂。在冲击波从上至下扫过样品的压缩过程中,当剪应力导致的晶粒间剪切变形超过断裂判据后,晶界上开始出现裂纹。

#### 1.1.2 流体动力学方法

流体动力学方法原本应用于流体物质的计算,但是在极高的冲击应力下固体材料抵抗剪切变形的能力(屈服强度)与冲击波施加的剪切应力相比可以忽略不计,此时固体也像流体一样无法保持自身形状,因此强冲击条件下流体动力学方法也常用于固体冲击响应的计算。流体动力学方法中考虑的控制方程与固体力学中不同,但通常也用有限元或有限差分进行求解。Bourne等<sup>[14]</sup>利用多介质欧拉流体动力学程序研究了AD995氧化铝多晶陶瓷的冲击响应。模型样品的晶粒依照实验样品冲击前的显微形貌照片进行划分,实际样品中晶粒内部和晶界上的气孔均被呈现在模型样品之中。为简化影响因素,

模型中采用最简单的 Murnaghan 状态方程和弹性-理想塑性本构关系。模拟中发现,随着冲击波向前传播,原本平整的波阵面由于样品的介观不均匀性而变得参差不齐。在 Hugoniot 状态中大部分晶粒都已经进入塑性变形阶段,但是也有少量晶粒正好取向到弹性极限最高的晶向,仍处于弹性变形阶段,导致宏观波剖面上出现上、下两个弹塑性转变点。该模型只能根据应力场的分布推测缺陷周期可能形成沿晶和穿晶裂纹的位置,并不能真正模拟出裂纹扩展过程;在孔洞周围应该存在的应力集中效应在模型中也没有被明显地表现出来;由于没有裂纹扩展和应力集中,孔洞塌缩压实所需要的应力被大大提高,以至于模型中没有观察到孔洞塌缩现象。

有限元方法等基于连续介质力学框架而建立起的计算方法具有理论严密、数值精度高、发展成熟和应用广泛等优点,但其依赖于网格的求解方法,在处理大变形、断裂和破碎等复杂问题时会遇到诸如网格畸变扭曲、控制方程中存在对流项、断裂面上方程无法求导、物质界面不易确定等各种数值困难<sup>[15]</sup>。因此,相关领域研究人员的努力目标是发展新不依赖于网格的计算方法,以克服有限元法的缺点,但同时又在新方法中保留有限元方法的诸多优点。

## 1.2 无网格/粒子方法

无网格/粒子方法中也存在网格的概念和定义,但其算法的设定回避了网格畸变、断裂所带来的各种数值困难,近年来得到充分重视和快速发展。目前,已经发展出多种理论框架和计算方法,广泛地应用于动态裂纹扩展、金属加工成形、高速和超高速碰撞、流体动力学等问题研究<sup>[15]</sup>。然而,当前适用于研究脆性材料中动态裂纹扩展,特别是爆炸与冲击加载下裂纹网络动态演化的方法仍较少报道,本节将介绍其中具有代表性的模型。

### 1.2.1 物质点法

物质点法(Material Point Method)最初于 1994 年由 Sulsky 等<sup>[16-17]</sup>提出并应用于塑性大变形问题研究。其基本思想是将要研究的样品离散成为模型中的一组质点,质点的相对运动就代表了样品的变形。基于密度集中的概念,每个质点都集中携带其周围一定区域内介质的质量,模型中所有需要被记录的状态量都定义在质点之上。在模拟中的每个时间步上都做一次映射:首先将质点所携带的信息(如质量、材质、位置等)映射到一张新建的网格上;然后在网格中计算出当前时间步的应力和应变状态等,这里的网格计算直接调用成熟的有限元算法;接着再做一次反向映射,将网格中算出的信息转换为质点速度等信息;最后根据质点速度和时间步长(两个时间步之间的间隔)算出下个时间步中质点的位置。进入下一步计算时,重新映射生成新的没有发生畸变和扭曲的网格。这样一套迭代计算,既充分地发挥了有限元求解的优点,又完全回避了有限元的各种数值困难。物质点法被广泛应用于超高速碰撞、侵彻/穿甲等塑性大变形问题的模拟<sup>[18-19]</sup>。但是,大部分物质点法对断裂问题的模拟较为定性,力学中经典的拉伸型、剪切型裂纹扩展模式及动态拉伸所产生的层裂现象等均需要进行适当的设定后才能被模拟<sup>[15]</sup>。

Li 等<sup>[20]</sup>将物质点法应用于脆性圆盘经受碰撞之后断裂特征的模拟。他们对模型的改进之处在于引入 Weibull 的断裂强度可变性理论作为断裂判据。在每个时间步中计算所有质点上的最大正应力 $\sigma$ ,并利用(1)式计算在一定体积 $V_{\text{ref}}$ 之中介质的“生存概率” $P_s(V_{\text{ref}})$

$$P_s(V_{\text{ref}}) = \exp \left[ - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (1)$$

式中: $\sigma_0$ 为参考应力, $m$ 为 Weibull 系数。受破坏的质点被称为“幽灵质点”(Ghost Points),它们不再承载任何应力和应变,但是携带质量以保证质量矩阵不发生变化。“生存概率”的断裂判据是将物质点法应用于准确描述断裂现象的初步尝试之一。生存概率 $P_s(V_{\text{ref}})$ 的设定带有很强的经验性;“幽灵质点”相当于一个空洞,不适合描述爆炸与冲击加载下剪切断裂过程中的两侧介质相互挤压。目前,将物质点法应用于断裂问题研究是学者们的努力方向之一<sup>[21-22]</sup>。

### 1.2.2 近场动力学方法

近场动力学(Peridynamics)方法最初于 2000 年由 Silling<sup>[23]</sup>提出并致力于描述材料断裂问题的新方



法。在传统的连续介质力学框架下,裂纹作为一个间断面,会导致运动方程的不连续,因而无法通过求导获得应变、应力等信息。此时裂纹界面必须被处理成为一种边界条件;但材料在复杂加载下产生裂纹的位置又是不可预知的,因此在模拟过程中实时地确认“内部边界”(裂纹)的位置和状态就成为困难的数值问题<sup>[24]</sup>。近场动力学的核心思路就是在求解作用于质点(节点)的力时,将求导过程反过来变成积分过程;积分并不要求函数的连续性,这就从根本上克服了裂纹间断面带来的数值困难。基于“键”的近场动力学在计算方面类似于分子动力学,模型中利用“对势”计算某质点受到的周围一定“范围”(Horizon)内其他质点的作用力<sup>[23]</sup>。与分子动力学的不同在于,近场动力学本质上是一种宏观连续介质力学方法,而非微观方法,模型中对势和范围的选择均不需要微观上的具体物理意义;分子动力学中的原子并不会“记忆”自身的初始位置和变形过程(即迭代过程中这些信息并不参与计算),但近场动力学中的质点会记忆参考构型。

Ha等<sup>[25-26]</sup>利用键基的近场动力学研究了脆性材料中一条张开型(I型)裂纹在向前传播过程中随速度不同而出现的分叉、不对称分叉、连续分叉、次生裂纹(与主裂纹成90°角)等复杂现象,成功地再现了实验中观察到的几种典型裂纹分叉现象,并能根据模型中的初始和边界条件、应力场分布和演化过程等解释这些现象的形成机制和条件。研究发现,控制这些丰富现象的主要机制在于应变怎样从加载边界传递到裂纹的尖端区域。最初提出的键基近场动力学还存在一些不足之处。为克服这些问题,Silling等<sup>[27]</sup>提出一种经过推广的态基近场动力学。目前,近场动力学的应用正从均匀的各向同性材料拓展到非均匀的各向异性材料之中<sup>[28]</sup>。由于计算效率不及有限元,在出现裂纹的间断区域采用近场动力学,而在无裂纹的连续区域采用有限元方法是将来的发展方向之一<sup>[29]</sup>。

### 1.2.3 格子模型

格子模型(Lattice Model)的起源可以追溯到早期的几类典型模型,如框架网络方法(Frame Network Method)<sup>[30]</sup>、凝聚态物理中模拟原子间谐振势能的方法<sup>[31-33]</sup>、1979年Cundall<sup>[34]</sup>提出的离散元方法(Discrete Element Method)等。格子模型并非一开始就具备完整的理论框架和规范,而是在固体材料的弹性和断裂性质研究中逐渐发展成熟。其核心优势在于清晰的物理图像而非严密的数学框架,当其被不同的研究者应用于不同领域时,模型的具体设定都会被相应地修改,以便突出该领域中最关键的影响因素<sup>[35-36]</sup>。这就导致格子模型存在大量的变体,且文献中对其称呼也多种多样,如格点-弹簧模型(Lattice-Spring Model)、离散元方法、弹簧网络模型(Spring Network Model)等。

格子模型与近年来逐渐成熟的近场动力学方法非常类似,在处理断裂和破碎问题时具有天然优势。与近场动力学方法的不同在于:(1)格子模型中格点间的相互作用通常是局域的,即一个格点只与其直接相邻的格点相互作用(但也存在相互作用非局域的格子模型);(2)对于格点间相互作用的计算,研究者们提出了多种处理方法,以表现不同材料的力学特性;(3)格子模型中格点速度和位移更新与分子动力学方法相同,仅取决于当前状态,而不需要用到初始的参考构型。格子模型的物理图像清晰,算法简单易行,已广泛应用于研究具有复杂微结构的非均质材料中发生的断裂和破碎现象。

## 2 脆性材料动态断裂的格子模型

### 2.1 基本原理

如图1所示,格子模型及其各种变体都是由格点/颗粒和弹簧/键/梁组成的网格结构,其中:格点携带介质的质量、位置、速度等信息;弹簧则决定相互作用力、加速度、阻尼、应力和损伤断裂等;网格描述格点与弹簧的拓扑结构与排布规律,但网格本身并不参与计算。格子模型的计算过程与分子动力学方法<sup>[37]</sup>非常相似:在当前时间步下,根据格点的相对位置和弹簧的设定(作用方式和作用力参数),计算出每个格点的加速度;根据当前时间步的格点速度和加速度,通过运动学积分得出下一时刻格点的位置和速度;根据格点的位移算出应变,根据弹簧中作用力的方向和大小算出应力,再由应力和应变等判断弹簧是否断裂并形成微裂纹。模型在外加载荷下发生的变形、断裂等演化代表和反映了被模拟的真实材料在外加载荷下将会出现的变形和断裂演化。

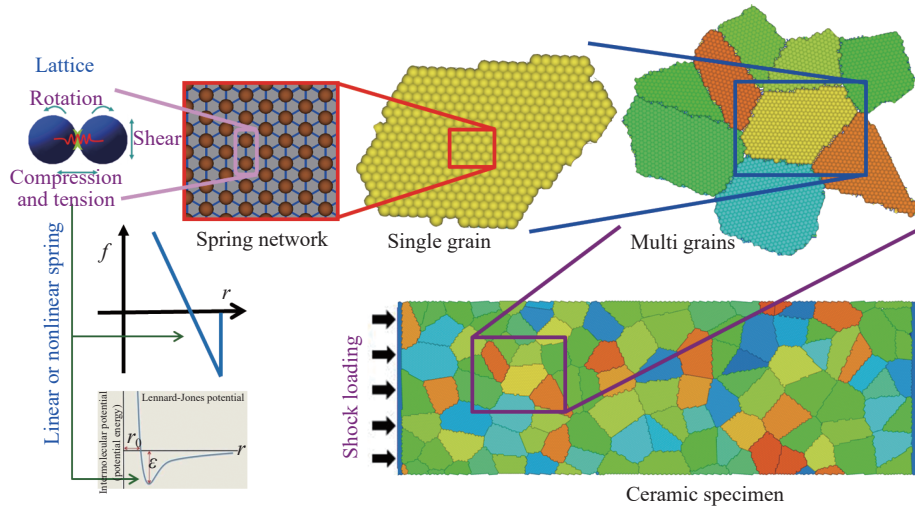


图 1 格子模型示意图

Fig. 1 Schematic of the lattice model

## 2.2 相互作用的设定

在格子模型中, 格点间的相互作用通常被形象地理解为由于连接两格点的弹簧发生了拉、压变形而导致的张力和斥力。弹簧相互作用力设定最简单的格子模型, 被称为“Hookean 模型”<sup>[38-40]</sup>。它是一个中心力场模型, 其中的格点只受到中心力(只与两格点间相对距离有关的力)的作用, 其基本形式可以用下式表示

$$f_{ij} = k_{ij} \Delta l_{ij} \quad (2)$$

式中:  $f_{ij}$ 、 $k_{ij}$  和  $\Delta l_{ij}$  分别为格点  $j$  对于格点  $i$  的作用力、两个格点间连接弹簧的刚度系数及相对于初始平衡距离的弹簧伸长量。Hookean 模型中两两格点之间并不会表现出抵抗剪切变形的效果, 但模型整体上是抗剪的。

中心力场的设定导致 Hookean 模型只具有固定的泊松比, 而不能模拟各种泊松比的材料。为克服这一局限, 多种改进模型被提出, 其中最常用的是在两两格点之间增加剪切弹簧的“Born 模型”<sup>[41-43]</sup>, 其形式可以表示为

$$\begin{cases} f_{ij}^n = k_{ij}^n \delta_{ij}^n \\ f_{ij}^\tau = k_{ij}^\tau \delta_{ij}^\tau \end{cases} \quad (3)$$

式中: 上标  $n$  和  $\tau$  分别表示法向和切向分量,  $\delta_{ij}$  表示格点  $j$  与格点  $i$  之间的相对位移。这里法向定义为穿过两个格点, 并从格点  $i$  指向格点  $j$  的方向; 切向则垂直于法向。(3) 式中的法向相对位移等同于 (2) 式中的弹簧伸长量。在加入切向作用力以阻碍两两节点间的剪切变形之后, Born 模型就可以通过调节切向的弹簧刚度系数  $k_{ij}^\tau$  控制模型整体的泊松比。其他相互作用力设定还包括在一个格点的两个相邻法向弹簧之间增加一根“环向弹簧”, 用于阻碍两根法向弹簧之间的夹角变化<sup>[44]</sup>, 从而起到与增加切向弹簧一样的效果, 获得泊松比可调的模型。在两两格点之间还可以设定弹性力学概念中的“梁”, 以同时具备抵抗拉伸、压缩、剪切和弯曲的作用<sup>[45]</sup>。总之, 相互作用的设定, 可以根据所研究问题的具体特点进行相应的改进。目前既能表现不同的泊松比, 形式又最为简单的 Born 模型得到了最多的应用。

Born 模型的一大缺点是普遍不具备应变能的转动守恒性质<sup>[39]</sup>。这一缺点在研究小变形量问题时并不突出, 但却对本文所关注的动态断裂、裂纹网络扩展、介质破碎等现象的模拟产生影响。2011 年 Zhao 等<sup>[46]</sup> 分析了导致 Born 模型转动不守恒的原理, 并提出了“基于局域应变的方法”以改进切向相对位移的计算, 避免引入转动相关项, 成功地恢复了 Born 模型的转动守恒性质。喻寅等<sup>[47]</sup> 则通过在普通的 Born 模型中引入一个额外的转动自由度, 使得 Born 模型自动获得应变能的转动守恒性质。

### 2.3 作用力参数的确定

相互作用方式的设定定性决定了模型的力学特性,而作用力参数的选取则进一步定量地决定模型的响应。这是格子模型中最重要和最困难的问题,以往的很多工作都只通过经验或半经验方式设定作用力参数,限制了模型定量计算的能力。理论上严密的参数设定方法一直是格子模型研究中关注的中心问题,为此研究者们提出了很多有效的方法<sup>[39, 46, 48-50]</sup>。其中,应用最广泛的是基于 Hertz 接触理论的参数设定方式<sup>[34]</sup>,其法向作用力  $F_n$  的计算为

$$F_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta_n^{3/2} \quad (4)$$

式中:  $\delta$ 、 $E^*$  和  $R^*$  分别为两个颗粒之间的法向重叠量、等效杨氏模量和等效半径。 $E^*$  和  $R^*$  分别定义为

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_j^2}{E_j} \quad (5)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad (6)$$

式中:  $E_i$ 、 $\nu_i$ 、 $R_i$  和  $E_j$ 、 $\nu_j$ 、 $R_j$  分别为颗粒  $i$  和颗粒  $j$  的杨氏模量、泊松比和颗粒半径。这一算法在描述散体/粉体等非连续介质的挤压作用时最为有效。

针对连续介质的相互作用,1996 年 Ostoja-Starzewski 等<sup>[44, 51]</sup> 报道了一套基于“应变能相等”原则而建立的参数设定方法。模型中每个格点通过法向弹簧与周围 6 个最近邻格点相连,假设周围 6 个格点相对于中心格点的位移已知,则根据连续介质力学计算得到的应变能为

$$U_{\text{continuum}} = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{V}{2} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

式中:  $\boldsymbol{\sigma}$  和  $\boldsymbol{\varepsilon}$  分别为应力和应变矢量,在体积  $V$  内对其积分就得到应变能;  $\mathbf{C}$  表示材料的刚度张量,  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$ ; 由于讨论的是线弹性和均匀变形状态,故可以直接完成积分。将所有弹簧中存储的弹性势能相加也能得到这一微元中的总弹性势能

$$U_{\text{cell}} = \sum_b^{N_b} E_b = \frac{1}{2} \sum_b^{N_b} (k \mathbf{u} \cdot \mathbf{u})^b \quad (8)$$

式中:  $E_b = (k \mathbf{u} \cdot \mathbf{u})^b$  表示第  $b$  根弹簧上的势能,  $k$  和  $\mathbf{u}$  分别表示弹簧的刚度系数和位移差,  $N_b$  为弹簧的总数。如果模型能够正确地反映真实材料的变形状态,那么必然有

$$U_{\text{continuum}} = U_{\text{cell}} \quad (9)$$

进一步地,应变  $\boldsymbol{\varepsilon}$  和位移差  $\mathbf{u}$  之间可以相互表示。例如可以将位移差变换为应变,此时模型微元的弹性势能为

$$U_{\text{cell}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

式中: 新矩阵  $\mathbf{k}$  含有弹簧刚度系数的信息,可以利用  $\mathbf{k}$  与材料的刚度张量  $\mathbf{C}$  的对应关系求出弹簧的刚度系数。类似的原理也被其他研究者应用于计算和设计各种不同相互作用方式的格子模型<sup>[39, 46]</sup>。

2004 年 Gusev<sup>[52]</sup> 提出了以有限元为媒介进行格子模型参数映射的方法,其基本思想是:首先建立一个格子模型和有限元共用的模型网格,然后将待模拟材料的弹性常数转换为有限元网格中的相互作用参数,再借助共用的网格,映射出格子模型中的相互作用参数(弹簧刚度系数)。在有限元中,各个单元之间的位移和作用力是相互关联的,为了得到整个网格的变形状态,所有单元的作用力-位移关系需要被组装在一起并整体求解<sup>[9]</sup>。设节点总数为  $N$ ,则有



$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_i \\ \vdots \\ F_j \\ \vdots \\ F_N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1i} & \cdots & K_{1j} & \cdots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2i} & \cdots & K_{2j} & \cdots & K_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{i1} & K_{i2} & \cdots & K_{ii} & \cdots & K_{ij} & \cdots & K_{iN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{j1} & K_{j2} & \cdots & K_{ji} & \cdots & K_{jj} & \cdots & K_{jN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{N1} & K_{N2} & \cdots & K_{Ni} & \cdots & K_{Nj} & \cdots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_j \\ \vdots \\ \delta_N \end{pmatrix}$$

或

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\boldsymbol{\delta} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{F}$  和  $\boldsymbol{\delta}$  分别表示整个网格中每个节点受到的外力和位移,  $\mathbf{K}$  被称为“总体刚度矩阵”(总刚)。有限元方法通过求解 (11) 式获得模型的整体变形, 但是在格子模型的计算中, 却需要单独计算两两格点之间的相互作用。所以在参数映射过程中需要先分解总刚, 获得节点  $j$  对于节点  $i$  的作用力, 如 (12) 式所示

$$f_{ij} = K_{ij}(\delta_i - \delta_j) = K_{ij}\delta_{ij} \quad (12)$$

式中:  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ 。在格子模型中, 颗粒  $i$  与颗粒  $j$  之间的相互作用正好由 (12) 式进行描述, 从而保证有限元和格子模型计算得出相同的作用力和应变能。有限元方法是公认的具有严谨数学基础和良好计算精度的算法, 意味着经过参数映射的格子模型具有定量表现材料弹性变形响应的能力。

## 2.4 断裂判据的选取

在格子模型中最常用的断裂判据设定为: 当弹簧的相对位移量、主应力、剪应力等指标超过某个临界值之后发生弹簧断裂, 该临界值可参考实验数据并结合经验进行设定。另一类常用的断裂判据则基于 Griffith 能量平衡原理<sup>[53]</sup>, 即当模型中某一对弹簧(法向和切向)中存储的弹性势能(机械能)大于或等于形成一段长度为  $c$  的微裂纹所消耗的能量  $R_0 c$  时, 就判定弹簧满足断裂条件。其中, “附着功”  $R_0$  表征各种阻碍裂纹扩展机制所消耗的总能量, 可由材料的断裂韧性导出。在喻寅等<sup>[54]</sup>开发的格子模型中, 将法向弹簧处于拉伸状态时的弹性势能与切向弹簧处于剪切状态时的弹性势能相加, 再将总弹性势能与  $R_0 c$  进行比较, 判断是否发生断裂。他们认为, 纯压缩(不带剪应力, 例如均匀介质的静水压缩)并不会引起材料破坏, 所以在计算总弹性势能时并不计入法向弹簧处于压缩状态时的能量。当断裂判据满足后, 弹簧将永久性地断开, 两个颗粒之间失去抗拉伸和抗剪切的作用力。但是受破坏的颗粒之间仍然有其他相互作用, 当它们的间距小于平衡距离时, 将产生沿法向的排斥力和黏性力以及沿切向的干摩擦力。

能量判据的优点在于可以方便地统一判定拉、压、剪不同加载状态下法向和切向弹簧的断裂行为。但是在对线弹性弹簧使用能量判据时, 模型的断裂应变等存在网格尺寸依赖性: 在某一固定的网格尺寸下, 从断裂表面能可以导出相应的断裂应变; 但是当固定断裂表面能不变时, 随着网格尺寸的减小, 模型的断裂应变将不协调地增大。这一问题在均分网格中可以通过经验性的设定规避, 但在使用局部区域加密网格的模型时会导致样品各区域的断裂特性不一致。其根本原因在于, 脆性材料虽然在宏观上表现出从线弹性直接进入脆断的响应, 但是微观尺寸上原子之间从拉伸到断裂的响应却是非线性的; 如果强行用线弹性弹簧统一描述从宏观到微观的响应, 必然造成模型失真。针对线弹性弹簧采用能量判据时面临的缺陷, 张振南等<sup>[55]</sup>提出一种新的两段线性弹簧以描述拉伸断裂。这一设定综合了分子动力学作用势和有限元内聚力模型的特征及优点, 可以通过一套参数校验方法, 确保弹簧拉伸断裂所对应的断裂能、断裂应变、断裂强度与实验测量结果相符。

## 2.5 微结构与缺陷的设置

材料的宏观响应由基质的力学性质和微结构共同决定。本节所介绍的格子模型的相互作用力形式、弹簧刚度系数设定、断裂判据选取等都确保了模型可以准确地反映材料基质的力学性质。再依据



材料的微介观特征,采用适当的网格,引入适当的介观结构,就可以模拟出真实脆性材料的动态断裂过程。如图2左侧所示,格子模型中可使用规则(结构化)与随机(非规则)两大类网格定义格点与弹簧的相对位置和排布规律:规则网格适用于陶瓷等晶体材料,有利于表现材料的各向异性,而随机网格适用于玻璃等非晶材料,有利于表现材料的无序特性;规则网格对裂纹的扩展方向产生显著的调控效应,有利于表现晶体的解理断裂、剪切滑移等特征,而随机网格不限制裂纹的扩展方向,有利于表现非晶的翘裂纹、扩展路径不稳定性等特征。

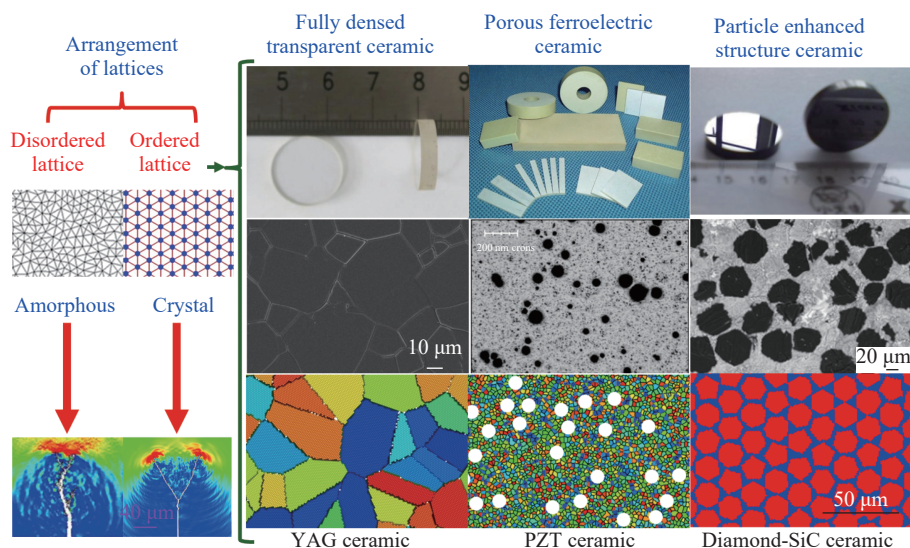


图2 格子模型中网格、微结构、缺陷设定示意图

Fig. 2 Representatives of spring networks, microstructures and defects in the lattice model

脆性材料中常见的微结构和缺陷包括晶界、孔洞、第二相颗粒、微裂纹等。图2右侧给出了几种典型陶瓷材料的微结构和缺陷建模示意。例如对于致密的透明陶瓷,建模时主要考虑其晶粒随机取向及两两晶粒之间的晶界;建模时常利用“Voronoi Tessellations”技术实现晶粒多面体的划分<sup>[11]</sup>,并对每个晶粒内的规则网格进行随机旋转表现出取向的随机性;如此建模后可观察到剪切裂纹穿过晶界后的偏折和分叉。对于疏松的多孔陶瓷,建模时还需要在其中设定孔洞;孔洞通常是在样品中随机选择圆心点,然后删除圆心周围给定半径内的一簇格点;持续选点、删除,直到满足预设的气孔率。对于颗粒增强复合陶瓷,建模时需要在基体材料中加入第二相颗粒材料,两种材料将分别设定不同的变形响应和断裂判据;两种材料之间的弹簧通常取两组参数的平均值。对于玻璃、塑料等非晶材料,则应该在随机网格之上进行微结构/缺陷设定。对于岩石、混凝土等由大量晶体颗粒组成的材料,如果注重研究其大尺度力学响应,则既可采用随机网格进行建模,也可采用规则网格建模,并为弹簧设定随机的参数。

### 3 格子模型研究脆性断裂的代表性成果

#### 3.1 国外研究的代表性成果

Zapperi等<sup>[56]</sup>运用一种最简单的格子模型——“随机电熔丝模型”,研究了非均质脆性材料的拉伸断裂演化过程。该模型以弹簧参数的随机性表现石膏、混凝土等非均质材料内部的无序特性;基于标量弹性理论中胡克定律( $\sigma = E\varepsilon$ )与电学中电流、电导率、电压关系( $I = \sigma V$ )的数学形式相同的特征,利用电学方程的求解算法计算格子模型中每根弹簧上的应力负载。当一根弹簧上的负载达到最大值时,不是将弹簧断开,而是使其弹性系数按一定比例减小。这种情况下总应变的增加与部分弹簧弹性系数的减小相互平衡,使得总应力稳定在一个平台上,相当于出现了宏观塑性。这一设定的考量在于当材料的一个小区域中出现微裂纹时,其影响可能不是使周围介质完全失效,而是使小区域中的力学性质

受到减损,即相当于使弹簧弹性系数按一定比例减小。这套模型设定表现出了脆性材料断裂过程中的声发射、自组织演化和雪崩行为。

Kale 等<sup>[57-58]</sup>利用格子模型研究了非均质脆性材料中的弹性-塑性-脆性转变与雪崩行为。其格子模型中的弹簧被设定为弹性-塑性硬化响应:弹性段的刚度系数 $k = 2E/3(1+\nu)$ ,塑性段的刚度系数 $k_T = 2E_T/3(1+\nu)$ ,其中 $E$ 、 $E_T$ 、 $\nu$ 分别为弹性模量、硬化模量和泊松比;格点间作用力 $F$ 与伸长量 $\delta$ 的关系为

$$\begin{aligned} \text{弹性: } F &= k\delta & \delta < \delta_y \\ \text{塑性: } F &= k_T\delta + (k - k_T)\delta_y & \delta_y \leq \delta < \delta_f \\ \text{卸载: } F &= k\delta - (k - k_T)(\delta_u - \delta_y) & \delta_y \leq \delta < \delta_u \\ \text{脆性: } F &= 0 & \delta \geq \delta_f \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\delta_y$ 、 $\delta_f$ 、 $\delta_u$ 分别为弹簧发生弹塑性转变、拉伸断裂与准弹性卸载时的伸长量。为表现材料内部的无序性,弹簧参数进行了随机设定。研究发现,弹性参数的变化显著地调控脆性材料的宏观应力-应变响应,可以模拟出从弹性-塑性硬化到弹性-脆性断裂的多种响应特征;对无序程度的设定可以控制理想塑性与塑性硬化材料中的塑性应变雪崩行为。

Ostoj-Starzewski 等<sup>[59]</sup>利用格点正三角形排布,但弹簧的杨氏模量和拉伸强度设有随机起伏的格子模型,研究了预制孔洞的环氧树脂板在准静态拉伸下的裂纹随机扩展行为。模拟中设定了不同网格尺寸的数值试样,并参照对应的实验样品在试样中设定位置无序排列的 31 个直径为 1/4 英寸的圆孔,再以 2.5~40.0 cm/s 的不同恒定速度对试样施加准静态拉伸。模拟发现,在格点间距为 0.1~0.01 cm 的 4 种不同网格中,基本不存在裂纹扩展路径的网格依赖性,均成功重现了在实验观察中占主导的裂纹特征。针对格点间距为 0.02 cm 的网格,研究了环氧树脂的无序特征对裂纹扩展路径的影响,对比发现当随机起伏的变化范围设定在 $[-0.5 \times 10^{-4}, 0.5 \times 10^{-4}]$ 时,杨氏模量随机性的影响比拉伸强度随机性的影响更强;但当随机起伏的变化范围设定在 $[-0.5 \times 10^{-8}, 0.5 \times 10^{-8}]$ 时,杨氏模型与拉伸强度随机性的影响均可忽略不计。

Krajcinovic 等<sup>[60]</sup>利用随机三角形网格的格子模型研究了脆性板被高速物体侵彻时的空腔膨胀特性。他们将弹簧设定为拉伸时以线弹性响应,而压缩时则以非线性响应,即

$$F_{ij}^R = \frac{k_{ij}\lambda_{0ij}}{B-2} \left\{ \exp \left[ B \left( 1 - \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{0ij}} \right) \right] - \left( \frac{\lambda_{0ij}}{\lambda_{ij}} \right)^2 \right\} \quad (14)$$

式中: $\lambda_{0ij}$ 和 $\lambda_{ij}$ 分别为初始与当前时刻格点 $i$ 与格点 $j$ 之间的距离, $k_{ij}$ 为弹簧刚度, $B$ 定义了排斥墙的斜率。非线性的相互作用使得格点在相互靠近时的排斥力能够更迅速地增长,导致冲击波速度和介质抗压压缩能力增加。针对刚性弹体侵彻脆性材料所导致的空腔膨胀过程,研究了中心空腔以不同速率向四周膨胀时样品中损伤的演化特征,如空腔周围(包括压碎区、损伤区、弹性区)的损伤度、损伤分布、扩展速率等。

Buxton 等<sup>[39]</sup>利用正六面体网格的三维格子模型研究了带有夹杂物的材料中弹性和塑性变形的特征。在模型中考虑了格点与其最近邻格点(棱边顶点)和次近邻格点(面对角线顶点)的相互作用,并基于系统应变能与弹簧势能相等的要求推导获得了杨氏模量、泊松比、体弹模量等与弹簧法向及切向系数的关系。为描述塑性变形,假设材料为各向同性硬化;对于已进入塑性屈服阶段的弹簧,减小其弹性模量,但保证应力变化的连续性。模拟表明:在弹性变形条件下,模型可以准确表现各向同性材料的变形行为;针对材料中存在球形夹杂物的情况,模型计算的弹性应力场分布与理论预测符合较好;在考虑基体材料的塑性变形后,模型计算的球形夹杂物周围应力场分布与 Wilner 等<sup>[61]</sup>的预测符合良好。

Horie 等<sup>[48-49]</sup>利用考虑晶界结构与晶粒取向的格子模型,研究了冲击波加载下多晶铜的冲击塑性响应和拉伸层裂行为。为将格子模型应用于延性金属材料模拟,Horie 等在法向弹簧中引入 Lennard-Jones 势((15)式),以描述冲击加载下材料的非线性压缩行为。

$$f_p^{ij}(r) = -\frac{amn}{r_0(n-m)} \left[ \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-(n+1)} - \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-(m+1)} \right] \mathbf{n}^{ij} \quad (15)$$

式中:  $f_p^{ij}$  为格点  $i$  与格点  $j$  之间的排斥力,  $r$  为两格点间当前时刻的距离,  $r_0$  为格点间的平衡距离; 其余参数  $a$ 、 $m$ 、 $n$  根据材料的 Hugoniot 冲击压缩数据进行拟合; 在拉伸阶段, 引入了温度相关的屈服条件和理想塑性响应。对于切向弹簧, 设定为弹性-理想塑性响应。模型中由一组正三角形排布的格点构成一个晶粒, 大量晶粒紧密排列构成整个数值试样; 每个晶粒中的格点均设定一个排布方向, 以表现多晶材料中的晶向随机性。模拟中观察到了冲击加载导致的晶粒转动变形, 分析了弹性波、塑性波的展宽行为, 探讨了层裂破坏及准弹性再加载现象的内在机制。

Wang 等<sup>[62-63]</sup> 利用格子模型的一种变体——离散元模型, 研究了准静态单轴加载下脆性材料样品中的翅裂纹演化和压碎破裂过程。该模型中: 考虑了格点间的法向、切向作用力及滚动与扭转的力矩; 利用四元数描述格点在三维空间中的旋转; 通过将格点间的相对旋转分解为两次顺序无关的转动, 唯一地确定相对旋转产生的力矩; 基于有限变形的方式, 而非增量方式计算力和力矩, 获得了更好的数值稳定性。利用二维情况下格点粒径随机分布的网格模拟了翅裂纹萌生、扩展的过程; 发现只有当法向、切向与转动作用都存在时, 模拟计算才能重现实验中观察到的翅裂纹特征。利用三维情况下格点以面心立方排布的网格模拟了岩石的压缩破裂行为, 成功再现了可在岩石单轴压缩破坏实验中观察到的主裂纹快速贯通过程, 及崩裂飞散后两个加载端面上各自残留的未受破坏的岩石尖锥特征。

Wang 等<sup>[64]</sup> 将离散元与有限元相耦合, 研究了地下岩石开采中的爆破过程。模拟中利用有限元商业软件计算爆炸及气体产物膨胀过程, 将爆炸载荷及气体压强作为边界条件施加到利用离散元模拟的岩石之上, 研究了岩石中裂纹的扩展与失效过程及预先存在的岩石解理断层对于裂纹的影响。模拟发现: 在起爆点附近, 爆炸波的应力幅值超过岩石的屈服极限, 导致岩石压缩粉碎; 在更远区域, 失效模式则转变为拉伸加载导致的径向裂纹扩展。当岩石中预先存在解理断层时, 爆炸波将在断层上发生反射和耗散, 显著影响岩石破碎特征; 一个约  $45^\circ$  沉降的断层可造成岩石中最严重的拉伸和压缩失效; 但当断层的刚度和摩擦增加时, 岩石失效区的尺寸将明显地减小。

### 3.2 国内研究的代表性成果

张振南等<sup>[55, 65]</sup> 针对岩石材料动态断裂的准确预测问题, 发展了一种新的格子模型——离散虚内键模型。该模型由多边形/多面体元胞密堆积组成; 元胞多边形/多面体的每个顶点均为一个格点; 元胞内两两格点之间均设有弹簧, 弹簧作用力函数由虚内键超弹性势函数导出; 为使模型具有可调的泊松比, 在元胞内两根相邻弹簧的夹角上采用广义的弹脆性 Stillinger-Weber 势函数设定变形抗力; 为了统一描述岩石材料的拉伸强度、断裂应变、断裂表面能等特征, 提出在弹簧压缩阶段及拉伸未达到强度极限时采用超弹性势函数, 而在弹簧拉伸超过强度极限后改用双线性作用力。研究表明, 通过一组实验对双线性拉伸断裂的分段函数进行参数校准后, 模型可以精确地重现准静态和动力加载下岩石的裂纹形貌与载荷-位移函数。进一步加入 JWL 爆轰产物状态方程后, 该模型可有效地模拟采矿爆破过程中冲击波、爆生气体、地应力等对岩石断裂特征的影响。

刘晓星等<sup>[66-68]</sup> 利用可描述粉体材料烧结致密化的离散元模型, 研究了多孔电极材料的烧结动力学过程, 及其达到部分烧结状态后的断裂行为和强度特征。在温度和压力的作用下, 烧结致密化模型允许格点从细小离散的粉体状态开始相互吞并和长大, 从而逐渐形成尺寸大但数量少、格点之间结合紧密的陶瓷块体。他们还模拟研究了粉体(初始格点)尺寸等因素对烧结动力学过程和烧结结果的影响; 进一步针对烧结制备的脆性电极材料, 改进了格点间大接触面积条件下的作用力模型, 模拟研究了压缩和拉伸加载下的应力-应变关系、损伤成核、裂纹扩展、失效模式与强度阈值等。

吕文银<sup>[69]</sup> 对氧化铝陶瓷、玻璃等脆性材料在中/高应变率加载下的冲击破坏过程进行了模拟研究。在对陶瓷的建模中, 将晶界设定为弱界面, 晶界上的断裂能根据两晶粒的晶向角之差变化, 对裂纹的扩展产生影响。模拟带孔隙的氧化铝陶瓷, 所获得的压缩强度与实验结果基本吻合。对比发现: 多



孔陶瓷表现出一定的应变率敏感性,而致密陶瓷则未表现出率敏感性;且多孔陶瓷的裂纹密度时程曲线具有明显的“台阶”,而致密陶瓷中没有。进一步的分析表明,这些“台阶”对应多孔陶瓷中两种止裂机制——应力松弛和晶界转向。将数值模拟与高速摄像相结合,研究了圆柱玻璃杆撞击刚性壁过程,发现其破坏模式包括撞击端的破坏波传播和自由端的层裂。

吴建奎<sup>[70]</sup>研究了脆性晶体材料在高应力率拉伸加载下的裂纹孕育起裂、高速扩展与振荡分叉过程。格子模型采用正三角形网格,预设一段半无限裂纹;初始时刻对裂纹两侧的格点分别施加 $V$ 与 $-V$ 的初始速度,从而在裂纹面上产生高应力率加载。模拟结果表明,高速裂纹的扩展呈现出单裂纹传播、微分叉、宏观分叉的演化过程。一旦达到起裂的临界条件,裂纹速度会瞬间起跳达到0.5倍瑞利波速,且随后的速度增长和扩展路径具有明显的相关性:单裂纹阶段对应裂纹速度突然起跳后的缓慢上升过程,微分叉阶段对应裂纹速度的微小振荡,而宏观分叉会造成裂纹速度的剧烈振荡。

王文强等<sup>[71]</sup>利用正三角形网格的格子模型探讨了橡胶薄膜中裂纹扩展路径正弦形振荡的奇特现象。通常认为,裂纹路径的不稳定性只有在裂尖速度超过某个较高临界值后才会出现,但是在橡胶薄膜中低速裂纹即会导致正弦形振荡。王文强等分析认为,超弹性、黏弹性、非局域弹性是决定橡胶材料动态断裂行为的3个关键因素;如图3(a)所示,其模型中考虑了格点与其最近邻和次近邻的相互作用,从而表现出弹性变形的非局域效应;再通过弹簧作用力函数的设定,表现出超弹性和黏弹性。模拟结果表明:非局域效应尤为重要;在不考虑非局域效应(不计算次近邻格点间的相互作用)时,如图3(b)所示,裂纹在低速下只能直线扩展,而加入非局域效应后,如图3(c)所示,低速裂纹发生正弦形振荡。此外,当黏弹性过小时,裂纹也沿直线传播;超弹性对于表现橡胶的大变形很关键。通过调节超弹性、黏弹性和非局域弹性的参数,裂纹的路径、传播速度以及正弦形振荡的波长和振幅均可以调控,大多数实验结果可以被定量地重现。

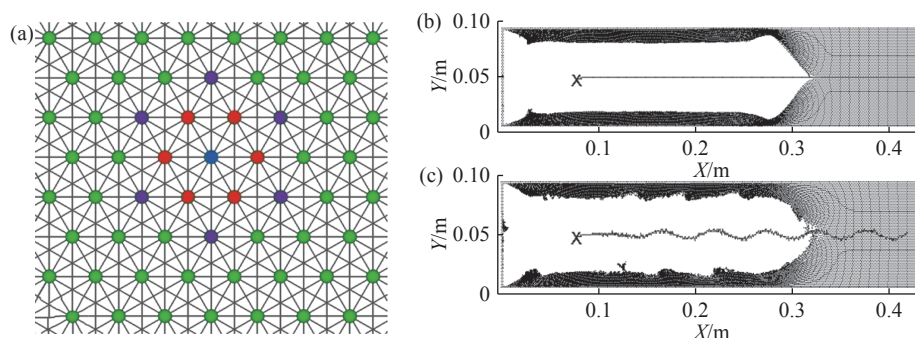


图3 橡胶薄膜裂纹扩展的格子模型: (a) 格点间的最近邻与次近邻相互作用, (b) 不考虑次近邻作用时裂纹直线传播, (c) 考虑次近邻作用以表现非局域效应后裂纹扩展路径出现正弦形振荡

Fig. 3 Lattice model for the crack propagation in a rubber film: (a) the interaction among the nearest lattices and the next nearest neighbors; (b) the crack propagates linearly when the interaction with the next nearest neighbor were ignored; (c) the crack propagates oscillatorily when the nonlocal effect contributed by the next nearest neighbors was modeled

傅华<sup>[72]</sup>利用格子模型与有限元相结合的方法,研究了高聚物黏结炸药在动态加载下的压剪变形、热点生成、反应点火等过程。他对炸药晶体颗粒采用有限元建模,以表现晶粒具有的黏弹塑性响应;对黏结剂采用格子模型建模,以表现黏结剂在拉伸加载下的脆性;炸药晶体边界与黏结剂边界的接触面采用有限元与格子模型相衔接的过渡方法。如图4(a)所示,衔接的关键是在两模型的边界上加入一层过渡微元,它们既属于有限元网格,也属于格子模型的正三角形网格,将同时参与两个模型的计算,并实现两模型间边界条件的传递。图4(b)展示了炸药模型中有限元晶粒和格子模型黏结剂的显微形貌。如图4(c)所示,模拟表明,应力波扫过后压剪摩擦形成的热点区域多集中在晶粒之间的区域,多边形晶粒间的相互作用是热点生成的重要原因。

于继东等<sup>[73]</sup>建立了高聚物黏结炸药挤压点火与裂缝燃烧的力-热-化学耦合计算模型,可以同时描述裂纹萌生扩展、产物气体扩散和断面点火燃烧等复杂过程。他们利用格子模型描述炸药颗粒与黏结

剂的损伤断裂,利用气相离散元模型描述格点热分解之后气体产物的膨胀效应,利用WSB两步法化学反应模型计算固体格点向气体格点转变时的反应速率和温度。模拟获得的典型结果如图5所示:初始样品中存在与加载方向呈45°角的微裂纹。当冲击波从下至上扫过样品后,微裂纹的两个尖端上萌生出两条翅裂纹;微裂纹上下两平面出现严重的摩擦滑移,其尖端还扩展出剪切型裂纹,均导致显著的温度上升,使得炸药晶体开始燃烧并生成气体。模拟结果表明,在冲击加载达到压力平衡之后,裂纹面的燃烧过程进一步驱动翅裂纹扩展,直到翅裂纹贯穿模型样品。

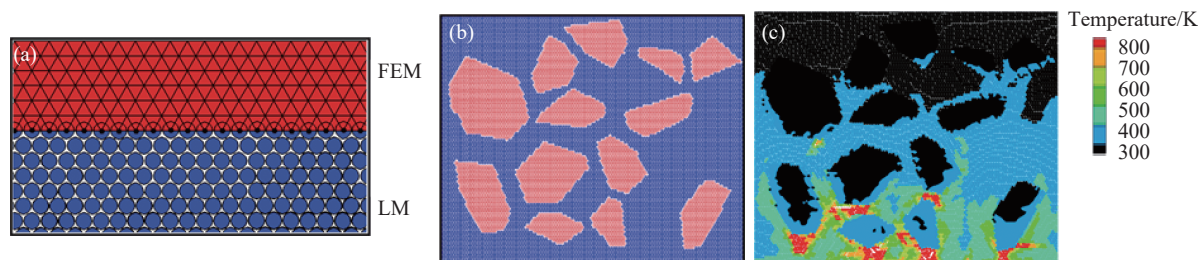


图4 格子模型和有限元网格结合示意图(a),炸药模型图(b)(其中蓝色基体为黏结剂,红色颗粒为炸药晶体),应力波扫过后黏结剂与炸药品粒的摩擦升温(c)

Fig. 4 (a) Schematic of a model combined by lattice model and finite element method; (b) the model of polymer-bonded explosives (Blue matrix represent binder, red particles represent HMX crystals); (c) the temperature rise induced by the friction between explosive particles and binders under dynamic loading

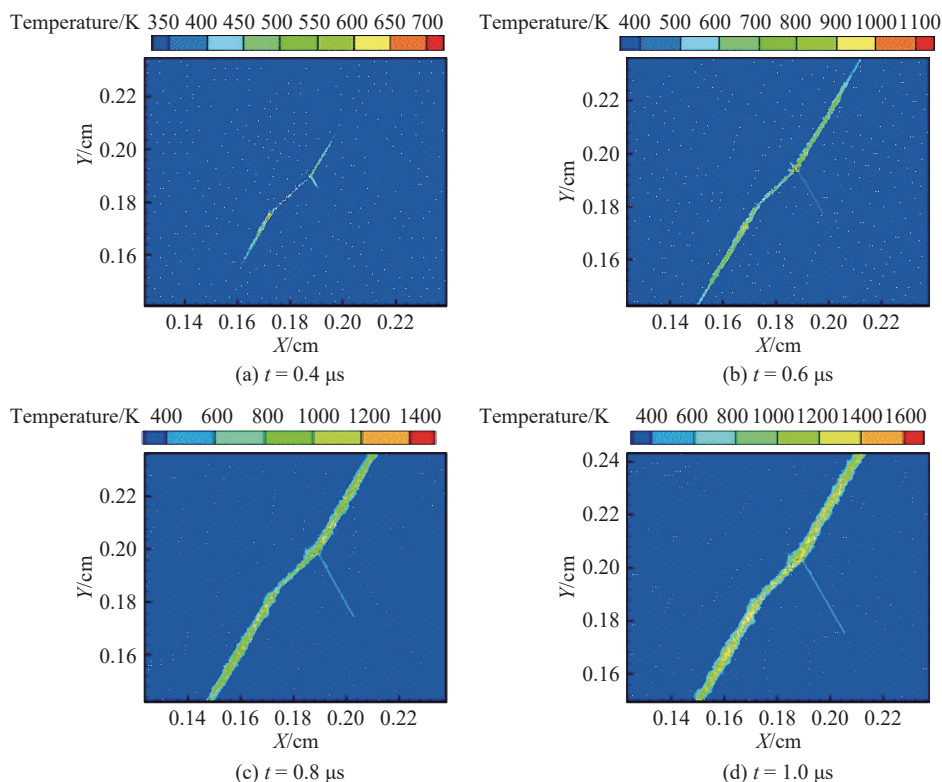


图5 裂纹扩展、气体扩散和燃烧反应耦合的格子模型计算结果

Fig. 5 Simulations of crack extension, gas diffusion and combustion by lattice model

喻寅等<sup>[47, 54, 74]</sup>利用正三角形网格的二维格子模型研究了多孔陶瓷、透明陶瓷、复合陶瓷等材料中的介观损伤演化机制与宏观冲击响应规律。其模型的主要特点是考虑了陶瓷材料中晶粒取向、晶界强度、孔洞裂纹、第二相颗粒等微结构特征(见图2)对宏观响应的影响。例如,对于多孔陶瓷,模拟了冲击波扫过后孔洞的变形和塌缩过程(图6(a)),且通过回收实验观察到与模拟结果相同的孔洞破坏特征

(图 6(b)); 模拟发现了由于剪切裂纹网络扩展和破碎颗粒转动所导致的滑移和转动变形新机制(图 6(c)), 分析了脆性材料中孔洞、裂纹等微介观演化对于宏观冲击平衡态的影响(图 6(d)), 揭示了多孔脆性材料中宏观冲击波剖面传播与介观损伤演化之间的对应和关联, 解释了冲击波逐渐演变为双波结构的原因(图 6(e)~图 6(f)), 探讨了孔洞随机排布以及以三角形(图 6(g))、四边形(图 6(h))和六边形(图 6(i))点阵规则排布对受冲击脆性材料的介观损伤演化和宏观冲击响应的影响。

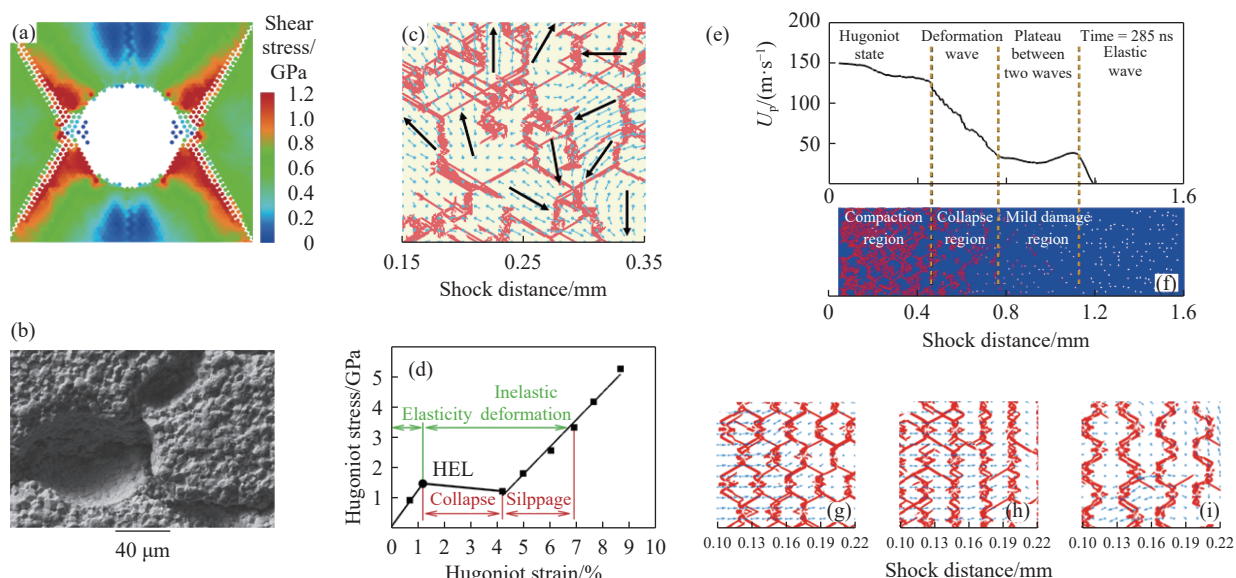


图 6 多孔陶瓷冲击破坏的介观机制和宏观特征

Fig. 6 Mesoscopic deformation and macroscopic response of shocked porous ceramics

## 4 格子模型的主要问题与改进方向

### (1) 非线性响应

格子模型在对弹脆性材料的建模与模拟研究中取得了巨大的成功, 但仍缺乏对金属等延展性材料的表现能力; 且在不同的应力、温度条件下, 岩石、陶瓷、玻璃、固体炸药等材料也可能展现出不可忽略的黏性和塑性响应; 在极端压缩条件下, 材料模量随强度逐渐升高的现象也不适合用线弹性的格子模型进行描述。因此, 需要系统地发展可精确描述材料非线性响应的格子模型。Ostoja-Starzewski 等<sup>[57-58]</sup> 及 Horie 等<sup>[48-49]</sup> 已尝试为弹簧设定弹性-塑性硬化响应; Krajcinovic 等<sup>[60]</sup> 使用非线性增长的排斥力描述材料的冲击响应; 张振南等<sup>[55]</sup> 提出弹簧断裂的双线性响应。在他们的研究基础上, 未来的弹簧作用力可能会吸收多种设定的优点, 精细地表现出不同压强、应变率、温度等条件下的非线性压缩、“位错”滑移(弹簧的断开和愈合)、韧脆转变等行为。

### (2) 多物理耦合

格子模型目前以处理准静态和动态的损伤断裂演化问题为主, 但在诸多与脆性断裂密切相关的科学问题中, 材料的电、光、热、化学演化同样起着至关重要的作用。例如, 铁电陶瓷在冲击波压缩下的放电失效现象是动态断裂与电学击穿相耦合的问题; 透明陶瓷的冲击消光和冲击发光现象是动态断裂与裂纹表面光学散射、裂纹内部摩擦升温发光相耦合的问题; 矿山开采与岩爆灾害等是动态断裂与爆生气体膨胀相耦合的问题。因此, 需要实现格子模型的功能拓展及其与其他物理模型的有机结合。刘晓星等<sup>[66-68]</sup> 发展了格点的烧结动力学模型, 描述了粉体通过烧结致密化转变为块体的过程; 于继东等<sup>[73]</sup> 开发了力-热-化学耦合的炸药挤压点火与裂缝燃烧模型。未来的格子将会充分借鉴他们的多物理建模方案, 实现对不同材料中力、热、光、电、化学演化的耦合模拟。

### (3) 跨尺度衔接

格子模型目前的研究尺度主要在微米级到厘米级之间。然而, 在军事、工业等应用中通常需要回



答微介观的损伤断裂如何影响宏观大尺度上的装置失效、建筑物破坏等问题。例如, 钻地弹侵彻建筑物过程中, 微介观尺度的炸药颗粒的挤压摩擦与宏观尺度的弹体、装药压剪变形均非常敏感地影响着弹药的安定性; 在对其进行准确预测时, 宏观整弹响应的模拟与炸药局部热点区域微介观演化的模拟有着同等重要的地位。因此, 需要推动介观尺度的格子模型与更大和更小尺度上模拟计算的衔接。张振南等<sup>[65]</sup>发展了网格自适应的格子模型, 在岩石模型中远离裂纹的区域使用宏观大网格, 在靠近裂纹尖端区域则不断加密形成介观小网格; 傅华<sup>[72]</sup>发展了格子模型与有限元相结合的算法, 原理上讲其有限元网格可在非关键区域自适应地放大到宏观尺度, 以节省计算开销。未来的格子模型将继承和创新, 在跨尺度的动态断裂问题中追求物理真实与计算效率的兼顾。

## 5 总结与展望

爆炸与冲击加载下的脆性材料动态断裂研究有重要的军事、工业需求。本文首先对比了有限元方法、流体动力学方法、物质点法、近场动力学方法、格子模型等多种脆性断裂模拟中常用的介观尺度网格方法与无网格/粒子方法的特点; 进而讨论了格子模型的基本原理、相互作用设定、作用力参数确定、断裂判据选取、微结构/缺陷设置等建模过程; 再分别介绍了国内外在使用格子模型开展脆性断裂研究中取得的一部分代表性成果; 最后分析了格子模型在非线性响应、多物理耦合、跨尺度衔接等方面存在的不足以及改进方向。目前, 格子模型已在岩石压缩破裂、陶瓷力学失效、炸药挤压点火等问题的研究中发挥了重要作用, 将来持续改进与完善的格子必将在地质灾害预测、陶瓷可靠性提升、弹药安全性设计, 以及其他更广泛的应用领域中发挥新的更大的作用。

## 参考文献:

- [1] BUEHLER M J, GAO H. Dynamical fracture instabilities due to local hyperelasticity at crack tips [J]. *Nature*, 2006, 439(7074): 307–310.
- [2] BUEHLER M J, ABRAHAM F F, GAO H. Hyperelasticity governs dynamic fracture at a critical length scale [J]. *Nature*, 2003, 426(6963): 141–146.
- [3] RAVI-CHANDAR K, YANG B. On the role of microcracks in the dynamic fracture of brittle materials [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1997, 45(4): 535–563.
- [4] FINEBERG J, GROSS S P, MARDER M, et al. Instability in the propagation of fast cracks [J]. *Physical Review B*, 1992, 45(10): 5146–5154.
- [5] SHARON E, GROSS S P, FINEBERG J. Energy dissipation in dynamic fracture [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(12): 2117–2120.
- [6] 张庆明, 黄风雷. 超高速碰撞动力学引论 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [7] BAKER J R. Hypervelocity crater penetration depth and diameter—a linear function of impact velocity? [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1995, 17(1/2/3): 25–35.
- [8] CHHABILDAS L C, REINHART W D, THORNHILL T F, et al. Debris generation and propagation phenomenology from hypervelocity impacts on aluminum from 6 to 11 km/s [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 29(1): 185–202.
- [9] 王新荣, 陈永波. 有限元法基础及 ANSYS 应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [10] CAMACHO G T, ORTIZ M. Computational modeling of impact damage in brittle materials [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1996, 33(20/21/22): 2899–2938.
- [11] ESPINOSA H D, ZAVATTIERI P D. A grain level model for the study of failure initiation and evolution in polycrystalline brittle materials. Part I: theory and numerical implementation [J]. *Mechanics of Materials*, 2003, 35(3): 333–364.
- [12] ESPINOSA H D, ZAVATTIERI P D. A grain level model for the study of failure initiation and evolution in polycrystalline brittle materials. Part II: numerical examples [J]. *Mechanics of Materials*, 2003, 35(3): 365–394.
- [13] ZAVATTIERI P D, RAGHURAM P V, ESPINOSA H D. A computational model of ceramic microstructures subjected to multi-axial dynamic loading [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2001, 49(1): 27–68.



- [14] BOURNE N K, MILLETT J C F, CHEN M, et al. On the Hugoniot elastic limit in polycrystalline alumina [J]. *Journal of Applied Physics*, 2007, 102(7): 073514.
- [15] 马上. 超高速碰撞问题的三维物质点法 [D]. 北京: 清华大学, 2005.
- [16] SULSKY D, CHEN Z, SCHREYER H L. A particle method for history-dependent materials [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994, 118(1/2): 179–196.
- [17] SULSKY D, ZHOU S J, SCHREYER H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics [J]. *Computer Physics Communications*, 1995, 87(1/2): 236–252.
- [18] CHEN Z, HU W, SHEN L, et al. An evaluation of the MPM for simulating dynamic failure with damage diffusion [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(17): 1873–1890.
- [19] XU A, PAN X F, ZHANG G, et al. Material-point simulation of cavity collapse under shock [J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2007, 19(32): 326212.
- [20] LI F, PAN J, SINKA C. Modelling brittle impact failure of disc particles using material point method [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 38(7): 653–660.
- [21] DAPHALAPURKAR N P, LU H, COKER D, et al. Simulation of dynamic crack growth using the generalized interpolation material point (GIMP) method [J]. *International Journal of Fracture*, 2007, 143(1): 79–102.
- [22] SULSKY D, SCHREYER L. MPM simulation of dynamic material failure with a decohesion constitutive model [J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2004, 23(3): 423–445.
- [23] SILLING S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(1): 175–209.
- [24] HELLAN K. Introduction to fracture mechanics [M]. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [25] HA Y D, BOBARU F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics [J]. *International Journal of Fracture*, 2010, 162(1/2): 229–244.
- [26] HA Y D, BOBARU F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2011, 78(6): 1156–1168.
- [27] SILLING S A, EPTON M, WECKNER O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling [J]. *Journal of Elasticity*, 2007, 88(2): 151–184.
- [28] GHAJARI M, IANNUCCI L, CURTIS P. A peridynamic material model for the analysis of dynamic crack propagation in orthotropic media [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2014, 276: 431–452.
- [29] LIU W, HONG J W. A coupling approach of discretized peridynamics with finite element method [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012, 245: 163–175.
- [30] HRENNIKOFF A. Solution of problems of elasticity by the framework method [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1941, 8(4): 169.
- [31] ASHURST W T, HOOVER W G. Microscopic fracture studies in the two-dimensional triangular lattice [J]. *Physical Review B*, 1976, 14(4): 1465.
- [32] KEATING P N. Theory of the third-order elastic constants of diamond-like crystals [J]. *Physical Review*, 1966, 149(2): 674.
- [33] KIRKWOOD J G. The skeletal modes of vibration of long chain molecules [J]. *The Journal of Chemical Physics*, 1939, 7(7): 506–509.
- [34] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies [J]. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47–65.
- [35] ALAVA M J, NUKALA P K V V, ZAPPERI S. Statistical models of fracture [J]. *Advances in Physics*, 2006, 55(3/4): 349–476.
- [36] PAZDNIAKOU A, ADLER P M. Lattice spring models [J]. *Transport in Porous Media*, 2012, 93(2): 243–262.
- [37] FRENKEL D, SMIT B. FRENKEL D, et al. Understanding molecular simulation: from algorithms to applications [M]. Holand: Academic Press, 2001.
- [38] BEALE P D, SROLOVITZ D J. Elastic fracture in random materials [J]. *Physical Review B*, 1988, 37(10): 5500.
- [39] BUXTON G A, CARE C M, CLEAVER D J. A lattice spring model of heterogeneous materials with plasticity [J]. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2001, 9(6): 485.
- [40] SROLOVITZ D J, BEALE P D. Computer simulation of failure in an elastic model with randomly distributed defects [J]. *Journal of the American Ceramic Society*, 1988, 71(5): 362–369.
- [41] CALDARELLI G, CASTELLANO C, PETRI A. Criticality in models for fracture in disordered media [J]. *Physica A: Statistical*

- Mechanics and Its Applications, 1999, 270(1/2): 15–20.
- [42] PARISI A, CALDARELLI G. Physica A: statistical mechanics and its applications [J]. *Physica A*, 2000, 280(1/2): 161.
- [43] YAN H, LI G, SANDER L M. Fracture growth in 2d elastic networks with Born model [J]. *Europhysics Letters*, 1989, 10(1): 7.
- [44] GRAH M, ALZEBDEH K, SHENG P Y, et al. Brittle intergranular failure in 2D microstructures: experiments and computer simulations [J]. *Acta Materialia*, 1996, 44(10): 4003–4018.
- [45] LILLIU G, VAN MIER J G M. 3D lattice type fracture model for concrete [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, 70(7/8): 927–941.
- [46] ZHAO G F, FANG J, ZHAO J. A 3D distinct lattice spring model for elasticity and dynamic failure [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2011, 35(8): 859–885.
- [47] YU Y, WANG W, HE H, et al. Modeling multiscale evolution of numerous voids in shocked brittle material [J]. *Physical Review E*, 2014, 89(4): 043309.
- [48] CASE S, HORIE Y. Discrete element simulation of shock wave propagation in polycrystalline copper [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007, 55(3): 589–614.
- [49] YANO K, HORIE Y. Discrete-element modeling of shock compression of polycrystalline copper [J]. *Physical Review B*, 1999, 59(21): 13672.
- [50] WANG Y C, YIN X C, KE F, et al. Numerical simulation of rock failure and earthquake process on mesoscopic scale [J]. *Pure and Applied Geophysics*, 2000, 157(11/12): 1905–1928.
- [51] OSTOJA-STARZEWSKI M. Lattice models in micromechanics [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2002, 55(1): 35–60.
- [52] GUSEV A A. Finite element mapping for spring network representations of the mechanics of solids [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(3): 034302.
- [53] GRIFFITH A A. VI The phenomena of rupture and flow in solids [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 1921, 221(582): 163–198.
- [54] YU Y, WANG W, HE H, et al. Mesoscopic deformation features of shocked porous ceramic: polycrystalline modeling and experimental observations [J]. *Journal of Applied Physics*, 2015, 117(12): 125901.
- [55] ZHANG Z, DING J, GHASSEMI A, et al. A hyperelastic-bilinear potential for lattice model with fracture energy conservation [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2015, 142: 220–235.
- [56] ZAPPERI S, VESPIGNANI A, STANLEY H E. Plasticity and avalanche behaviour in microfracturing phenomena [J]. *Nature*, 1997, 388(6643): 658.
- [57] KALE S, OSTOJA-STARZEWSKI M. Elastic-plastic-brittle transitions and avalanches in disordered media [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(4): 045503.
- [58] KALE S, OSTOJA-STARZEWSKI M. Morphological study of elastic-plastic-brittle transitions in disordered media [J]. *Physical Review E*, 2014, 90(4): 042405.
- [59] OSTOJA-STARZEWSKI M, WANG G. Particle modeling of random crack patterns in epoxy plates [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2006, 21(3): 267–275.
- [60] MASTILOVIC S, KRAJCINOVIC D. High-velocity expansion of a cavity within a brittle material [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1999, 47(3): 577–610.
- [61] WILNER B. Stress analysis of particles in metals [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1988, 36(2): 141–165.
- [62] WANG Y, ALONSO-MARROQUIN F. A finite deformation method for discrete modeling: particle rotation and parameter calibration [J]. *Granular Matter*, 2009, 11(5): 331–343.
- [63] WANG Y, MORA P. Modeling wing crack extension: implications for the ingredients of discrete element model [M]// *Earthquakes: Simulations, Sources and Tsunamis*. Birkhäuser Basel, 2008: 609–620.
- [64] WANG Z L, KONIETZKY H, SHEN R F. Coupled finite element and discrete element method for underground blast in faulted rock masses [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2009, 29(6): 939–945.
- [65] DING J, ZHANG Z, GE X. Lattice structure: scaling of strain related energy density [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2015, 79: 84–90.
- [66] LIU X, MARTIN C L, DELETTE G, et al. Elasticity and strength of partially sintered ceramics [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2010, 58(6): 829–842.
- [67] LIU X, MARTIN C L, BOUVARD D, et al. Strength of highly porous ceramic electrodes [J]. *Journal of the American Ceramic*

- [Society](#), 2011, 94(10): 3500–3508.
- [68] LIU X, MARTIN C L, DELETTE G, et al. Microstructure of porous composite electrodes generated by the discrete element method [J]. [Journal of Power Sources](#), 2011, 196(4): 2046–2054.
- [69] 吕文银. 陶瓷材料压缩破坏的数值模拟 [D]. 宁波: 宁波大学, 2017.
- [70] 吴建奎. 冲击加载下裂纹高速扩展的数值模拟研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2016.
- [71] WANG W, CHEN S. Hyperelasticity, viscoelasticity, and nonlocal elasticity govern dynamic fracture in rubber [J]. [Physical Review Letters](#), 2005, 95(14): 144301.
- [72] 傅华. 材料在冲击荷载下细观变形特征的数值模拟初步研究 [D]. 绵阳: 中国工程物理研究院, 2006.
- [73] 王文强, 于继东, 尚海林. 撞击条件下炸药热点形成和燃烧的数值模拟研究 [R]. 绵阳: 中国工程物理研究院流体物理研究所, 2012.
- [74] YU Y, WANG W, CHEN K, et al. Controllable fracture in shocked ceramics: shielding one region from severely fractured state with the sacrifice of another region [J]. [International Journal of Solids and Structures](#), 2018, 135: 137–147.

## Mesoscale Lattice Model for Dynamic Fracture of Brittle Materials

YU Yin, LI Yuanyuan, HE Hongliang, WANG Wenqiang

(*National Key Laboratory of Shock Wave and Detonation Physics,  
Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang 621999, China*)

**Abstract:** Rapid crack propagation and catastrophic fragmentation frequently occur in brittle materials, such as rocks, ceramics, glass and solid explosives, under intense dynamic loading imposed by the explosion and impact. Understanding the correlation between the evolution of mesoscopic crack network and the macroscopic dynamic response plays a key role to improve the reliability and the safety of brittle materials, while it still poses a great challenge to such modeling and simulation. In order to overcome the algorithm difficulties caused by complex processes, such as the random initiation of crack network, the extrusion and friction of crack surfaces, and the staggered propagation of a large number of cracks in brittle materials subjected to explosion and impact loading, the lattice model, one of meshfree methods, has received sustained attention and considerable development. In this paper, we introduce the theory and implement of the lattice model and its representative results on brittle fracture research. Its shortcomings and the direction of improvement have also been discussed.

**Keywords:** lattice model; brittle materials; dynamic fracture; crack network; meshfree method

# 动载下准脆性材料的泛形裂纹研究

明德涵, 欧卓成, 杨 筱, 段卓平, 黄风雷

(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 为建立动态拉伸载荷作用下准脆性材料裂纹扩展路径的泛形表征, 提出了一种非均匀准脆性材料动态裂纹扩展的泛形模型, 计算得到的泛形裂面复杂度与已有实验数据吻合较好。结果表明: 动态拉伸载荷作用下的裂纹扩展路径是泛形的, 其复杂度随加载应变率的增大而减小, 并与材料动态拉伸承载能力的空间随机分布无关, 且随 Weibull 分布形状参数  $m$  的增加而减小。研究结果为分析动态拉伸载荷作用下准脆性材料的裂纹扩展机理即泛形表征提供了依据。

**关键词:** 准脆性材料; 泛形裂纹; 应变率; 复杂度

**中图分类号:** O346.1

**文献标识码:** A

自 Mandelbrot<sup>[1]</sup> 提出分形理论以来, 许多材料的断裂面被证实具有分形特征, 如岩石<sup>[2-3]</sup>、混凝土<sup>[4-5]</sup>、金属<sup>[6]</sup> 等。由于分形理论在分析裂纹和断裂面等不规则复杂形貌时具有的独特优势, 逐渐发展了新兴的分形断裂力学。但是, 随着分形理论不断发展, 分形理论在应用中的本质缺陷也暴露出来。Ou 等<sup>[7]</sup> 认为, 分形理论的应用从本质上存在两个困难: (1) 边值问题, 由于分形理论所具有的无限迭代的特性, 分形边界的法向难以确定, 导致在解决具体的分形问题时, 比如裂纹扩展和断裂面分析, 不可能从理论上求解这类问题; (2) 测度问题, 在分形断裂力学中, 分形裂纹的整数维测度是奇异的或者发散的, 导致一些密度类的物理量被定义在单位测度上, 如分形抗拉强度<sup>[8]</sup>、分形临界应变<sup>[9]</sup>、单位分形测度上的能量耗散<sup>[10]</sup> 等, 这类物理量不仅缺乏实际的物理意义, 而且其量纲与分形维数的对应性导致不同维数的物理量不具有可比性。为了解决分形应用中的这两个本质困难, Ou 等<sup>[7]</sup> 提出了泛形理论, 并将泛形定义为具有有限层次自相似或自仿射的构形。

泛形理论<sup>[7]</sup> 认为, 自然界中的实际对象是整数维的而不是分数维的, 与传统的欧氏几何中的维数一致。并且, 对于一个给定的泛形, 都会伴随一个与其迭代过程相对应的分形, 称其为伴随分形, 并将伴随分形的维数作为泛形复杂度。因此, 在泛形力学中讨论的物理量具有与欧氏几何中相同的整数维数, 并且存在一个度量码尺下限  $\delta_{\min}$ , 使边值问题得以解决。在过去几年里, 泛形已被成功应用到多孔材料的一维稳态热传导问题<sup>[11]</sup> 和混凝土类材料的断裂能问题<sup>[12]</sup>, 并且基于泛形理论, Li 等<sup>[13]</sup> 提出了准静态拉伸载荷下的泛形裂纹扩展模型, 计算结果和已有实验吻合较好。但到目前为止, 还没有关于动态拉伸载荷下准脆性材料的泛形裂纹扩展模型。相比于准静态加载, 动态载荷作用下的裂纹扩展将更加复杂, 材料的强度存在明显的率相关性。而且, 动载下裂纹的扩展机理也有所不同。同时, 裂纹的扩展路径与复杂度是否与应变率存在某种变化规律也亟需解答。因此, 构建动载下的泛形裂纹扩展模型依旧面临不小的挑战, 这正是本研究的意义所在。

为了构建该模型, 首先, 采用 Weibull 分布<sup>[14]</sup> 和空间随机分布描述材料的准静态拉伸强度, 同时, 材料动态失效强度的应变率效应可由 Ou 等<sup>[15]</sup> 提出的解析表达式给出; 其次, 在动态拉伸载荷下, 假设裂纹扩展由裂纹主向主导, 并且提出了动载下裂纹扩展需要满足的应力准则和应变率准则, 即当裂纹

\* 收稿日期: 2019-04-03; 修回日期: 2019-04-24

基金项目: 国家自然科学基金(11772056)

作者简介: 明德涵(1994—), 男, 硕士研究生, 主要从事材料与结构冲击动力学研究. E-mail: bitmdh@163.com

通信作者: 欧卓成(1961—), 男, 博士, 教授, 主要从事材料与结构冲击动力学研究. E-mail: zcou@bit.edu.cn

初始方向上的单元满足给定的扩展条件后,就可以直接穿过而不用沿着最小强度单元的方向;最后,采用计盒维数法计算泛形裂纹复杂度。

## 1 泛形裂纹扩展模型

### 1.1 材料强度的 Weibull 分布

对于非均匀准脆性材料,其内部所具有的微裂纹、孔隙以及黏结界面的随机分布使材料力学性能的分佈也随之变化。因此,很多学者认为,岩石、混凝土材料的准静态强度可以用 Weibull 分布表征<sup>[13, 16-19]</sup>。与准静态不同的是,在动态载荷作用下,由于应变率效应,准脆性材料内部单元强度也发生改变。因此,在动态拉伸载荷下,必须充分考虑应变率带来的影响。

与在准静态拉伸载荷作用下类似<sup>[13]</sup>,假设材料内部的准静态拉伸强度满足 Weibull 分布<sup>[19]</sup>,具体表达式为

$$f(\sigma_s) = \frac{m}{\lambda} \left( \frac{\sigma_s}{\lambda} \right)^{m-1} \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_s}{\lambda} \right)^m \right] \quad (1)$$

式中:  $\sigma_s$  为材料的准静态拉伸强度,  $m$  和  $\lambda$  为形状和尺度参数,  $f$  为材料拉伸强度的密度函数。同时,材料的均值  $E(\sigma_s)$  表示为

$$E(\sigma_s) = \lambda \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \quad (2)$$

式中:  $\Gamma$  为 Gamma 函数,给定材料强度均值  $E(\sigma_s)$  和形状参数  $m$  以后,就可以得到尺度参数  $\lambda$  和 Weibull 分布的具体形式。

由 Weibull 分布函数可以得到材料的准静态强度的数量分布,如图 1 所示,横轴表示材料的准静态拉伸强度,将强度按一定间隔均匀划分,就可以由 (1) 式积分得到每种强度对应的数量,再将其随机分配到计算域中,把这称为材料强度的随机分布。如 Li 等<sup>[13]</sup>所述,主要步骤如下:首先,将计算域划分为  $N$  个均匀且各向同性的单元;然后,将这  $N$  个单元划分为  $k$  个组  $G_1, G_2, \dots, G_k$ , 每组包含  $n_1, n_2, \dots, n_k$  个单元,并且满足  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = N$ ;其次,将强度从小到大分为  $k$  组  $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \dots, \sigma_{sk}$ , 每组的数量和计算域中  $k$  个组相对应,此外,为了保证单元拉伸强度的数量满足 Weibull 分布,需要满足  $n_i/N = f(\sigma_{si})$ ;最后,对于计算域中的给定单元,其对应的强度需要使用一个随机数  $p \in (0,1)$  来确定,随机数由 Monte Carlo 随机数生成法获得。

考虑到材料强度的率相关性, Ou 等<sup>[15]</sup>认为材料动态失效强度不是材料的内禀特性,其应变率效应只是材料的一种结构响应,动态失效强度应称为动态承载能力。Petrov 等<sup>[20]</sup>提出了有限结构-时间准则,认为材料的失效存在一个孕育过程而非瞬间完成的。在此基础上, Ou 等<sup>[15]</sup>得到了脆性材料动态拉伸承载能力关于应变率的解析表达式

$$\sigma_d = \sigma_s + \frac{1}{2} E \dot{\epsilon} \tau \quad (3)$$

式中:  $\sigma_d$  为材料的动态拉伸承载能力,  $E$  为杨氏模量,  $\dot{\epsilon}$  为局部应变率,  $\tau$  为孕育时间。为了便于计算,假定材料中的加载波不会随时间衰减,并且裂尖处的局部应变率与边界应变率相同。

此外,为了描述应变率对裂纹扩展的影响,引入临界应变率作为判定条件。定义临界应变率为每一个裂纹扩展单元所需的最低应变率,临界应变率的拟合关系式<sup>[21]</sup>为

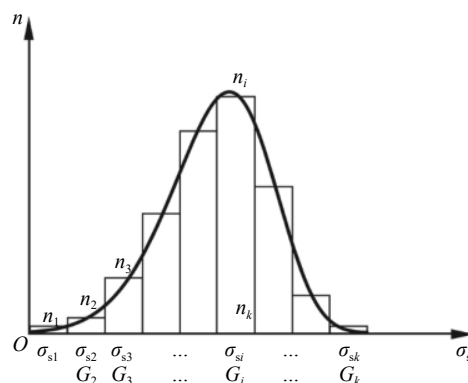


图1 由 Weibull 分布表征的强度分布直方图

Fig. 1 Histogram of the strength distribution characterized by Weibull distribution



$$\dot{\varepsilon}_c = 2.402 \times 10^{12} (1 + \beta)^{-98.89} \quad (4)$$

式中:  $\dot{\varepsilon}_c$  为单元临界应变率,  $\beta$  为材料常数, 一般取材料压缩强度与准静态拉伸强度之比的 4%~10%<sup>[22]</sup>。

由 (3) 式和 (4) 式可以得到材料中每一个单元的动态拉伸承载能力和临界应变率, 其中, 动态拉伸承载能力的随机分布如图 2 所示,  $L$  和  $H$  分别为模型的长度和高度。给定模型的尺寸后, 将模型划分为一系列具有相同尺寸的单元, 不同的明暗程度代表着不同的动态拉伸承载能力, 颜色越暗的单元, 其动态拉伸承载能力越强。在模型左侧中点处, 预置一条长度为  $a$  的水平初始裂纹。

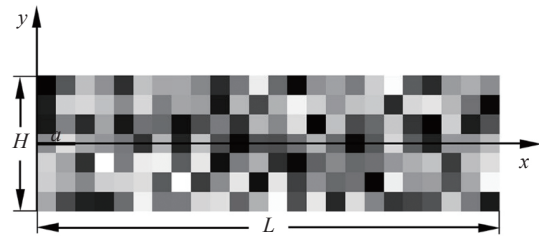


图 2 动态拉伸承载能力分布  
Fig. 2 Typical distribution of the dynamic tensile load-carrying capacity

## 1.2 动载下的裂纹扩展准则

考虑到在动态拉伸载荷作用下, 裂纹扩展模式与准静态的不同, 本研究基于 (3) 式和 (4) 式提出两个扩展准则。第一个为应力准则,  $\sigma \geq \sigma_d$ , 当外载荷大于或者等于当前裂纹扩展单元动态拉伸承载能力时, 该单元满足裂纹扩展的首要条件; 第二个为应变率准则,  $\dot{\varepsilon} \geq \dot{\varepsilon}_c$ , 当局部应变率大于或者等于当前裂纹扩展单元临界应变率时, 裂纹可以从该单元传递。

在数值计算过程中, 由以上两个裂纹扩展准则就可以确定所有的裂尖单元 (裂纹扩展路径上的单元), 然后裂纹可以由所有裂尖单元连线生成。为了确定裂尖单元, 将计算域分为  $p$  行  $q$  列的单元格。在本计算中, 只考虑单一裂纹的扩展情况, 也就是每一列中只有一个裂尖单元。为了确定裂纹扩展路径, 引入裂纹主向<sup>[13]</sup>对裂纹扩展做出判定。对于第  $j-1$  列的裂尖单元, 其裂纹主向为  $j-1$  列裂尖单元和  $j-2$  列裂尖单元的连线, 如图 3(a) 所示,  $EA$  则为第  $j-1$  列的裂纹主向。值得注意的是, 本研究假设在动态载荷作用下, 裂纹的扩展不再沿着能量耗散最小的方向传递, 而是由裂纹主向所主导。这也是本研究动态裂纹扩展与准静态裂纹扩展最根本的不同之处。

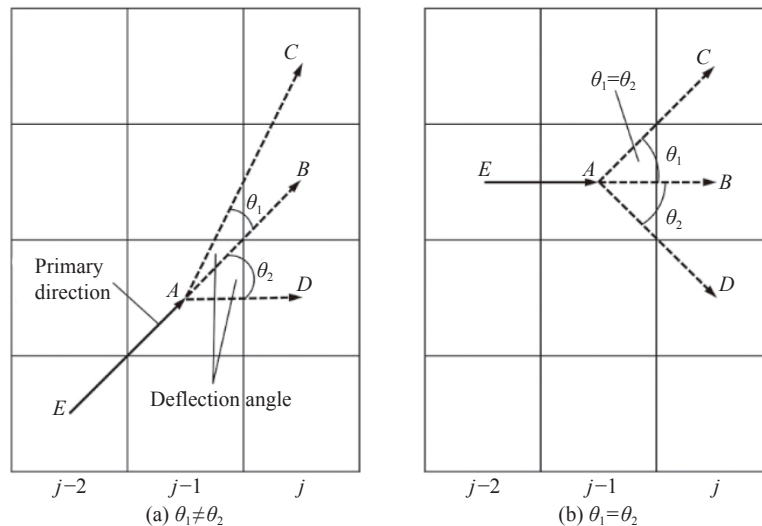


图 3 裂纹主向和偏转角

Fig. 3 Crack primary direction and the deflection angle

在确定第  $j-1$  列中的裂尖单元以后, 对于第  $j$  列中的裂尖单元, 其确定方法如下。

(1) 在第  $j$  列的  $p$  个单元中, 找出满足应力准则的  $p_1$  ( $p_1 \leq p$ ) 个单元, 将其作为裂纹可能传递的单元, 构成集合  $S_1$ 。如果  $S_1 = \emptyset$ , 则第  $j$  列单元不满足裂纹扩展条件, 材料在当前外载条件下不会发生断裂。如果  $S_1 \neq \emptyset$ , 那么执行下一步。

(2) 从第  $j$  列的  $p_1$  个单元中继续挑选满足应变率准则的单元  $p_2 (p_2 \leq p_1)$ , 将这  $p_2$  个单元组成集合  $S_2$ , 如果  $S_2 = \emptyset$ , 则表明局部应变率太小使得裂纹以类似准静态条件下传递, 即沿着最小能量耗散的方向传递。如果  $S_2 \neq \emptyset$ , 那么执行下一步。

(3) 如果  $p_2=1$ , 意味着第  $j$  列中只有一个单元满足动载下裂纹扩展条件, 那么这个单元就可以选择为这一列的裂尖单元。如果  $p_2>1$ , 那么执行下一步。

(4) 对于  $p_2>1$  时, 意味着第  $j$  列中不止一个单元可以成为裂尖单元。因此, 引入偏转角  $\theta_i (i=1, 2, \dots, p_2)$  作为选择条件, 定义偏转角为第  $j$  列中  $S_2$  集合中的单元与第  $j-1$  列中的裂尖单元连线与第  $j-1$  列中的裂纹主向的夹角。如图 3(a) 所示, 比较  $S_2$  中所有的偏转角, 如果  $S_2$  集合中只有一个最小偏转角, 那么这个单元就会成为这一列的裂尖单元。如果不止一个最小偏转角, 那么执行下一步。

(5) 如图 3(b) 所示, 如果第  $j$  列中有两个相同的呈对称状的最小偏转角, 就从这两个最小偏转角中随机选择一个作为第  $j$  列的裂尖单元。

本研究所有的数值计算都在 MATLAB 软件中实现。对于动载下的泛形裂纹扩展模型, 可以预见的是, 给定满足材料断裂所需的外载荷以后, 局部应变率越高, 生成的裂纹轮廓线越平滑。因此, 当局部应变率足够高, 高于所有单元的临界应变率的时候, 裂纹扩展路径会成为一条直线, 此时的泛形复杂度  $C=1$ ; 相反, 如果局部应变率特别低, 低于所有单元的临界应变率的时候, 裂纹扩展和准静态相同。

## 2 结果与讨论

为了得到动态载荷下准脆性材料的裂纹扩展, 选择常见的大理石作为研究对象。如图 2 所示, 模型的长度和高度分别为  $L=12.0$  mm,  $H=3.5$  mm, 并且, 初始裂纹  $a=1.0$  mm。计算过程中大理石所需相关参数有: 杨氏模量  $E=34.65$  GPa<sup>[23]</sup>, 拉伸强度均值为  $E(\sigma_s)=7.52$  MPa<sup>[23]</sup>, 压缩强度为 37 MPa<sup>[24]</sup>, 准静态的拉伸强度可以由 Weibull 分布得到, 形状参数  $m$  取为 5<sup>[16]</sup>, 尺度参数由 (2) 式可得,  $\lambda=8.19$  MPa, 孕育时间  $\tau=51$   $\mu$ s<sup>[24]</sup>。

由以上参数可以计算得到在不同应变率下的大理石拉伸断裂产生的裂纹轮廓图, 如图 4 所示。可以明显看出, 局部应变率越大, 生成的裂纹轮廓线越平滑。

采用计盒维数法计算裂纹的泛形复杂度, 其核心思想是计算覆盖裂纹所用的边长为  $\delta$  的盒子个数  $N(\delta)$ , 其拟合关系式为

$$\lg N = A - C \lg \delta \quad (5)$$

当局部应变率为  $10^3$  s<sup>-1</sup> 时, 泛形裂纹复杂度  $C=1.137$ , 如图 5 所示, 相关系数  $R=0.997$ 。

### 2.1 应变率的影响

为了研究动态载荷下应变率的变化对复杂度的影响, 选取了 5 组不同空间分布的样本 S1、S2、S3、S4、S5 作为对比。其中, 5 组样本的 Weibull 分布参数相同, 在不同应变率下的复杂度如表 1 所示。从表中可以看出, 随着应变率的增加, 复杂度随之降低, 通过对比已有的实验数据, 岩石材料裂纹复杂度在 1.087~1.525<sup>[25-26]</sup> 之间变化。并且, 由图 4 可以发现, 裂纹轮廓线

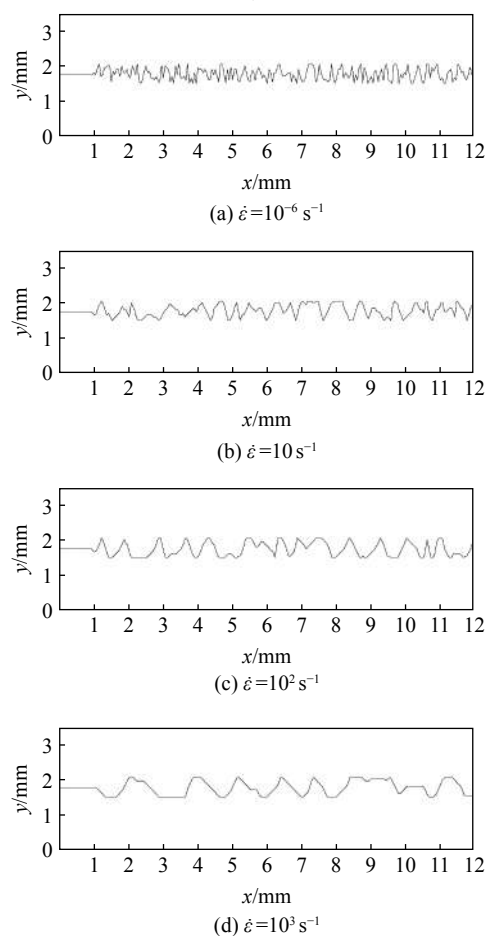


图 4 不同局部应变率下的裂纹轮廓线

Fig. 4 Profile of the cracks under different local strain-rate



随着应变率的增加而趋于平滑。这就表明,随着应变率的增加,裂纹的扩展可能沿着裂纹主向上强度较大的单元而不是强度最小的单元。同时,在选择混凝土作为研究对象时也发现了这一规律,并且已有实验数据表明,混凝土材料的拉伸断裂面形貌随着应变率的增加而变得平直<sup>[5, 27]</sup>。因此,本研究的模拟结果与实验基本一致,说明所构建的动载下准脆性材料的泛形裂纹扩展模型是合理的。

2.2 动态拉伸承载能力空间随机分布的影响

考虑到材料动态拉伸承载能力的随机分布对裂纹的影响,对比表 1 中的 5 组样本在相同局部应变率下的泛形复杂度。可以看出,在不同应变率下,5 组样本的复杂度基本一致,并且都呈现出随应变率增大而减小的趋势。为了进一步分析动态拉伸承载能力的空间随机分布对裂纹构形的影响,选择 3 组样本 S1、S2 和 S3 在局部应变率为  $10^3 \text{ s}^{-1}$  时的裂纹轮廓线进行对比。如图 6 所示,尽管裂纹构形有所不同,但是裂纹的曲折程度近似。也就是说,具有相同参数但不同分布的准脆性材料,其动态拉伸承载能力的空间随机分布与复杂度无关,这也是动态载荷下裂纹扩展可以用泛形表征的基础。

2.3 Weibull 分布参数  $m$  对泛形复杂度的影响

在 Weibull 分布函数中, $m$  作为形状参数影响着分布函数的具体形貌<sup>[19]</sup>。也就是说,在不同的形状参数下,动态拉伸承载能力分布的均匀程度也有所不同。为了研究形状参数  $m$  的变化对裂纹扩展的影响,选取 6 组具有不同形状参数  $m$  的计算结果作为对比。保持其他参数不变,当临界应变率为  $10^3 \text{ s}^{-1}$  时,计算所得泛形复杂度如表 2 所示。

由表 2 可以看出,随着形状参数  $m$  的增大,泛形复杂度逐渐减小。考虑到 Weibull 分布函数的具体形貌,当  $m$  变大时,由 Weibull 分布函数表征的力学参数变得更加集中,即力学参数的分布就越均匀。这就意味着动态拉伸承载能力的分布随着  $m$  的增加趋于均匀,材料的均匀性越好,生成裂纹形貌也就越光滑,因此,泛形复杂度就越小。

3 结 论

本研究建立了非均匀准脆性材料动载下的泛形裂纹扩展模型,以大理石为研究对象,得到了大理

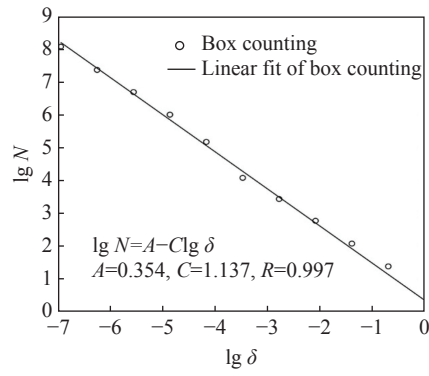


图 5 计盒维数法计算泛形复杂度

Fig. 5 Box-counting dimension method is used to compute the ubiquitiform complexity

表 1 复杂度的数值计算结果

Table 1 Numerical results of the complexity  $C$

Strain rate/ $\text{s}^{-1}$	$C$					
	S1	S2	S3	S4	S5	Avg.
$10^{-6}$	1.381	1.382	1.379	1.381	1.383	1.381
10	1.215	1.213	1.210	1.212	1.208	1.212
$10^2$	1.182	1.182	1.180	1.178	1.179	1.180
$10^3$	1.127	1.132	1.134	1.131	1.142	1.133

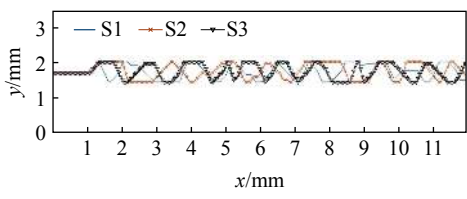


图 6 局部应变率为  $10^3 \text{ s}^{-1}$  的泛形裂纹轮廓线

Fig. 6 Profile of ubiquitiform cracks under the local strain rate of  $10^3 \text{ s}^{-1}$

表 2 不同形状参数下的泛形复杂度

Table 2 Ubiquitiform complexity under different shape parameters

$m$	$C$	$m$	$C$
5	1.142	8	1.086
6	1.126	9	1.057
7	1.108	10	1.033

石在动态载荷下的泛形裂纹构形,并通过计盒维数法得到泛形复杂度,和已有实验结果相比基本一致,证实了动态拉伸载荷下的裂纹扩展路径是泛形的。

(1)动态载荷作用下,随着局部应变率的提高,裂纹形貌越平滑,裂纹的复杂度越低,从本质上反映出在高应变率下,裂纹扩展可以通过裂纹主向上强度较大的单元,而不是朝着强度最小的单元,说明本研究假设动态载荷下裂纹扩展由裂纹主向所主导是合理的。

(2)复杂度与材料动态拉伸承载能力的空间随机分布无关,即在相同 Weibull 参数的条件下,材料强度空间分布的不同会影响裂纹的构形,但不会影响裂纹的曲折程度,而这也正是非均匀准脆性材料的裂纹扩展可以使用泛形表征的基础。

(3)复杂度随着 Weibull 分布形状参数  $m$  的增大而减小。形状参数  $m$  影响了材料动态拉伸承载力分布的均匀程度,材料越均匀,生成裂纹就越平滑。

## 参考文献:

- [1] MANDELBROT B B, PASSOJA D E, PAULLAY A J. Fractal character of fracture surfaces of metals [J]. *Nature*, 1984, 308(5961): 721–722.
- [2] 王金安, 谢和平. 岩石断裂表面分形测量的尺度效应 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(1): 11–17.  
WANG J A, XIE H P. Scale effect on fractal measurement of rock fracture surfaces [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(1): 11–17.
- [3] 裴建良, 苏立, 刘建锋, 等. 层状大理岩间接拉伸试验及断口形貌和断裂机理分析 [J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2014, 46(4): 39–45.  
PEI J L, SU L, LIU J F, et al. Indirect tensile test of layered marble and analysis of fracture morphology and mechanism [J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2014, 46(4): 39–45.
- [4] SAGAR R V, PRASAD B K R. Fracture analysis of concrete using singular fractal functions with lattice beam network and confirmation with acoustic emission study [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2011, 55(3): 192–205.
- [5] 党发宁, 方建银, 丁卫华. 基于 CT 的混凝土试样静动力单轴拉伸破坏裂纹分形特征比较研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2015, 34(Suppl 1): 2922–2928.  
DANG F N, FANG J Y, DING W H. Fractal comparison research of fracture of concrete samples under static and dynamic uniaxial tensile using CT [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, 34(Suppl 1): 2922–2928.
- [6] LIANG H, PAN F S, CHEN Y M, et al. Influence of the strain rates on tensile properties and fracture interfaces for Mg-Al alloys containing Y [J]. *Advanced Materials Research*, 2011, 284/286: 1671–1677.
- [7] OU Z C, LI G Y, DUAN Z P, et al. Ubiquitiform in applied mechanics [J]. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2014, 52: 37–46.
- [8] CARPINTERI A. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties [J]. *Mechanics of Materials*, 1994, 18(2): 89–101.
- [9] CARPINTERI A, PUZZI S. Self-similarity in concrete fracture: size-scale effects and transition between different collapse mechanisms [J]. *International Journal of Fracture*, 2008, 154(1/2): 167–175.
- [10] BORODICH F M. Some fractal models of fracture [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1997, 45(2): 239–259.
- [11] LI G Y, OU Z C, XIE R, et al. A ubiquitiformal one-dimensional steady-state conduction model for a cellular material rod [J]. *International Journal of Thermophysics*, 2016, 37(4): 1–13.
- [12] OU Z C, YANG M, LI G Y, et al. Ubiquitiformal fracture energy [J]. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 55(3): 1101–1108.
- [13] LI J Y, OU Z C, TONG Y, et al. A statistical model for ubiquitiformal crack extension in quasi-brittle materials [J]. *Acta Mechanica*, 2017, 228(7): 1–8.
- [14] WEIBULL W. A statistical distribution of wide applicability [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1951, 18(2): 293–297.
- [15] OU Z C, DUAN Z P, HUANG F L. Analytical approach to the strain rate effect on the dynamic tensile strength of brittle materials [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(8): 942–945.

- [16] WANG Y D, DAN W J, XU Y F, et al. Fractal and morphological characteristics of single marble particle crushing in uniaxial compression tests [J]. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2015, 2015(1): 1–10.
- [17] ISA K, ABU A R K, SOUSA R L. Computational modelling of fracture propagation in rocks using a coupled elastic-plasticity-damage model [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 2016: 3231092.
- [18] GRANGE S, FORQUIN P, MENCACCI S, et al. On the dynamic fragmentation of two limestones using edge-on impact tests [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, 35(9): 977–991.
- [19] ZHU W C, TANG C A. Numerical simulation on shear fracture process of concrete using mesoscopic mechanical model [J]. *Construction and Building Materials*, 2002, 16(8): 453–463.
- [20] PETROV Y, KAZARINOV N, BRATOV V. Dynamic crack propagation: quasistatic and impact loading [J]. *Procedia Structural Integrity*, 2016, 2: 389–394.
- [21] LIU L G, OU Z C, DUAN Z P, et al. Strain-rate effects on deflection/penetration of crack terminating perpendicular to bimaterial interface under dynamic loadings [J]. *International Journal of Fracture*, 2011, 167(2): 135–145.
- [22] PEI C W, YAO Y, CHEN D G, et al. Experimental study of the tensile bond strength in concrete aggregate-paste interfacial transition zone [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 193/194: 1384–1388.
- [23] WONG T F, WONG R H C, CHAU K T, et al. Microcrack statistics, Weibull distribution and micromechanical modeling of compressive failure in rock [J]. *Mechanics of Materials*, 2006, 38(7): 664–681.
- [24] SMIRNOV I, KONSTANTINOV A, BRAGOV A, et al. The structural temporal approach to dynamic and quasi-static strength of rocks and concrete [J]. *Procedia Structural Integrity*, 2017, 6: 34–39.
- [25] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 岩石断裂和破碎的分形研究 [J]. *防灾减灾工程学报*, 2003, 23(4): 1–9.  
XIE H P, GAO F, ZHOU H W, et al. Fractal fracture and fragmentation in rocks [J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2003, 23(4): 1–9.
- [26] SAKELLARIOU M. On the fractal character of rock surfaces [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts*, 1991, 28(6): 527–533.
- [27] YAN D, LIN G. Dynamic properties of concrete in direct tension [J]. *Cement and Concrete Research*, 2006, 36(7): 1371–1378.

## Ubiquitiform Crack of Quasi-Brittle Materials under Dynamic Loading

MING Dehan, OU Zhuocheng, YANG Xiao, DUAN Zhuoping, HUANG Fenglei

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** To investigate the ubiquitiform characteristic of the crack extension path in a heterogeneous quasi-brittle material under the dynamic tensile loadings, a ubiquitiform model is developed in this paper, and the calculated numerical results for the ubiquitiform complexity are in agreement with the previous experiments. It is found that such a crack extension path is indeed of a ubiquitiform, and its complexity decreases with the increase of the loading strain-rate. Moreover, it is also found that the complexity is independent of the randomness of the spatial distribution of the dynamic tensile load-carrying capacity of the material under consideration, and the complexity decreases with increasing shape parameter  $m$  of the Weibull distribution. Thus, this work can be taken as a basis for analyzing further the mechanism as well as the ubiquitiform characteristic of the crack profile in a quasi-brittle material under the dynamic tensile loadings.

**Keywords:** quasi-brittle materials; ubiquitiform crack; strain-rate; complexity

# 无机玻璃动态压缩破坏的离散元模拟

马棋棋, 熊 迅, 郑宇轩, 周风华

(宁波大学冲击与安全工程教育部重点实验室, 浙江 宁波 315211)

**摘要:**利用离散元软件PFC<sup>2D</sup> (Particle Flow Code)建立了分离式霍普金森压杆(SHPB)系统,模拟了无机玻璃圆柱和圆盘试件在冲击压缩下的动态力学行为和失效破坏模式。结果表明:无机玻璃作为典型的脆性材料,其抗压强度具有明显的应变率效应,而杨氏模量则对应变率不敏感;无机玻璃圆柱的破坏过程受纵向压力、端面摩擦力以及横向惯性力的影响,初期微裂纹呈三角状分布,随着纵向应力水平的提高,出现明显的泊松效应,产生横向张应力,致使微裂纹沿纵向扩展,最终试件发生沿轴向的劈裂断裂;摩擦系数和泊松比对试件破坏模式及强度有一定影响。将建立的SHPB数值实验平台用于模拟无机玻璃巴西圆盘试验,揭示了圆盘发生中心开裂的拉伸特征及拉伸强度的应变率相关性。

**关键词:**无机玻璃;离散元;动态压缩;破坏模式;巴西圆盘;强度率相关性

**中图分类号:**O347

**文献标识码:**A

无机玻璃因其良好的透光性以及相对较高的强度特性而广泛应用于风挡玻璃、建筑物玻璃窗、装甲防护等领域。在无机玻璃的使用过程中,不可避免地受到冲击载荷作用,例如汽车或飞机的风挡玻璃在冲击载荷作用下发生破坏碎裂,从而直接威胁人员生命和财产安全。脆性材料在冲击压缩下的破坏碎裂在采矿、挖掘、航天等诸多领域都是重点关注的问题。无机玻璃作为典型的透明脆性材料,对其动态压缩破坏行为进行研究将有助于加深对脆性材料冲击破坏物理机制的理解。

关于无机玻璃的动态力学性能和失效破坏模式的研究有很多。在实验方面,Zhang等<sup>[1]</sup>对玻璃在不同应变率下的失效强度和杨氏模量进行了研究,认为玻璃试件在拉、压载荷作用下的失效强度与应变率呈正相关,而其杨氏模量表现为应变率不敏感性。Peroni等<sup>[2]</sup>认为玻璃压缩强度和杨氏模量对应变率不敏感,而拉伸强度则随加载速率的提高而显著提高。王振等<sup>[3]</sup>对玻璃进行了静态和动态单轴压缩实验,认为玻璃的压缩强度具有明显的应变率效应,并从能量角度解释了这一现象;他们还利用高速摄像技术进行观测,指出玻璃在压缩载荷下的破坏模式为横向张应力引起的裂纹成核、沿轴向扩展、联结交错,但并未从细观角度对此过程进行深入研究。Chen等<sup>[4-6]</sup>通过实验研究发现,玻璃的压缩强度具有应变率效应,且与试件表面粗糙度有关,剪应力的引入会降低玻璃强度。在数值模拟方面,Zhang等<sup>[7]</sup>采用JH-2模型描述玻璃的本构关系,并修正了材料参数,通过将有限元数值模拟与实验结果相对比,验证了模型的准确性;研究结果表明,改进的JH-2模型能较好地反映退火钠钙玻璃的性能,并较好地预测玻璃在冲击载荷作用下的破坏行为。Sun等<sup>[8]</sup>采用显式有限元分析方法,基于连续损伤力学(CDM)的本构模型,描述了玻璃的初始破坏和随后的刚度降低,研究了动态压缩和剪切载荷对玻璃失效破坏模式的影响。臧孟炎等<sup>[9-10]</sup>通过离散元法(DEM)对夹层玻璃的冲击破坏过程进行了数值模拟,获取了在不同情况下冲击子弹的最大冲击力和贯穿能。

传统的有限元方法作为一种连续力学方法被广泛应用于分析固体力学和结构力学问题,取得了良好的效果,然而在分析某些非连续性问题时却存在一些局限性,特别当涉及断裂(裂纹萌生、裂纹扩

\* 收稿日期: 2019-01-22; 修回日期: 2019-03-07

基金项目: 国家自然科学基金(11390361)

作者简介: 马棋棋(1993—),男,硕士研究生,主要从事冲击动力学研究. E-mail: 737488513@qq.com

通信作者: 郑宇轩(1986—),男,博士,副教授,主要从事冲击动力学研究. E-mail: zhengyuxuan@nbu.edu.cn



展、具有复杂裂纹模式的分支裂纹)问题时,往往需要对已有单元进行删除,或者通过加入特殊单元(如内聚力单元)实现材料分离。离散元方法是美国学者 Cundall<sup>[11]</sup>在1971年基于分子动力学原理首次提出的,其基本思想是把不连续体分离为刚性元素的集合,将连续介质处理为相互接触的毫米或微米量级颗粒,考虑颗粒之间法向和切向的连接键,通过这些连接键的刚度、强度以及摩擦特性,以表征连续体的宏观弹性、拉伸/剪切强度、破坏特性。由于连续介质被当作颗粒的聚合,因此离散元方法十分适合求解大位移和非线性问题。PFC(Particle Flow Code)是一款基于离散元的商用软件,在模拟玻璃等脆性材料的裂纹扩展、冲击破坏等方面具有明显的优势<sup>[12]</sup>。

本研究通过离散元方法模拟和分析脆性材料在动态载荷作用下的压缩破碎现象。首先建立一个分离式霍普金森压杆(Split Hopkinson Pressure Bar, SHPB)数值实验平台,模拟冲击导致弹性应力波在杆中的传播、透射和反射特性;在此基础上对圆柱和圆盘形状的有机玻璃试件进行数值冲击实验,模拟和分析试件的变形、破坏特性及其动态力学行为;并与已发表的圆柱试件动态压缩实验现象进行比较,分析破坏规律和导致破坏的主要因素;最后,进一步分析圆盘试件的压缩破坏现象,为进行巴西圆盘劈裂实验提供参考。

## 1 SHPB 数值模型实验平台

参考文献[13–14],通过离散元构建二维 SHPB 结构模型,如图1所示。子弹长度  $L_s=90$  mm,入射杆长度  $L_i=300$  mm,透射杆长度  $L_t=150$  mm,圆杆直径  $D=12.7$  mm。圆柱形无机玻璃试件位于入射杆和透射杆之间,其尺寸为 $\varnothing 8$  mm $\times$ 8 mm,为了使试件与杆间能更好地接触,分别将试件左右两侧与杆接触处的边界颗粒细化两层,并与杆中的细化颗粒对齐,如图1中左侧插图所示。圆柱试块由28 838个圆形颗粒组成,包括两侧细化对齐颗粒各320个(共640个)以及内部通过随机生成的28 198个颗粒;随机生成颗粒的半径和位置在限定范围内服从均匀分布。在接触方面:玻璃试件两端与左右杆之间、子弹与入射杆之间均采用线性接触模型,以模拟接触而不粘结的接触状态;子弹、入射杆、玻璃试件、透射杆的内部均采用粘结接触中的 Flat-Joint 模型,以模拟材料的整体粘结状态。将子弹与入射杆接触处的边界颗粒也进行细化对齐处理。此外,在入射杆和透射杆上均设置一定数量的测量圆:杆上测量圆的半径均为4 mm,且测量圆1和测量圆2的圆心分别距离玻璃试件中心点51和125 mm,测量圆2~测量圆5的圆心之间分别相距15 mm,以此监测应力波的传播情况,如图1所示。

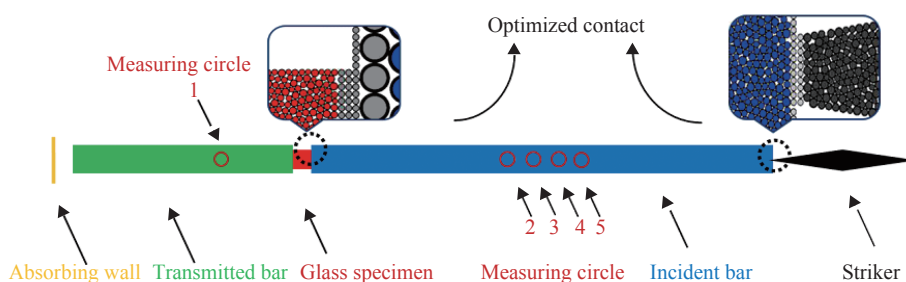


图1 SHPB 离散元模型结构

Fig. 1 Structure of discrete element model of SHPB

采用与三维无机玻璃模拟相同的标定方式<sup>[15]</sup>,利用无机玻璃的宏观力学参数,以及 Hopkinson 压杆(材料为钢)的弹性模量和泊松比进行模型微观参数的标定:Hopkinson 压杆的杨氏模量、密度、泊松比分别为210 GPa、7800 kg/m<sup>3</sup>、0.3;由于压杆在波传播过程中处于弹性状态,且离散元在标定弹塑性材料的强度方面比较复杂,为节约计算成本,将颗粒间的拉伸和剪切强度赋予极大值(1 TPa)<sup>[14]</sup>;玻璃的宏观参数取自文献[16–17],综合考虑标定结果、数值模拟精确性及计算量,选取如表1所示的无机玻璃和 Hopkinson 压杆的主要细观参数;标定所得的玻璃材料宏观参数与文献数据<sup>[16–17]</sup>的比较如表2所示(其中  $\rho_e$  为等效密度,  $K_{lc}$  为断裂韧性),数值模拟得到的材料压缩强度  $\sigma_c$  和拉伸强度  $\sigma_t$  分别为610 MPa和47 MPa,杨氏模量  $E$  为72.5 GPa,泊松比  $\nu$  为0.17,抗弯强度  $\sigma_b$  为67.5 MPa。

表 1 SHPB 数值实验的离散元模型的主要微观参数

Table 1 Main microscopic parameters of discrete element model in numerical experiments of SHPB

Material	Effective modulus of linear contact/ GPa	Normal-to-shear stiffness ratio of linear contact	Minimum radius of particles/mm	Size ratio of maximum and minimum particles	Porosity
Steel bar	190	4.0	0.100	1.5	0.15
Inorganic glass	63	2.1	0.026	1.5	0.10
Material	Effective modulus of flat-joint contact/ GPa	Normal-to-shear stiffness ratio of flat-joint contact	Tensile strength of flat-joint contact/ GPa	Shear strength of flat-joint contact/GPa	Density of particles/ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )
Steel bar	190	4.0	1000	1000	8800
Inorganic glass	63	2.1	0.073	0.35	2444

表 2 石英玻璃宏观参数的数值模拟结果与文献数据的对比

Table 2 Macroscopic parameters of quartz glass: comparison of simulation results with ones published in the literatures

Method	$E/\text{GPa}$	$\rho_c/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\sigma_c/\text{MPa}$	$\sigma_t/\text{MPa}$	$\sigma_b/\text{MPa}$	$K_{lc}/(\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2})$	$\nu$
DEM simulation	72.5	2200	610	47	67.5	0.96	0.17
Refs.[16–17]	72.5	2200	500–1100	49	60–70	0.81	0.17

利用 SHPB 对脆性材料进行高速冲击压缩时, 为了避免试件端面破损, 尽可能达到恒定应变率加载<sup>[18]</sup>, 学者们提出了很多有效的方法, 包括采用双试件、添加紫铜片整形入射波形、使用特殊形状子弹打击等<sup>[19–20]</sup>, 均可将入射矩形波转变为带有斜坡的三角形或梯形波, 延长了上升沿, 增加了试件的有效加载时间。本研究采用将子弹做成锥形的方法, 以达到试件恒应变率加载的目的。子弹的具体尺寸见图 2。在空杆状态(不插入试件)下, 子弹以 18 m/s 的速度由右至左撞入入射杆后, 在位置 1~位置 5 产生应力波形, 如图 3 所示。可见, 锥形子弹的撞击产生了接近半正弦波的波形, 峰值约为 570 MPa, 上升沿和下降沿均约为 18  $\mu\text{s}$ , 与同样长度的直杆子弹相比, 采用锥形子弹产生的波形上升沿和有效加载时间都得到了延伸。自右向左, 测量圆 5、4、3、2、1 测得的各个位置的应力时程曲线均无明显的弥散现象, 且透射波和入射波的幅值基本一致, 与实验波形十分相似, 由此可以判断所建立的 SHPB 系统模型基本可靠。

## 2 无机玻璃动态压缩过程数值模拟

在验证 SHPB 模型的合理性之后, 模拟尺寸为  $\varnothing 8 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$  的无机玻璃圆柱的冲击压缩实验。采用石英玻璃进行模拟, 玻璃的主要参数列于表 1。锥形子弹以 18 m/s 的速度撞入入射杆, 产生如图 3 所示的入射波形对试件进行加载, 玻璃试件与钢杆之间的摩擦系数设为 0.1, 所产生的入射波、反射波和透射波如图 4 所示: 锥形子弹撞入入射杆, 在入射杆上产生向左传播的压缩应力波, 至入射杆末端, 应

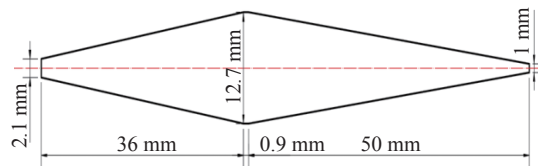


图 2 子弹的形状和尺寸

Fig. 2 Shape and dimensions of the projectile

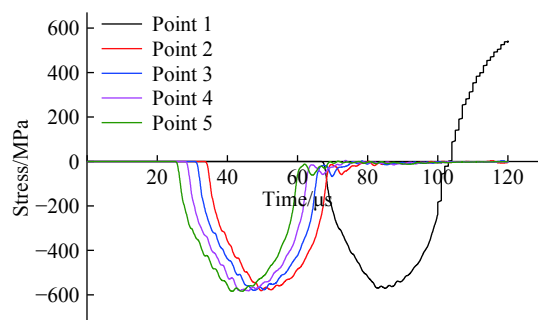


图 3 锥形子弹撞击速度为 18 m/s 时入射和透射波形

Fig. 3 Incident and transmitted waves created by the impact of the conical projectile at 18 m/s

力波一部分在界面处反射回入射杆,一部分进入玻璃试件,对玻璃试样施加冲击载荷,从而达到动态压缩的目的。从图4中可以观察到:反射波上有一个明显的平台段,意味着在此阶段试件处于近似恒定应变率加载状态,经计算该应变率约为  $700 \text{ s}^{-1}$ ;反射波平台末端突然跳跃加强,此时对试件的加载尚未结束,表明试件发生了脆性破坏,导致其承载能力突然下降,该破坏现象从透射波的下降时刻也能看出。

在玻璃试件上设有一定数量的测量圆,中间测量圆的半径均为  $1.3 \text{ mm}$ ,左右测量圆与玻璃左右端面相切,半径为  $0.4 \text{ mm}$ ,且3个测量圆圆心在同一水平线上,如图5所示,以此监测试件中的应力和应变变化。

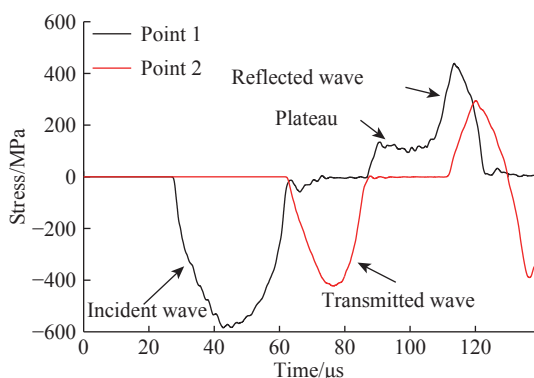


图4 Hopkinson杆上记录的应力波波形

Fig. 4 Stress waves recorded on the Hopkinson bars

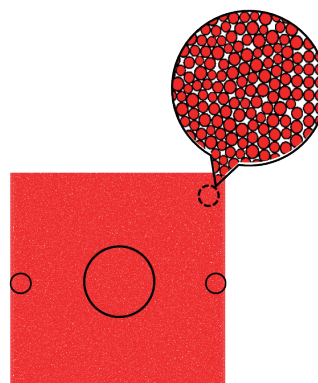


图5 玻璃试样中测量圆的分布

Fig. 5 Distribution of probing circles in the glass specimen

图6显示玻璃圆柱试件在加载过程中应力和应变率随应变的变化曲线,其中应力和应变率通过分布在玻璃圆柱试件上的中间测量圆监测得到,而应变则通过监测玻璃试件上最左、右两排颗粒的相对位移与试件初始长度的比值得到。从图6中可以看到:在加载的绝大部分时间内,试件的应变率保持在  $700 \text{ s}^{-1}$  附近,基本达到恒应变率加载状态。事实上,采用 SHPB 对脆性试件进行加载时,应力波会在试件中多次来回反射,直至应力平衡。为了检验 SHPB 测试的有效性,引入试件内部应力不均匀系数  $\alpha$ ,其表达式为

$$\alpha(t) = \frac{2[\sigma_1(t) - \sigma_2(t)]}{\sigma_1(t) + \sigma_2(t)} \quad (1)$$

式中:  $\sigma_1(t)$  和  $\sigma_2(t)$  分别为试件靠近入射杆和透射杆接触面处的应力。由于左右测量圆的半径较小,因此不考虑由此带来的时间误差。图7给出了靠近入射杆和透射杆端面上的应力(试件上左右测量圆监测得到)随时间变化关系,以及根据(1)式计算得到的应力不均匀系数  $\alpha$ 。可以看出,加载过程中试样两端面的应力时程曲线几乎重叠,  $\alpha$  在加载阶段基本维持在较低水平,说明在整个阶段玻璃试件基本保持应力平衡状态,从而验证了实验数据的可靠性。

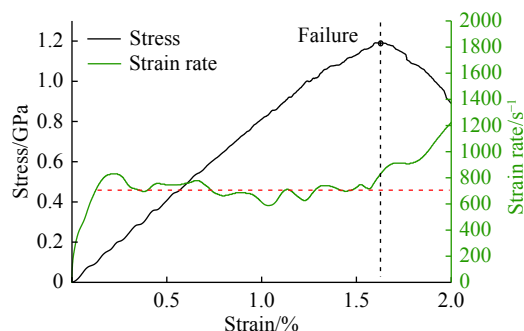


图6 应力和应变率随应变的变化

Fig. 6 Dependence of stress and strain rate on strain

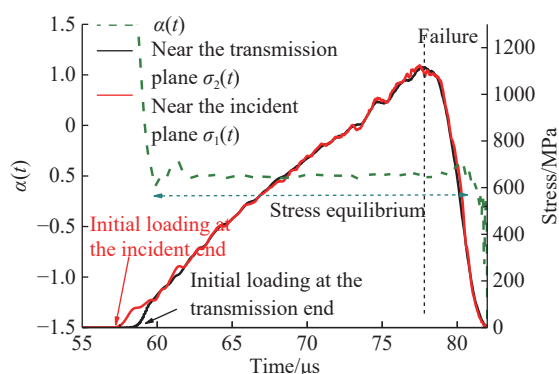


图7 试件两侧的应力时程曲线以及内部应力不均匀系数

Fig. 7 Temporal profile of stress on the surfaces facing the incident bar and the transmitted bar and the stress inhomogeneity coefficient



## 2.1 无机玻璃试件的动态压缩失效过程及分析

### 2.1.1 圆柱的动态压缩失效过程

对无机玻璃在 SHPB 上测试的可行性验证之后,下面对无机玻璃在高应变率加载下的失效破坏过程进行探讨。图 8 给出了摩擦系数  $\mu$  为 0.1、应变率  $\dot{\varepsilon}$  为  $700 \text{ s}^{-1}$  时试件内部的应力时程曲线,该曲线与图 7 所示的试件左右端应力时程曲线的平均值一致。对应于每个特征时刻,试件内部的裂纹演化和失效破坏形貌见图 9,试件右端为入射杆,左端为透射杆。图 9(a) 中黑色和绿色分别表示拉伸裂纹和剪切裂纹,图 9(b) 中不同颜色代表大小不一的碎块。

由图 8 和图 9 可以得到: 当  $t=65.5 \mu\text{s}$  时,玻璃试件中产生微裂纹,左右两端面受力处以及上下自由表面处均有少许微裂纹产生,此时玻璃试件尚且完整,并没有碎块产生;  $t=70.0 \mu\text{s}$  时,微裂纹的分布大致呈上下两个对称三角形,如图 9 中粉红色阴影部分以及箭头处所示,且试件 4 个尖角处微裂纹密集,已经产生小碎块;随着加载进程的推进,微裂纹逐渐向左右两侧边界扩展,当  $t=72.5 \mu\text{s}$  时,在靠近上下自由面裂纹较密集处形成宏观裂纹,如图 9 椭圆处所示;  $t=77.0 \mu\text{s}$  时,在靠近两侧受力端以及上下自由表面处萌生新的裂纹形核,相应地周边有较多小碎块生成;  $t=80.5 \mu\text{s}$  时,玻璃试件上下侧形成多个条带状碎片,逐渐剥离试件主体,即轴向劈裂(Axial Splitting); 当  $t=86.8 \mu\text{s}$  时,原先生成的轴向长条碎块进一步破碎,形成更多更小的碎块,伴随大量剪切断裂,此时试件已经完全丧失承载能力。模拟结果与已有文献报道的实验现象<sup>[1]</sup>完全一致。

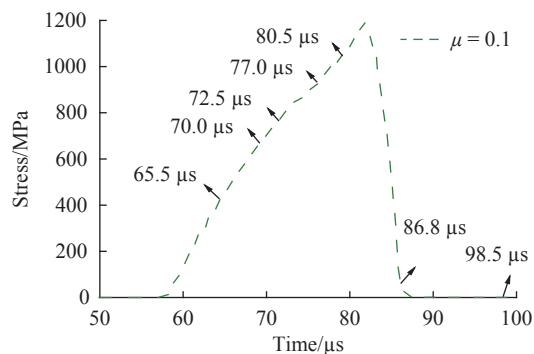


图 8 试件内部应力时程曲线 ( $\mu = 0.1, \dot{\varepsilon} = 700 \text{ s}^{-1}$ )

Fig. 8 Stress history curve of specimen ( $\mu = 0.1, \dot{\varepsilon} = 700 \text{ s}^{-1}$ )

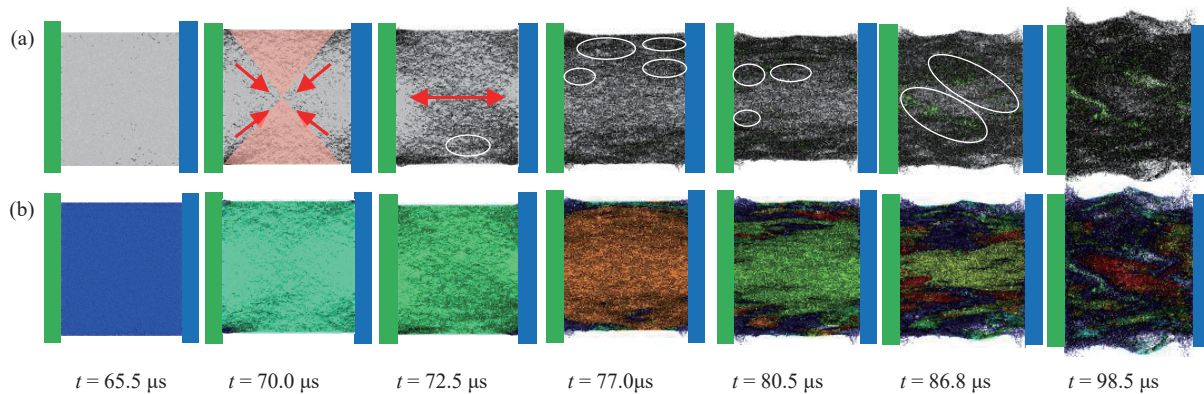


图 9 不同时刻试件内部裂纹分布(a)和破碎形态(b) ( $\mu = 0.1, \dot{\varepsilon} = 700 \text{ s}^{-1}$ )

Fig. 9 Crack distributions (a) and fragmentation morphologies (b) of the specimen at different time ( $\mu = 0.1, \dot{\varepsilon} = 700 \text{ s}^{-1}$ )

### 2.1.2 无机玻璃失效机理

在玻璃试件的动态压缩过程中,因左右端面为直接受力面,而玻璃外层对内层有围压作用,相对于内层较薄弱,故微裂纹先从左右两端面受力处以及上下自由表面附近部位产生。由于应力集中的影响,尖角处微裂纹较密集,更易形成小碎块。在入/透射杆与玻璃试件接触面之间的摩擦力以及纵向压力的双重作用下,加载初期微裂纹呈上下对称的三角状分布;随着加载的进行,应力水平提高,纵向压应力逐渐增大,开始对整个加载过程起主导作用,使得微裂纹逐渐向左右受力端面扩展。受泊松效应的影响,在压缩过程中,纵向压应力产生横向张应力;由于拉伸强度远小于压缩强度,在横向张应力的作用下,玻璃试件内会局部形核,产生宏观裂纹扩展源,生成沿轴向扩展的宏观裂纹。随着宏观裂纹的增多,进一步交错贯通,导致试件的承载能力不断降低,最终产生大量剪切裂纹而失稳破坏。

## 2.2 无机玻璃动态力学行为的应变率效应

在分析了无机玻璃的失效破坏模式之后,通过改变子弹的撞击速度,研究不同应变率下无机玻璃的动态力学行为和破坏强度。

图10给出了子弹撞击速度分别为18、24、29和33 m/s时不同应变率下无机玻璃试件的应力-应变曲线。从图10中可以发现:无机玻璃在动态压缩作用下表现为典型的脆性材料;曲线的上升沿基本重叠在同一直线上,其斜率表现出的杨氏模量与材料在准静态下的数值基本一致;试件在载荷压力达到峰值时迅速破坏,峰值压力(即抗压强度)具有明显的应变率效应,在690、875、1125和1250  $\text{s}^{-1}$ 应变率下,压缩强度分别为1.20、1.27、1.39

和1.41 GPa,比准静态强度0.61 GPa显著提高;此外,试件破坏后应力-应变曲线的下降沿斜率也随着应变率的升高而提高,表示试件破坏前积累的能量快速释放。图10还给出了试件在峰值应力下的破坏形态,应变率越高,破坏点内部裂纹越密集,剪切裂纹越多(插图中红色虚线部分),产生的碎块越小。

## 2.3 端面摩擦和泊松比对压缩破坏过程的影响

为了进一步了解无机玻璃材料的冲击压缩破坏过程,通过调整微观参数,研究了试件与SHPB之间的摩擦力以及试件泊松比对实验结果的影响。

### 2.3.1 端面摩擦力对失效破坏模式的影响

从前面讨论可知,试件的端面摩擦效应对其破坏模式有较大的影响,为了研究端面摩擦力对无机玻璃动态压缩过程的影响,设定端面摩擦系数 $\mu=0$ ,模拟相同子弹撞击速度下试件的破坏过程。图11为无摩擦时试件内部的真实应力时程曲线,其中标注了主要特征时间,相应时刻玻璃试件的破坏形貌如图12所示。

从图11和图12可以看出,端面摩擦系数为零时试件的失效破坏模式与常摩擦情况明显不同:在加载初期,由于只受纵向压力的作用,且左右端面为直接接触面,故裂纹主要从左右两个受力端面产生(时刻1);随着纵向应力水平的提高,由于泊松效应产生了横向张应力,随着横向张应力的增大,左右端面丛生的裂纹迅速向玻璃中部扩展(如图12中红色箭头所示,时刻2);受横向张应力的进一步影响,在试件薄弱处微裂纹逐渐形核,形成局部宏观裂纹,且局部宏观裂纹不仅在靠近无机玻璃与压杆左右接触面处产生,也在无机玻璃内部产生(如图12中白色椭圆所示,时刻3);在时刻4,生成的局部宏观裂纹在横向张应力的影响下,逐渐沿纵向左向右扩展,中间宏观裂纹首先贯通,分成上下两个碎块,即已经出现轴向劈裂(Axial Splitting);在时刻5,试件薄弱部位不断有新的宏观裂纹产生并向两侧扩展;在时刻6~时刻8,宏观裂纹增多,进一步交错贯通,导致试件的承载能力不断降低,最终产生大量剪切裂纹而失稳破坏。模拟现象与在端面润滑情况下的实验现象基本一致<sup>[3,6]</sup>。

### 2.3.2 材料泊松比对失效破坏模式的影响

修改材料的微观参数,使其宏观泊松比 $\nu \approx 0$ ,其他力学指标不变,模拟试件的压缩破碎过程,结果

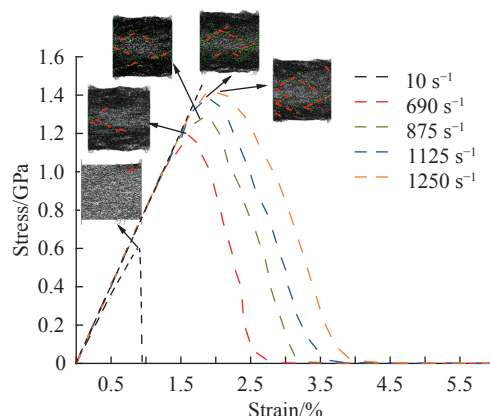


图10 不同应变率下无机玻璃的应力-应变曲线

Fig. 10 Stress-strain curves of inorganic glass at different strain rates

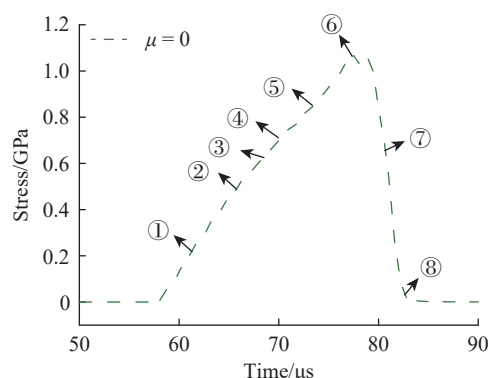


图11 无摩擦时试件内部的应力时程曲线

Fig. 11 Temporal profile of stress inside a specimen without the boundary friction

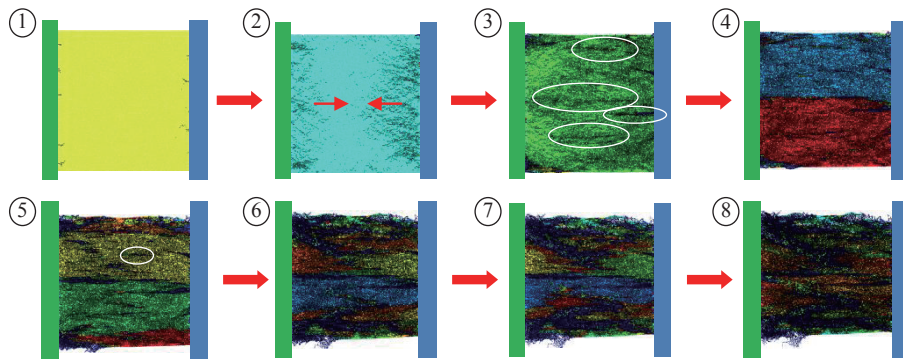


图 12 无摩擦时试件内部的破坏模式

Fig. 12 Evolution of internal damage process inside a specimen without the boundary friction

如图 13 所示。可见,  $\nu \approx 0$  时的失效破坏模式与上述破坏模式有较大不同, 此时无机玻璃试件的横向位移不大, 弱化了端面摩擦力对材料的影响, 使得初期微裂纹分布不再呈现出三角区形状, 而是在试件各部位均有较多分布。与此同时, 试件横向惯性效应也大大削弱, 其破坏模式与  $\mu = 0$  时不同, 不会产生明显的横向张应力使得裂纹源向左右端面扩展并在试样内部贯穿, 产生碎块; 裂纹更多地沿斜向呈  $45^\circ$  角扩展, 伴随拉伸裂纹与剪切裂纹的产生, 材料逐渐失效破坏。由此验证了泊松比是影响横向张应力产生的原因之一。

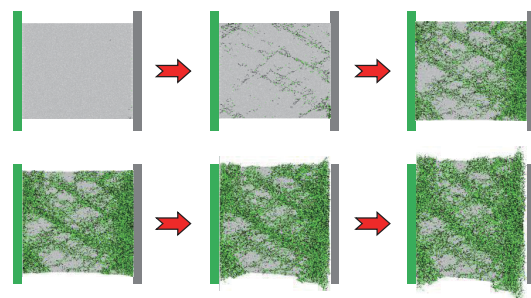
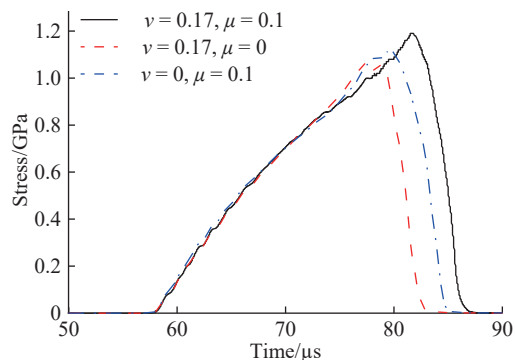
### 2.3.3 摩擦力和泊松比对测试压缩强度的影响

通过分布在无机玻璃试样上测量圆, 测得上述 3 种工况下的应力时程曲线, 如图 14 所示。在此 3 种计算条件下, 试件的应变率基本一致, 约为  $700 \text{ s}^{-1}$ 。从图 14 可以观察到以下趋势: (1) 在正常泊松比 ( $\nu=0.17$ ) 情况下, 端面摩擦力的存在将显著抑制试件两端起始裂纹的扩展, 从而改变破坏模式, 提高动态压缩强度; (2) 泊松比对材料破坏模式有较大影响, 若  $\nu=0$ , 则试件内部发生大量剪切断裂, 形成剪切网络, 试件以剪切破碎形式失去承载能力, 其宏观压缩强度介于上述两种情况之间。

本研究只针对有限个模型进行了初步分析。事实上, 由于每个模型的建立可能导致颗粒之间的构型发生随机变动, 计算结果会出现一定程度分布, 因此有必要对每种算例进行系统的、更详细的参数分析, 以便排除随机分散的影响。

## 3 无机玻璃动态劈裂破坏过程数值模拟

在成功模拟无机玻璃动态压缩过程之后, 为揭示无机玻璃在巴西圆盘试验时的拉伸特征以及所建立 SHPB 平台的可靠性, 采用颗粒流软件 PFC<sup>2D</sup>, 基于上述已建立的 SHPB 结构, 模拟了无机玻璃的动态劈裂破坏过程。

图 13  $\nu \approx 0$  时材料的失效破坏演化Fig. 13 Evolution of material failure when  $\nu \approx 0$ 图 14 不同摩擦力和泊松比条件下试件的宏观应力时程曲线 ( $\dot{\epsilon} \approx 700 \text{ s}^{-1}$ )Fig. 14 Macroscopic stress histories of the specimen with various boundary friction and Poisson's ratio ( $\dot{\epsilon} \approx 700 \text{ s}^{-1}$ )



无机玻璃巴西劈裂 SHPB 离散元模型结构如图 15 所示。无机玻璃圆盘半径  $R=4.05\text{ mm}$ , 为了与现实实验相对应, 同时更好地模拟圆盘劈裂效果, 分别将圆盘左右两边割去  $0.05\text{ mm}$ , 形成两个端面平台, 且采用与动态压缩模拟相同的处理方法, 在端面平台部位均进行一层颗粒细化。模拟中, 无机玻璃圆盘由 23 622 个圆形颗粒组成, 包括两侧细化对齐颗粒各 100 个(共 200 个)、内部通过随机生成的颗粒 23 422 个。

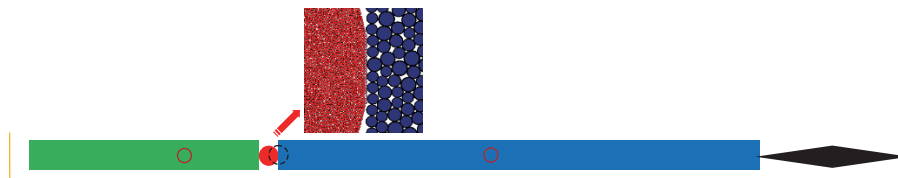


图 15 SHPB 离散元模型结构

Fig. 15 Structure of discrete element model of SHPB

图 16 为通过模拟得到的在子弹撞击速度  $v_0=9\text{ m/s}$  时无机玻璃动态巴西劈裂破坏过程, 以及对应的压力时程曲线, 这里压力  $F(t)$  的数值来自与入射杆和透射杆相邻的端面记录数据的平均值, 以压缩为正。从图 16 可以看出: 随着加载进行, 玻璃圆盘颜色更新, 说明有碎块生成(不同颜色代表着不同的碎块); 裂纹从玻璃圆盘的中间位置开始起裂, 系由于竖直方向的拉应力将其拉裂, 随着加载的进行, 裂纹逐渐向左右两侧扩展; 拉伸裂纹贯通之后, 圆盘承受的压力达到峰值 775 kN(圆盘的厚度设为 1, 单位 m, 因此直接给出的载荷幅值读数很大); 圆盘承受的压力达到峰值之后发生破坏, 盘内应力迅速卸载, 由于左右两侧压力的持续作用, 致使圆盘产生周向拉应力, 最终将圆盘外侧拉裂, 在圆周处产生向内扩展的微裂纹; 随着加载的进一步进行, 从劈裂过程中明显观察到圆盘被分成上下两个不同颜色的碎块。图 16 所给出的玻璃圆盘动态劈裂破坏模式与实验现象<sup>[21]</sup> 基本一致。

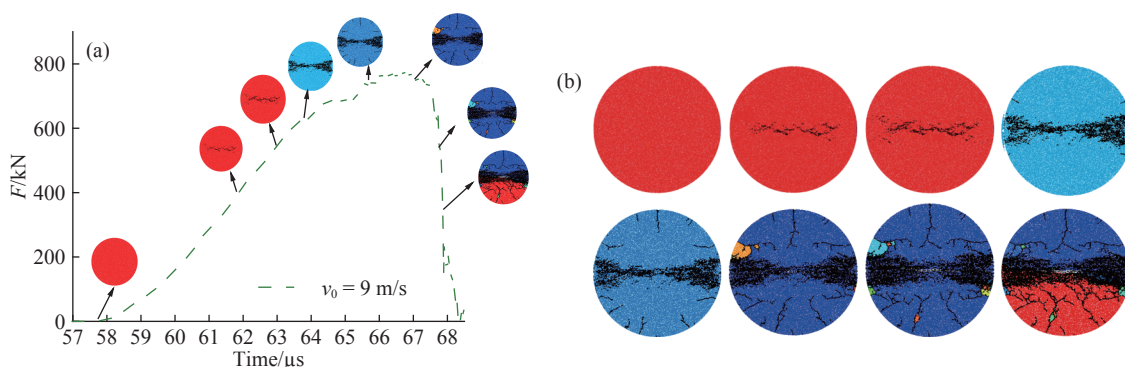


图 16  $v_0=9\text{ m/s}$  时无机玻璃动态巴西圆盘劈裂破坏过程: (a) 压力时程曲线, (b) 试样在各个时刻的破坏形貌

Fig. 16 Typical Brazilian disk splitting process under dynamic loading ( $v_0=9\text{ m/s}$ ):

(a) the pressure history; (b) failure patterns of the disk at different time

对构筑的巴西圆盘试件继续以 12、14、16 和 18 m/s 的子弹冲击速度进行加载, 获得了试件两端的平均压力时程曲线, 如图 17 所示。随着撞击速度的提升, 玻璃圆盘所受的压力时程曲线前移, 表明对试件的加载速率提高; 相应地, 试件所承受的最大加载压力也随之增大, 表明试件强度提高。图 17 中还给出了峰值压力点所代表的破坏时刻圆盘的破坏形貌, 在所有加载速度下, 巴西圆盘试件都发生中心开裂, 且随着加载速度的提高, 盘中的裂纹更多、更密集。

在巴西圆盘实验中, 试件内部沿横向的拉伸应力  $\sigma_t$  和沿轴向的压缩应力  $\sigma_l$  按照下式计算

$$\begin{cases} \sigma_t(t) = \frac{2F(t)}{\pi DL} \\ \sigma_l(t) = -\frac{6F(t)}{\pi DL} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $F(t)$  为轴向加载力, 以压缩为正; 圆盘直径  $D=8.1\text{ mm}$ , 试件厚度  $L=1$ (单位)。在巴西圆盘实验中,



试件实际上处于轴向压缩、横向拉伸的双轴应力状态。作为一个估计值, 本研究根据加载速率计算巴西圆盘试件的横向拉伸应变率  $\dot{\epsilon}_t$ , 即

$$\dot{\epsilon}_t(t) = \frac{\dot{\sigma}_t}{E} = \frac{2\dot{F}(t)}{\pi EDL} \quad (3)$$

式中: 杨氏模量  $E=72.5$  GPa,  $\dot{\sigma}_t$  为横向应力加载率, 按照图 16(a) 和图 17 中压力时程曲线加载段的平均斜率计算。综合图 16(a) 和图 17 的结果, 得到拉伸应变率为 97、148、160、168 和 182  $s^{-1}$  时试件的劈裂强度分别为 61.4、76.7、78.2、81.0 和 82.5 MPa。

基于准静态时无机玻璃的抗压强度 (610 MPa) 和抗拉强度 (47 MPa), 获得了无机玻璃压缩强度与拉伸强度的动态增强因子 (DIF), 其与应变率之间的关系如图 18 所示。可见, 当  $\dot{\epsilon} \approx 1000 s^{-1}$  时, 无机玻璃的抗压强度达到准静态时的 2 倍; 而当  $\dot{\epsilon} \approx 100 s^{-1}$  时, 无机玻璃的抗拉强度相较于准静态时提升了近 25%。

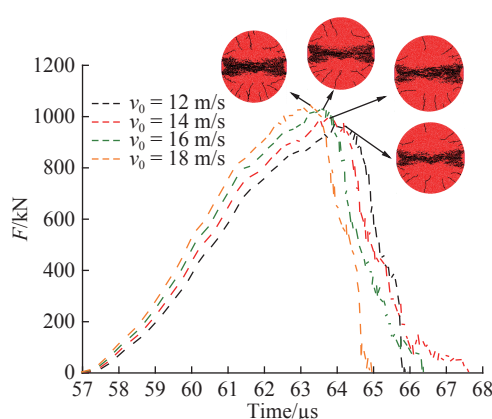


图 17 不同冲击速度下巴西圆盘试件的加载压力时程曲线

Fig. 17 Pressure histories of the specimens under different impact velocities

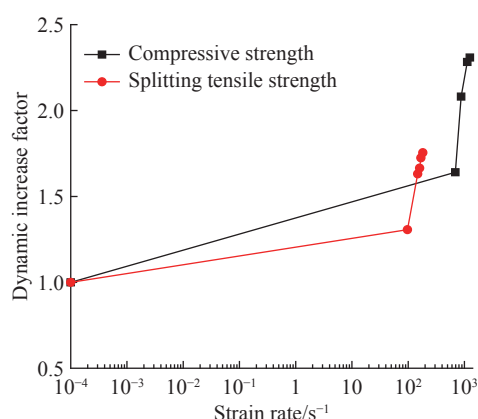


图 18 压缩与拉伸强度的动态增强因子与应变率的关系

Fig. 18 DIF of compressive and tensile strengths as a function of strain rate

## 4 结 论

基于离散元算法, 使用颗粒流软件 PFC<sup>2D</sup> 建立了 SHPB 的数值实验平台, 通过调整子弹形状产生不同类型的人射波, 对不同形状的脆性材料试件进行压缩破碎实验的数值仿真。通过对二维情况下压杆和石英玻璃微观参数的标定, 建立了与宏观参数相对应的微观参数数据库, 采用锥形子弹撞击方式实现了 SHPB 对无机玻璃圆柱试件的应力均匀性及恒应变率加载检验。在此基础上模拟了无机玻璃圆柱试件在不同应变率下的动态压缩力学行为, 与已发表的实验结果进行对比, 验证了模拟结果的准确性。进一步研究了端面摩擦系数和材料泊松比对试件失效模式和宏观压缩强度的影响。数值模拟结果表明:

(1) 无机玻璃材料在动态压缩下表现为典型的脆性材料, 其抗压强度随应变率的提高而显著上升, 其杨氏模量对应变率不敏感;

(2) 圆柱形试件在动态轴向压力作用下, 初期由于压力和端面摩擦力的作用, 形成三角状分布微裂纹, 随着加载水平的提高, 由于横向惯性效应产生张力, 导致微裂纹沿轴向贯通扩展, 试件出现轴向劈裂, 由外向内逐层剥落, 承载能力降低, 最终产生大量破碎;

(3) 端面摩擦的变化将影响无机玻璃的动态破坏过程和压缩强度, 如果没有端面摩擦, 微裂纹在加载初期从轴向受力端面向试件中间扩展, 无明显的三角区, 随后由于横向张应力促使微裂纹沿纵向融合扩展, 导致轴向劈裂, 摩擦力约束了轴向裂纹的发展, 使得试件的表现压缩强度增加;

(4) 材料的横向泊松效应对试件的破坏模式有显著影响, 泊松比为零时, 材料的横向位移和端面摩

擦力不会产生,使得初期微裂纹并不呈现三角区形状,与此同时试件没有横向惯性效应,不会产生明显的横向张应力;

(5)使用建立的 SHPB 数值实验平台进行了无机玻璃巴西圆盘数值实验,揭示了圆盘中心开裂和断裂演化特征,以及劈裂拉伸强度的应变率相关性,为今后开展实验研究提供支持。

## 参考文献:

- [1] ZHANG X, ZOU Y, HAO H, et al. Laboratory test on dynamic material properties of annealed float glass [J]. [International Journal of Protective Structures](#), 2012, 3(4): 407–430.
- [2] PERONI M, SOLOMOS G, PIZZINATO V, et al. Experimental investigation of high strain-rate behaviour of glass [C]// *Applied Mechanics and Materials*. Trans Tech Publications, 2011, 82: 63–68.
- [3] 王振, 张超, 王银茂, 等. 飞机风挡无机玻璃在不同应变率下的力学行为 [J]. *爆炸与冲击*, 2018, 38(2): 295–301.  
WANG Z, ZHANG C, WANG Y M, et al. Mechanical behaviours of aeronautical inorganic glass at different strain rates [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2018, 38(2): 295–301.
- [4] NIE X, CHEN W W, WERESZCZAK A A, et al. Effect of loading rate and surface conditions on the flexural strength of borosilicate glass [J]. [Journal of the American Ceramic Society](#), 2009, 92(6): 1287–1295.
- [5] NIE X, CHEN W W. Rate and surface treatment effect on the strength of boro-glass [C]//11th International Congress and Exhibition on Experimental and Applied Mechanics. Orlando, Florida: Society for Experimental Mechanics, 2008: 122–123.
- [6] NIE X, CHEN W W, SUN X, et al. Dynamic failure of borosilicate glass under compression/shear loading experiments [J]. [Journal of the American Ceramic Society](#), 2007, 90(8): 2556–2562.
- [7] ZHANG X, HAO H, MA G. Dynamic material model of annealed soda-lime glass [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2015, 77: 108–119.
- [8] SUN X, LIU W, CHEN W, et al. Modeling and characterization of dynamic failure of borosilicate glass under compression/shear loading [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2009, 36(2): 226–234.
- [9] 臧孟炎, 李军, 雷周. 基于 DEM 的两层结构夹层玻璃冲击破坏特性研究 [J]. [科学技术与工程](#), 2009, 9(3): 549–553.  
ZANG M Y, LI J, LEI Z. Study on impact fracture behavior of Bi-layer laminated glass based on DEM [J]. [Science Technology and Engineering](#), 2009, 9(3): 549–553.
- [10] 臧孟炎, 雷周, 尾田十八. 汽车玻璃的静力学特性和冲击破坏现象 [J]. *机械工程学报*, 2009, 45(2): 268–272.  
ZANG M Y, LEI Z, ODA J. Static characteristic and impact fracture behavior of automobile glass [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(2): 268–272.
- [11] CUNDALL P A. A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system [C]//*Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics*, 1971: 129–136.
- [12] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock [J]. [International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences](#), 2004, 41(8): 1329–1364.
- [13] CHEN W W, SONG B. Split Hopkinson (Kolsky) bar: design, testing and applications [M]. New York: Springer Science & Business Media, 2011: 37–49.
- [14] LI X, ZOU Y, ZHOU Z. Numerical simulation of the rock SHPB test with a special shape striker based on the discrete element method [J]. [Rock Mechanics and Rock Engineering](#), 2014, 47(5): 1693–1709.
- [15] 熊迅, 李天密, 马棋棋, 等. 石英玻璃圆环高速膨胀碎裂过程的离散元模拟 [J]. *力学学报*, 2018, 50(3): 622–632.  
XIONG X, LI T M, MA Q Q, et al. Discrete element simulations of the high velocity expansion and fragmentation of quartz glass rings [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(3): 622–632.
- [16] 王玉芬, 刘连城. 石英玻璃 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2007.  
WANG Y F, LIU L C. Quartz glass [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007.
- [17] 王承遇, 卢琪, 陶瑛. 玻璃的脆性 (一) [J]. [玻璃与搪瓷](#), 2011, 39(6): 37–43.  
WANG C Y, LU Q, TAO Y. Brittleness of glass [J]. [Glass & Enamel](#), 2011, 39(6): 37–43.
- [18] 宋力, 胡时胜. SHPB 测试中的均匀性问题及恒应变率 [J]. *爆炸与冲击*, 2005, 5(3): 207–216.  
SONG L, HU S S. Stress uniformity and constant strain rate in SHPB test [J]. [Explosion and Shock Waves](#), 2005, 5(3):

207–216.

- [19] 邓志方, 黄西成, 谢若泽. SHPB 实验入射波形分析 [C]//中国计算力学大会, 2010.  
DENG Z F, HUANG X C, XIE R Z. Analysis of incident wave in SHPB experiments [C]//Chinese Conference on Computational Mechanics, 2010.
- [20] 陶俊林, 田常津, 陈裕泽, 等. SHPB 系统试件恒应变率加载实验方法研究 [J]. [爆炸与冲击](#), 2004, 24(5): 413–418.  
TAO J L, TIAN C J, CHEN Y Z, et al. Investigation of experimental method to obtain constant strain rate of specimen in SHPB [J]. [Explosion and Shock Waves](#), 2004, 24(5): 413–418.
- [21] SHEIKH M Z, WANG Z, DU B, et al. Static and dynamic Brazilian disk tests for mechanical characterization of annealed and chemically strengthened glass [J]. [Ceramics International](#), 2019, 45(6): 7931–7944.

## Discrete Element Simulations of Dynamic Compression Failure of Inorganic Glass in SHPB Tests

MA Qiqi, XIONG Xun, ZHENG Yuxuan, ZHOU Fenghua

(MOE Key Laboratory of Impact and Safety Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

**Abstract:** Based on the discrete element algorithm (DEM), a numerical split Hopkinson pressure bar (SHPB) platform is established by the mean of particle flow code software (PFC<sup>2D</sup>), and the feasibility of the system has been verified. The failure mode and the dynamic compressive strength of an inorganic glass specimen at different strain rates are investigated. The numerical simulation shows that the inorganic glass exhibits typical brittle characteristics during dynamic compression, and its compressive strength is significantly affected by the strain rate. The Young's modulus, however, is strain rate insensitive. The failure mode of the specimen is affected by the boundary friction as well as the Poisson ratio. In the case of frictional contact, the initial micro-cracks within the specimen are distributed in a triangular zone due to the combined effect of longitudinal pressure and frictional force. With the increase of the longitudinal stress, the transverse tensile stress creates the longitudinal cracks, resulting in the axial splitting. The failure mode in the case of frictionless contact differs from the frictional case, in which no triangular crack zone exists. Moreover, the value of Poisson ratio affects the failure mode as it results in the transverse tensile stress during dynamic loading. Numerical simulations of dynamic Brazilian compression are also conducted to support future experimental works. It shows that Brazilian disk starts failure at the center in the moderate strain rate and the macroscopic splitting tensile strength is strain rate dependent.

**Keywords:** inorganic glass; discrete element method; dynamic compression; failure mode; Brazilian test; rate dependency of strength

# 基于固有型内聚力模型模拟双层夹胶玻璃冲击断裂行为

姚蓬飞<sup>1</sup>, 韩 阳<sup>1</sup>, 姚 芬<sup>1</sup>, 李志强<sup>1,2,3</sup>

- (1. 太原理工大学应用力学与生物医学工程研究所, 山西 太原 030024;  
2. 太原理工大学山西省材料强度与结构冲击重点实验室, 山西 太原 030024;  
3. 力学国家级实验教学示范中心(太原理工大学), 山西 太原 030024)

**摘要:** 为了研究双层夹胶玻璃(LG)在冲击荷载作用下的裂纹扩展规律,采用零厚度固有型内聚力单元裂纹扩展方法建立了球形锤头冲击下两边支撑的LG动力响应的计算模型,内聚力单元使用最大主应力失效准则,探讨玻璃罚刚度 $K$ 值和厚度对裂纹形成路径、范围和数量以及下面板位移的影响。结果表明:(1)冲击荷载作用下,上玻璃板中心首先产生大量细小裂纹和玻璃颗粒,随后径向裂纹不断向外扩展,同时产生大量环向裂纹;(2)随着玻璃 $K$ 值的增加,LG裂纹扩展范围缩小、数量减少,下玻璃板中心位移减小;(3)随着玻璃厚度的增大,LG裂纹范围缩小、数量减少,下玻璃板中心位移减小。研究结果为LG抗冲击设计和安全防护提供了直接依据。

**关键词:** 冲击荷载; 双层夹胶玻璃; 裂纹扩展; 固有型内聚力单元; 罚刚度

**中图分类号:** O347.3

**文献标识码:** A

双层夹胶玻璃(Laminated Glass, LG)是一种常见的复合材料,广泛应用于汽车和建筑行业。在交通事故中,LG作为汽车风挡玻璃对于行人的保护起到至关重要的作用:由于其良好的吸能特性,可以减少行人头部与汽车挡风玻璃之间的冲击作用,降低对行人的伤害;大多数玻璃碎片黏附在PVB胶层上,大大降低了因玻璃碎片飞溅造成的二次伤害。近年来,通过数值仿真方法模拟LG在不同工况下的力学性能成为国内外研究的热点,其中LG在冲击荷载作用下的裂纹扩展行为是目前研究的热点之一。Camanho等<sup>[1]</sup>为研究复合加载状态下复合材料的层间分离行为,在不同材料实体单元层间加入内聚力单元,运用BK(Benzeggagh-Kenane)损伤演化准则在位移模式下模拟复合材料的分层行为,并分别在单一和复合准静态加载模式下进行了复合材料的分层试验以验证模拟结果的合理性。Su等<sup>[2]</sup>提出在ABAQUS有限元软件中对材料模型进行网格划分,在生成的实体单元间插入被赋予软化分离准则、损伤初始准则以及损伤演化准则的内聚力单元模拟裂纹的扩展行为,并进行了劈裂试验、缺口梁的扭转试验、气缸推出试验以及缺口梁的冲击试验,验证了模拟结果的准确性。Xu等<sup>[3]</sup>从市面上的商用有限元软件对PVB夹层玻璃裂纹模拟分析的结构关系出发,将模拟结果与经典的赫兹应力模型的理论结果进行对比,验证了模拟分析结果的准确性。Peng等<sup>[4]</sup>采用LS-DYNA有限元软件,通过改变LG模型中玻璃与胶层的连接方式及网格的大小,讨论两者对冲击荷载作用下LG动态力学响应模拟的影响。Chen等<sup>[5]</sup>将非固有型内聚力单元插入到整个玻璃实体单元间模拟LG在冲击荷载作用下的裂纹扩展行为,并通过固有型内聚力单元模拟玻璃板与PVB胶层间的黏附作用;Pelfrene等<sup>[6]</sup>采用固有型内聚力

\* 收稿日期: 2019-01-21; 修回日期: 2019-03-19

基金项目: 国家自然科学基金(11672199)

作者简介: 姚蓬飞(1993—),男,硕士研究生,主要从事冲击动力学研究. E-mail: 454235864@qq.com

通信作者: 李志强(1973—),男,博士,教授,主要从事冲击动力学研究. E-mail: lizhiqiang@tyut.edu.cn



本构模型研究玻璃层与PVB层间的黏结以及失效作用,随后将固有型内聚力本构模型应用于硬冲击下的单片玻璃破坏研究。Gao等<sup>[7]</sup>采用ABAQUS有限元软件,在玻璃实体单元间插入固有型内聚力单元,PVB夹层用Mooney-Rivlin(MR)超弹性本构模型,通过对比LS-DYNA与ABAQUS有限元软件中超弹性材料本构的参数差异,得出ABAQUS有限元软件中的材料参数设置,并运用ABAQUS模拟LG在冲击荷载作用下的冲击破坏行为。目前,LG冲击破坏性能研究的数值计算方法主要分为4种,分别是离散元/有限元耦合法、单元删除法、扩展有限元(XFEM)、内聚力模型法。离散元/有限元耦合法需考虑离散元区域与有限元区域交界处的几何尺寸差异问题;单元删除法难以真实反映裂纹的张合现象,仿真所得裂纹与试验所得裂纹差别较大;XFEM得到的裂纹模式与试验结果相差较大;而内聚力模型法通过优化脆性材料网格,可获得与试验结果更接近的宏观冲击破坏特性以及实现裂纹的张合现象。因此,本研究采用内聚力模型法模拟LG在冲击荷载作用下的裂纹扩展行为。由于Gao等<sup>[7]</sup>已研究了材料参数对LG抗冲击性能的影响,但在一些材料参数上样本数量不足,无法得出比较有规律性的结论。因此本研究先优化“过渡型”网格画法,然后系统地研究和分析LG在冲击荷载作用下裂纹扩展规律,并细化玻璃厚度和内聚力单元参数 $K$ 的样本数量,进一步研究两者对于LG裂纹扩展的影响。

## 1 理论基础

### 1.1 内聚力破坏理论

在内聚力破坏理论中,断裂发生是裂纹尖端或内聚力区域中物质间克服内聚作用逐渐分离的结果。如图1所示,在裂纹尖端附近的微小区域内,作用力达到材料承受极限时,孔穴开始生长,裂纹随之产生,材料逐渐软化<sup>[8]</sup>。因此,将裂纹尖端的微小区域视为内聚力区。在该区域内,材料受到裂纹尖端应力场作用产生微小的分离量,同时内聚力区表面受到张力作用。通常用表面张力和分离量有关的函数表征内聚力区域的力学性能,即内聚力本构模型。在采用内聚力模型模拟断裂问题时,事先无需设置预制裂纹,通过计算可得到裂纹的发生及裂纹尖端的位置、形状等,一定程度上削弱甚至解决了裂纹尖端应力奇异性<sup>[9]</sup>的问题。

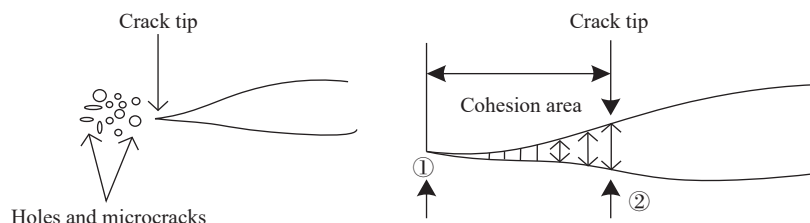


图1 内聚力破坏过程

Fig. 1 Cohesive failure process

## 2 有限元模型

LG由2层相同厚度的玻璃与1层PVB胶层构成,其中单层玻璃的厚度是2 mm,PVB胶层厚度是0.76 mm。考虑到模型对称性以及计算效率问题,模型取LG实际尺寸的1/4进行建模(见图2),LG水平面内尺寸为100 mm×40 mm,玻璃板支撑面内尺寸为40 mm×10 mm,厚度为4 mm,锤头由半球和圆柱体组合而成。有限元模型通过ABAQUS前处理软件建立,单位制采用mm-t-s。如图3所示,LG冲击破坏后其裂纹扩展路径呈现“中心塌陷,环径向裂纹交错并

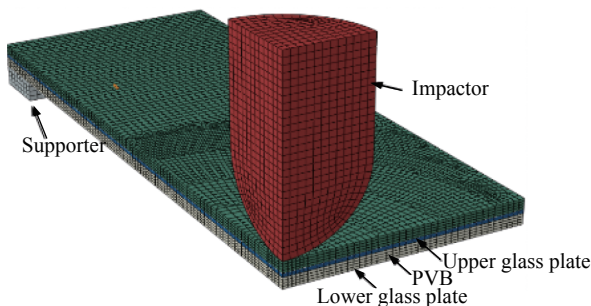


图2 LG模型

Fig. 2 Laminated glass model

由中心向外辐射”的特点。由于固有型内聚力模型法将设置了初始损伤和演化准则的零厚度内聚力单元插入玻璃单元间, 当 LG 冲击破坏后内聚力单元失效, 玻璃单元间发生相对位移, 即裂纹产生, 所以通过该方法模拟 LG 裂纹扩展路径将依赖于玻璃网格的划分方式。为此, 本研究通过对玻璃表面分区并局部布种实现“过渡网格”的划分, 使其中心网格细化, 从中心向外划分足够多的环向和径向的网格, 以遵循玻璃裂纹扩展规律。同时考虑到对于冲击问题的数值仿真, 网格的密度和质量对模拟结果有明显影响。经过多次调试, 采用图 4 所示的网格划分方法, 其中: 玻璃中玻璃实体单元(C3D8)个数为 35 152, 内聚力单元(COH3D8)个数为 95 676; 锤头中实体单元(C3D8)个数为 3 753; PVB 胶层中实体单元(C3D8)个数为 4 397; 橡胶支撑中实体单元(C3D8)个数为 756。上玻璃板、PVB 胶层和下玻璃板在冲击方向( $z$  方向)的网格大小分别为 0.50、0.76、0.50 mm, LG 被分割为 9 层。玻璃与胶层之间通过 Tie 约束实现连接。

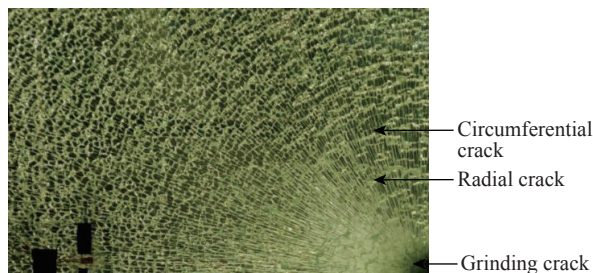


图 3 LG 冲击破坏后的裂纹路径

Fig. 3 Crack path of laminated glass after impact failure

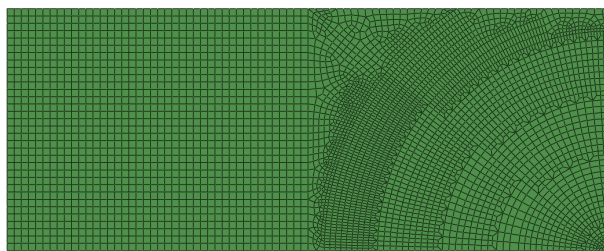


图 4 网格划分

Fig. 4 Mesh generation

### 3 材料本构模型

#### 3.1 内聚力单元本构模型

固有型内聚力本构模型最早应用于模拟复合夹层板间的黏附作用<sup>[10]</sup>, 目前广泛应用于玻璃等脆性材料在高应变率、大变形、高冲击力下脆性断裂行为的仿真模拟。图 5 所示为双线性内聚力本构模型曲线。由图 5 可知, 双线性内聚力本构模型模拟裂纹生成过程可分为两个阶段<sup>[11]</sup>: 在弹性阶段( $OA$  段), 内聚力单元表面张力随等效分离量  $\delta_m$  线性增大, 在该阶段内聚力单元呈现出线弹性的特性, 其中  $K$  为罚刚度, 表征内聚力单元的“软硬”程度; 当  $\delta_m$  达到初始损伤分离量  $\delta_m^0$  时, 材料进入损伤状态, 故称  $AC$  段为损伤演化阶段; 当  $\delta_m$  达到完全失效分离量  $\delta_m^f$  时, 内聚力单元完全失效, 形成裂纹。该内聚力模型在裂纹开始生成前就包含

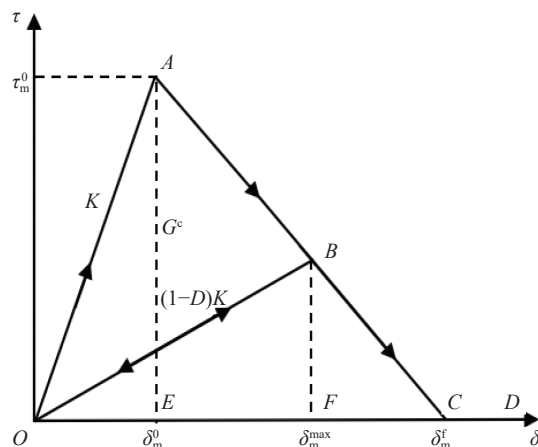


图 5 双线性内聚力本构模型

Fig. 5 Bilinear constitutive model of cohesion

裂纹生成的初始损伤判定准则, 故称其为固有型。常用的固有型内聚力单元本构模型主要有双线性型、梯形型以及指数型。根据内聚力单元间的法向、切向分离量是否合成为等效分离量可将内聚力单元失效模式分为单一模式和混合模式<sup>[12]</sup>: 单一模式是内聚力单元表面的等效位移量等于法向分离量或切向分离量, 混合模式是内聚力单元表面的等效位移量等于法向分离量和切向分离量的合成分离量。本研究采用混合模式的双线性内聚力本构模型研究 LG 在冲击作用下的裂纹扩展行为。

由图 5 可知, 双线性内聚力本构模型涉及到 4 个参数: 等效分离量  $\delta_m$ 、初始损伤分离量  $\delta_m^0$ 、完全失效分离量  $\delta_m^f$  以及不同分离量对应的应力值  $\tau_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )。可通过以下公式计算上述 4 个参数。

(1) 等效分离量  $\delta_m$  的计算公式如下

$$\delta_m = \sqrt{\langle \delta_1 \rangle^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2} = \sqrt{\langle \delta_1 \rangle^2 + \delta_{\text{shear}}^2} \quad (1)$$

式中:  $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 、 $\delta_3$  分别为 Mode I、II 和 III 所对应的分离量,  $\delta_{\text{shear}}$  为切向分离量, 运算符  $\langle \rangle$  表示如下

$$\langle \delta_1 \rangle = \begin{cases} 0 & \delta_1 \leq 0 \\ \delta_1 & \delta_1 > 0 \end{cases} \quad (2)$$

为了表征玻璃的脆性, 采用最大名义应力准则作为材料的损伤起始准则, 即

$$\max \left( \frac{\langle \tau_1 \rangle}{T_1}, \frac{\langle \tau_2 \rangle}{T_2}, \frac{\langle \tau_3 \rangle}{T_3} \right) = 1 \quad (3)$$

式中:  $T_1$  为 Mode I 所对应的材料抗拉强度,  $T_2$ 、 $T_3$  分别为 Mode II 和 Mode III 下对应的材料抗剪强度。假定 Mode I、II 和 III 下的  $K$  值均相同, 弹性阶段的拉应力和剪应力  $\tau_1$ 、 $\tau_2$ 、 $\tau_3$  的计算公式如下

$$\tau_i = K \delta_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

$$T_i = K \delta_i^0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

式中:  $\delta_i^0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 分别为 Mode I、II 和 III 下对应的初始损伤分离量。

(2) 分别将(1)式、(4)式和(5)式代入(3)式, 可整理出材料初始损伤分离量的表达式

$$\delta_m^0 = \begin{cases} \left[ (\delta_1^0)^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 \right]^{\frac{1}{2}} & \delta_1 = \delta_1^0 \\ \left[ \delta_1^2 + (\delta_i^0)^2 + \delta_j^2 \right]^{\frac{1}{2}} & \delta_i = \delta_i^0 \quad (i, j = 2, 3; i \neq j) \end{cases} \quad (6)$$

(3) 本研究通过 BK 准则<sup>[13]</sup>表征材料的损伤演化过程, 在该准则下假定 Mode II、III 下的能量释放率相等, 即  $G_2^c = G_3^c$ , 由 BK 准则的表达式可得完全失效分离量  $\delta_m^f$

$$\delta_m^f = \begin{cases} \frac{2}{K \delta_m^0} \left[ G_1^c + (G_2^c - G_1^c) \left( \frac{\beta^2}{1 + \beta^2} \right)^\eta \right] & \delta_1 > 0 \\ \sqrt{(\delta_2^f)^2 + (\delta_3^f)^2} & \delta_1 \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\delta_i^0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 分别表示 Mode I、II 和 III 下所对应的能量释放率<sup>[14]</sup>;  $\beta = \delta_{\text{shear}}/\delta_1$  和  $\eta$  分别表示混合度和材料参数;  $\delta_2^f$ 、 $\delta_3^f$  分别为 Mode II 和 Mode III 下材料完全失效分离量。

### 3.2 系统本构模型

在系统本构模型中将玻璃实体和钢性材质的锤头均视为线弹性体。而 PVB 胶层是一种高分子聚合物<sup>[15]</sup>, 具有很好的柔韧性, 其应力-应变曲线与橡胶材料类似, 故 PVB 本构模型采用与橡胶材料相似的超弹性材料。PV B 胶层和橡胶支撑均采用 ABAQUS 中的 Mooney-Rivlin 本构模型<sup>[16]</sup>。内聚力单元参数  $K=500$  GPa/mm,  $T_1=T_2=T_3=60$  MPa,  $G_1^c=10$  N/m,  $G_2^c = G_3^c = 50$  N/m; 本研究中  $K$  值、玻璃刚度  $T$  以及能量释放率  $G$  的选取参考 Chen 等<sup>[5]</sup>的参数设置。材料物性参数如表 1 所示。

表 1 各材料物性参数  
Table 1 Physical parameters of each material

Material	Material type	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\nu$	$E/\text{GPa}$	$D_1$	$C_{10}/\text{MPa}$	$C_{01}/\text{MPa}$
Glass	Elasticity	2 500	0.2	74			
Impactor	Elasticity	7 850	0.27	206			
PVB	Hyperelasticity	1 000	0.49		0.012	1.60	0.06
Supporter	Hyperelasticity	1 100	0.49		0.023	0.874	0.009

Note:  $\nu$  is the Poisson's ratio,  $D_1$ ,  $C_{10}$  and  $C_{01}$  are material parameters.

## 4 结果分析

### 4.1 仿真工况

为了更好地了解冲击荷载下 LG 裂纹的产生和扩展规律, 分别研究了 LG 玻璃厚度和固有型内聚力单元参数  $K$  值对裂纹扩展过程以及下玻璃板中心位移的影响。在不考虑 PVB 胶层和玻璃板间黏附作用失效、锤头质量为 144 g 以及冲击速度为 6.78 m/s 的情况下, 利用 ABAQUS 有限元软件分别模拟了 4 组不同  $K$  值和 5 组不同玻璃厚度的 LG 冲击破坏响应, 并分析其结果。分别在以下两种情况下讨论: (1) 当确定玻璃厚度为 2 mm 时, 变化  $K$  值; (2) 当  $K$  值为 500 GPa/mm 时, 变化玻璃厚度。LG 标准件模型(简称 LG 标件)参数:  $K$  值为 500 GPa/mm, 玻璃厚度为 2 mm, PVB 胶层厚度为 0.76 mm。具体工况如表 2 所示。

表 2 模拟工况

Table 2 The simulated cases

Case No.	Thickness of upper glass plate/mm	Thickness of PVB/mm	Thickness of lower glass plate/mm	Penalty stiffness $K/(\text{GPa} \cdot \text{mm}^{-1})$
G1	1	0.76	1	500
G2	2	0.76	2	500
G3	3	0.76	3	500
G4	4	0.76	4	500
G5	5	0.76	5	500
G6	6	0.76	6	500
K1	2	0.76	2	500
K2	2	0.76	2	750
K3	2	0.76	2	1 000
K4	2	0.76	2	1 250

### 4.2 裂纹模态分析

图 6 对比了试验与仿真所得的冲击力随时间变化曲线, 二者的趋势基本保持一致。由试验得到的冲击力-时间曲线可知: 冲击开始时, 冲击力迅速增大, 并在冲击时间为 0.081 ms 时达到峰值 583.9 N; 随后冲击力随着冲击时间的增大而逐渐减小并趋于稳定。而仿真得到的冲击力-时间曲线中, 冲击力峰值为 653.5 N, 对应的冲击时间为 0.09 ms。将仿真得到的冲击力峰值与试验值进行对比发现, 其相对误差为 11.92%; 同时冲击力峰值出现时刻二者也较为吻合。

图 7 给出了试验与仿真所得到的 LG 上表面的最终裂纹对比。试验和仿真所得的 LG 裂纹均包括局部粉碎裂纹、环向裂纹和径向裂纹, 两者较为吻合; 其中粉碎形裂纹均位于冲击点附近的圆形区域, 试验、仿真中该区域直径与玻璃板宽度的比值分别为 0.152 和 0.160, 两者的相对误差为 5.3%。

图 8 给出了 LG 标件在冲击荷载作用下的裂纹扩展过程以及试验结果。LG 在冲击荷载作用 30  $\mu\text{s}$  时, 受到锤头冲击作用的 LG 中心发生凹陷, 出现多条环径向裂纹, 并产生许多细小的玻璃颗粒。随后

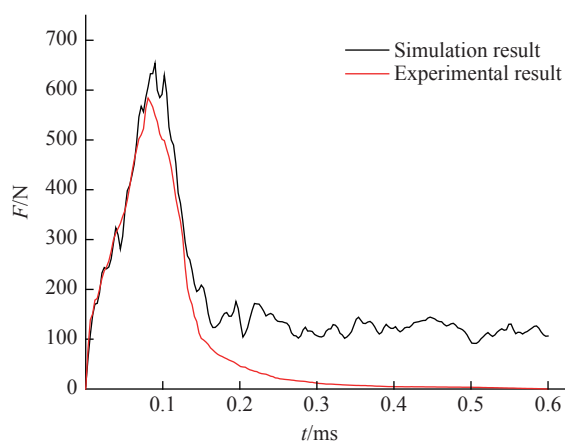


图 6 试验与仿真所得冲击力曲线对比

Fig. 6 Comparison of impact force curve obtained from test and simulation



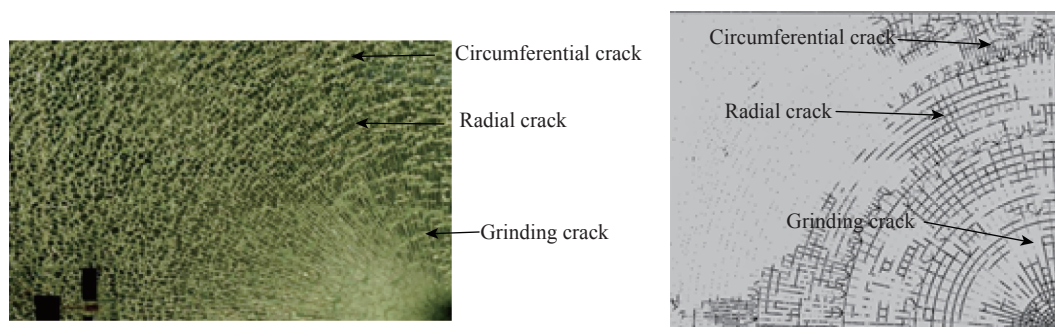


图7 试验与仿真所得LG裂纹对比

Fig. 7 Comparison diagram of laminated glass crack obtained by test and simulation

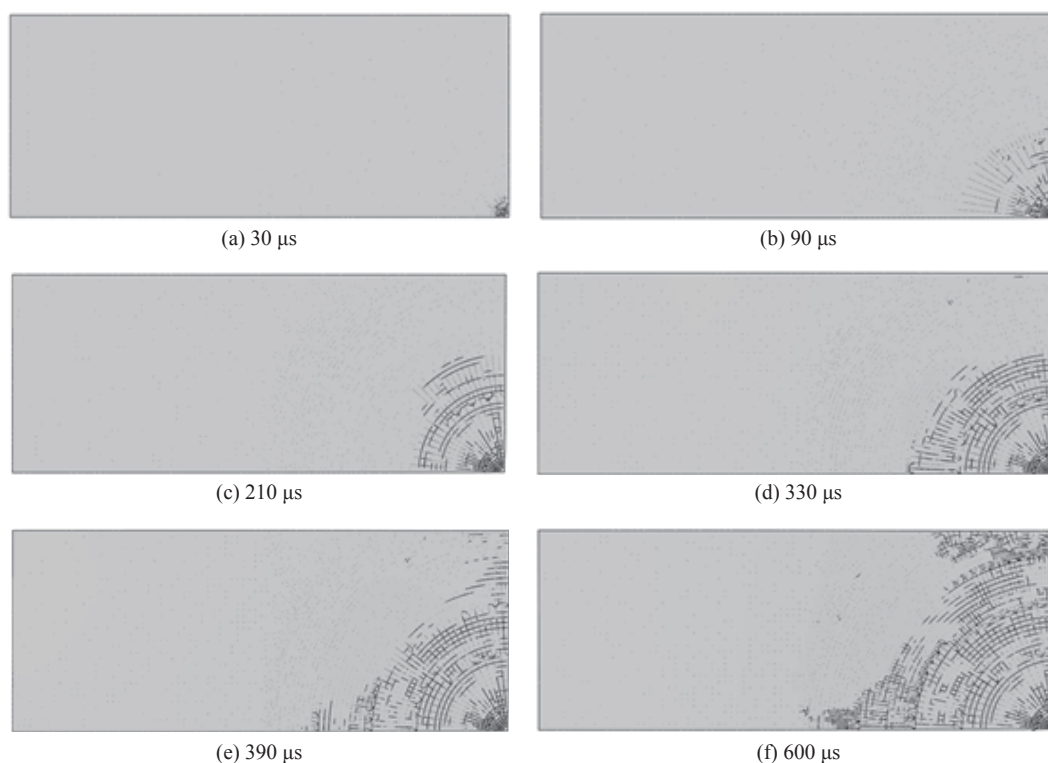


图8 冲击荷载作用下LG裂纹扩展的试验结果

Fig. 8 Experimental result of LG crack growth under impact load

径向裂纹继续向外扩展,并伴随少量相近径向裂纹间的环向裂纹产生。330  $\mu\text{s}$ 后,大量环向裂纹产生并伴随着径向裂纹向外延伸,继续产生更大半径的环向裂纹,裂纹最终延伸到玻璃板边缘,与试验获得的LG裂纹扩展模式较为吻合。

图9所示为LG破坏机理及其仿真结果。LG刚受到冲击荷载作用时,玻璃单元两端受弯矩作用,上、下玻璃板均上部受压下部受拉,但上玻璃板受压区域大于受拉区域,而下玻璃板受拉区域大于受压区域,其仿真结果模式未发生变化,如图9(a)所示;随着冲击过程的进行,下玻璃板受拉部分首先发生断裂,随即整个下玻璃板完全断开,仿真结果中下玻璃板单元间发生明显的相对位移而产生裂纹,如图9(b)所示;随后PVB胶层受力拉伸,上玻璃板受拉区域拉力增大并发生断裂,仿真结果中上玻璃板单元开始发生微小的相对位移,如图9(c)所示;最终上玻璃板完全断裂,仿真结果中上玻璃板发生明显的相对位移,LG在此处完全开裂,如图9(d)所示。单层玻璃的破坏机理与LG单层玻璃板的破坏机理相同,但由于PVB胶层的粘连作用使LG破坏后的玻璃碎片粘连在一起,不会发生飞溅,从而起到保护

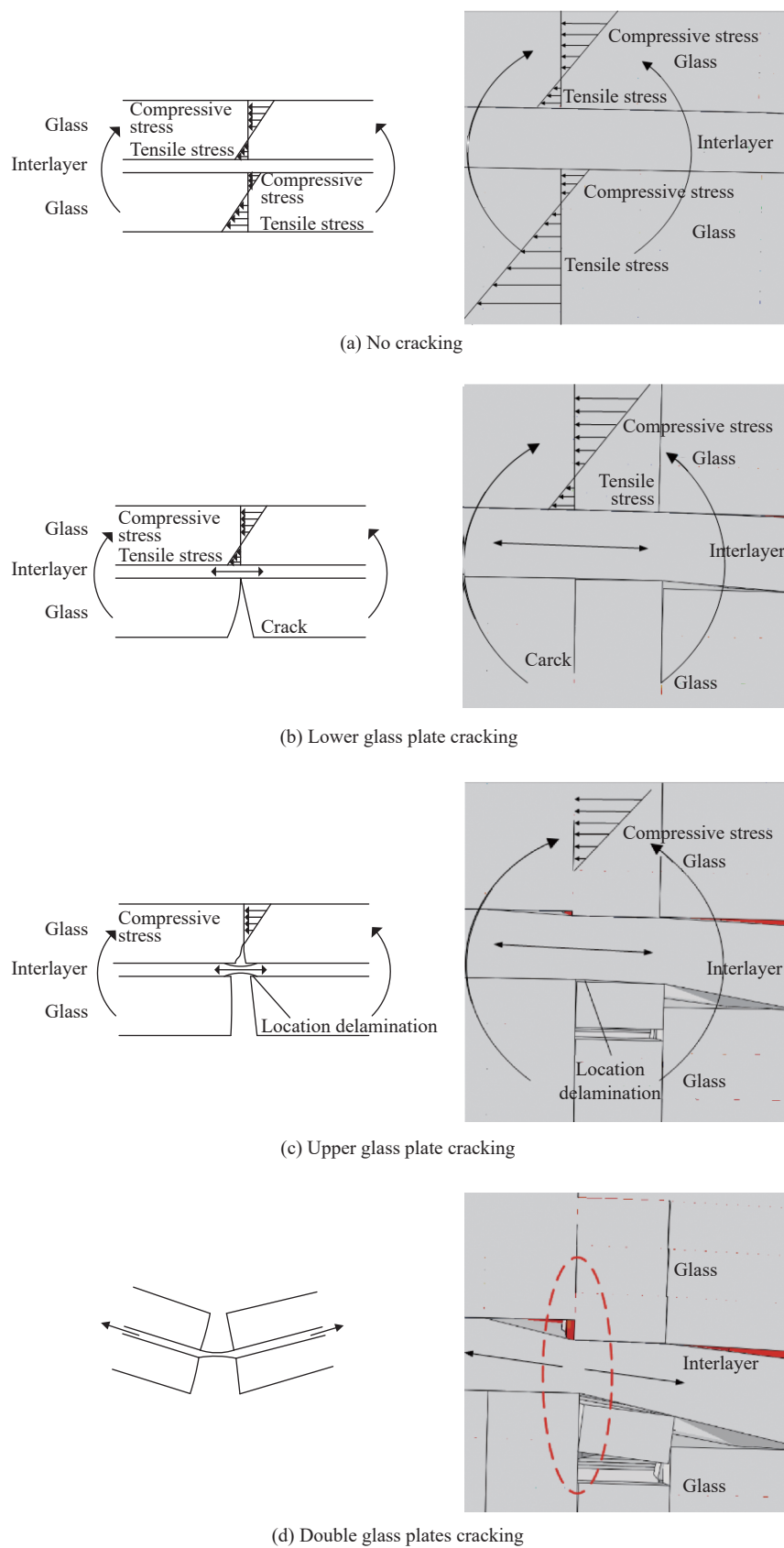


图 9 LG 破坏机理图(左列)及其仿真结果(右列)

Fig. 9 The failure mechanism diagram of LG (left column) and its simulation results (right column)

作用。从仿真结果可知,PVB胶层受到冲击作用后,其上下受压,中心受拉变形,由于未考虑PVB胶层的破坏,未对其设置初始损伤及其演化准则,因此PVB胶层没有发生断裂,呈现出类橡胶的超弹性材料特性。

通过上述分析,比较试验和仿真得到冲击力-时间曲线、LG裂纹形态以及破坏机理可知,仿真结果和试验结果较吻合。因此,采用基于固有型内聚力单元模拟LG在冲击荷载作用下裂纹扩展行为的方法是可行的。

### 4.3 罚刚度 $K$ 对LG裂纹扩展的影响

图10所示为LG标件在不同 $K$ 值下的裂纹模式。由图10可知,内聚力单元材料参数 $K$ 值会影响裂纹扩展的模式。随着 $K$ 值的增加,距LG中心较远的外围环径向裂纹更加明显,裂纹扩展的范围更大,但对于裂纹生成过程和数量影响不大。

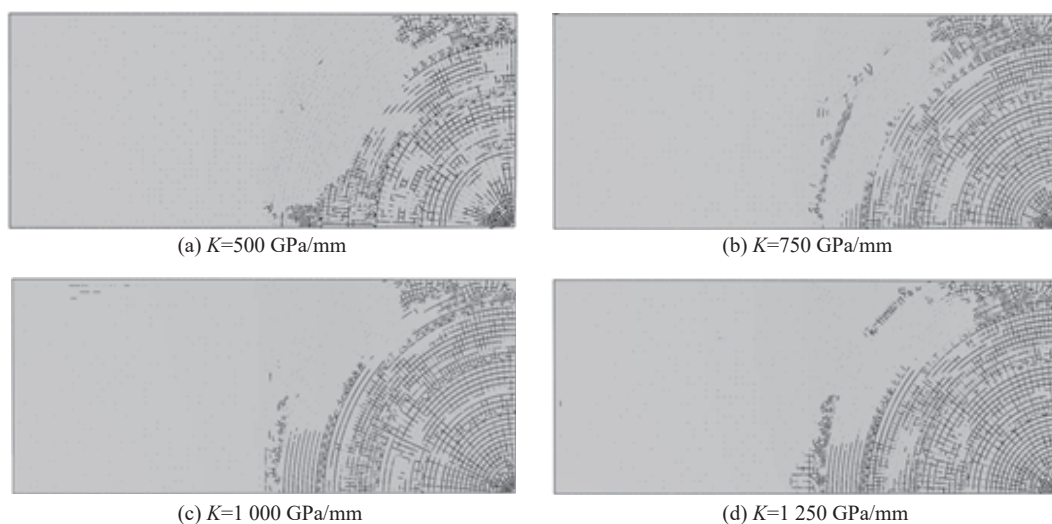


图10 LG标件在不同 $K$ 值下的裂纹模式

Fig. 10 Crack modes of LG specimens at different  $K$  values

### 4.4 玻璃厚度对LG裂纹扩展的影响

图11给出了相同 $K$ 值下不同玻璃厚度对LG裂纹扩展的影响。由图11可知:随着玻璃厚度的增加,玻璃表面环向及径向裂纹条数减少,其抗冲击性能明显提高;但玻璃厚度达到4 mm后,随着玻璃厚度的增加,各组裂纹个数差别不明显。因此,当玻璃厚度达到4 mm后再增加玻璃厚度,其抗冲击性能差异不明显,对玻璃抗冲击性能的提升不大。

### 4.5 下玻璃板的中心位移

图12显示在玻璃厚度为2 mm的情况下,不同 $K$ 值对LG下玻璃板中心位移 $u$ 的影响。随着 $K$ 值的增加,LG下玻璃板的中心位移变化范围逐渐减小;但当 $K=1\,250$  GPa/mm时,LG下玻璃板的中心位移变大,与上述趋势不符。由此说明, $K$ 值影响玻璃板的刚度, $K$ 值越大玻璃板的中心位移越小;当 $K$ 值大于1 000 GPa/mm以后,两者不成正相关关系。

图13显示在 $K$ 值为500 GPa/mm的情况下,不同玻璃板厚度对LG下玻璃板中心位移的影响。随着玻璃厚度的增加,LG下玻璃板的中心位移逐渐减小;当玻璃厚度为3 mm时,LG下玻璃板中心开始发生回弹作用;当玻璃厚度为4 mm时,LG下玻璃板中心开始发生明显的回弹作用。因此,LG玻璃板越厚,回弹的位移越大,其刚度越大。

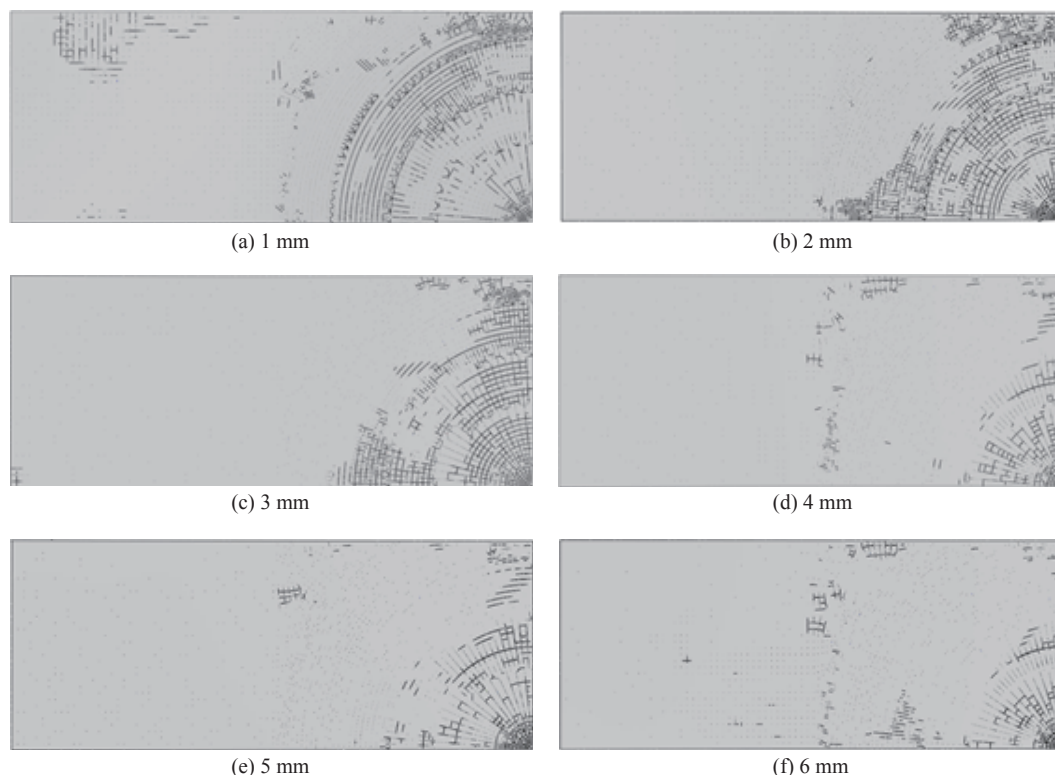
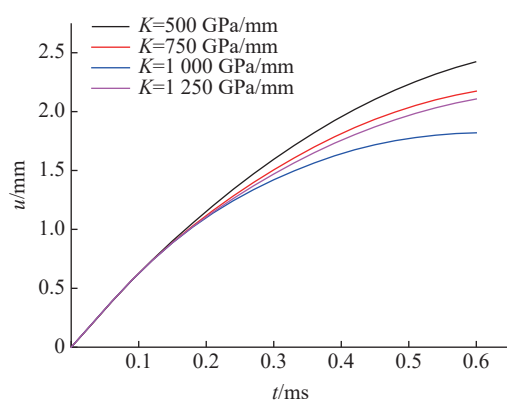
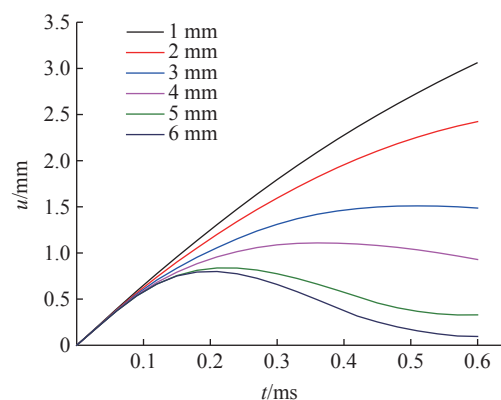
图 11 不同玻璃厚度的 LG 裂纹模式( $K=500 \text{ GPa/mm}$ )Fig. 11 LG crack modes with different glass thicknesses ( $K=500 \text{ GPa/mm}$ )图 12 不同  $K$  值的 LG 中心位移时程曲线Fig. 12 LG center displacement time-history curves with different penalty stiffnesses  $K$ 

图 13 不同玻璃厚度的 LG 中心位移时程曲线

Fig. 13 LG center displacement time-history curves with different thicknesses of glass layer

## 5 结 论

在不考虑 PVB 胶层与玻璃板间的黏附作用的情况下,采用固有型内聚力模型,利用 ABAQUS 有限元软件模拟了 LG 在冲击荷载作用下的裂纹扩展过程,分析材料参数罚刚度  $K$  和玻璃厚度对 LG 响应的影响,得到以下结果。

(1) 当 LG 玻璃厚度为 2 mm、PVB 胶层厚度为 0.76 mm、 $K$  值为 500 GPa/mm 时,其裂纹扩展的过程是:当落锤接触玻璃表面时,玻璃表面迅速产生中心小范围的环向和径向裂纹并产生玻璃颗粒;随后径向裂纹首先向外扩展;环向裂纹在相邻径向裂纹间扩展,并随着时间的推移相互连接形成较大的环形裂纹。



(2)当玻璃厚度为2 mm、PVB胶层为0.76 mm时,改变 $K$ 值会影响LG裂纹扩展的模式以及下玻璃板的中心位移。随着 $K$ 值的增大,LG裂纹扩展的范围增大,但裂纹数量及裂纹模式无明显变化;下玻璃板的中心位移减小,但当 $K$ 值大于1 000 GPa/mm后,两者关系不明显。因此, $K$ 值对LG裂纹扩展过程影响不明显,但对于玻璃的刚度影响较大。

(3)当 $K$ 值为500 GPa/mm、PVB胶层为0.76 mm时,改变玻璃厚度也会影响LG裂纹扩展的模式和下玻璃板的中心位移。随着玻璃厚度增加,LG裂纹扩展的范围减小并且裂纹个数减少,同时下玻璃板的中心位移减小;当玻璃厚度为3 mm时,LG下玻璃板中心开始发生回弹作用;当玻璃厚度为4 mm时,LG下玻璃板中心开始发生明显的回弹作用。由此可知,玻璃厚度对LG裂纹扩展以及刚度有较为明显的影响。

## 参考文献:

- [1] CAMANHO P P, DAVILA C G, DE MOURA M F. Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials [J]. *Journal of Composite Materials*, 2003, 37(16): 1415–1438.
- [2] SU X, YANG Z, LIU G. Finite element modelling of complex 3D static and dynamic crack propagation by embedding cohesive elements in Abaqus [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2010, 23(3): 271–282.
- [3] XU J, LI Y. Crack analysis in PVB laminated windshield impacted by pedestrian head in traffic accident [J]. *International Journal of Crashworthiness*, 2009, 14(1): 63–71.
- [4] PENG Y, YANG J, DECK C, et al. Finite element modeling of crash test behavior for windshield laminated glass [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2013, 57: 27–35.
- [5] CHEN S, ZANG M, XU W. A three-dimensional computational framework for impact fracture analysis of automotive laminated glass [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, 294: 72–99.
- [6] PELFRENE J, DAM S V. Numerical analysis of the peel test for characterisation of interfacial debonding in laminated glass [J]. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 2015, 62: 146–153.
- [7] GAO W, XIANG J, CHEN S, et al. Intrinsic cohesive modeling of impact fracture behavior of laminated glass [J]. *Materials & Design*, 2017, 127: 321–335.
- [8] RAVICHANDAR K, YANG B. On the role of microcracks in the dynamic fracture of brittle materials [J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 1997, 45(4): 535–563.
- [9] PARAMESWARAN V, SHUKLA A. Crack-tip stress fields for dynamic fracture in functionally gradient materials [J]. *Mechanics of Materials*, 1999, 31(9): 579–596.
- [10] RAHUL-KUMAR P, JAGOTA A, BENNISON S J, et al. Polymer interfacial fracture simulations using cohesive elements [J]. *Acta Materialia*, 1999, 47(15/16): 4161–4169.
- [11] CHEN S, ZANG M, WANG D, et al. Numerical analysis of impact failure of automotive laminated glass: a review [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2017, 122: 47–60.
- [12] GOUTIANOS S, SØRENSEN B F. Path dependence of truss-like mixed mode cohesive laws [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, 91: 117–132.
- [13] BENZEGGAGH M, KENANE M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus [J]. *Composites Science and Technology*, 1996, 56(4): 439–449.
- [14] LEE T W. The energy release rate for two-dimensional crack problems with centrifugal loads [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1995, 51(5): 741–752.
- [15] PELFRENE J, KUNTSCHE J, VAN DAM S, et al. Critical assessment of the post-breakage performance of blast loaded laminated glazing: experiments and simulations [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 88: 61–71.
- [16] XU J, LI Y, GE D, et al. Experimental investigation on constitutive behavior of PVB under impact loading [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 38(2): 106–114.

## Simulation of the Impact Fracture Behavior of Double Laminated Glass Based on Intrinsic Cohesive Model

YAO Pengfei<sup>1</sup>, HAN Yang<sup>1</sup>, YAO Fen<sup>1</sup>, LI Zhiqiang<sup>1,2,3</sup>

(1. *Institute of Applied Mechanics and Biomedical Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;*

2. *Shanxi Key Laboratory of Material Strength and Structural Impact, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;*

3. *Mechanics National Experimental Teaching Demonstration Center, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

**Abstract:** In order to investigate the crack propagation law of double layered laminated glass (LG) under impact load, a model for calculating the dynamic response of the both sides support LG under the impact of a spherical hammer head is established by using the zero-thickness intrinsic cohesive method. The maximum principal stress failure criterion is applied to the intrinsic cohesive element. The effects of penalty stiffness  $K$  and thickness of glass on crack formation path, range and number, as well as the displacement of lower panel were discussed. Simulation results show that: (1) under the impact load, a large number of fine cracks and glass particles are first generated in the center of LG upper glass plate, and then a large number of circumferential cracks are generated in the process of continuous outward propagation of radial cracks; (2) with the increase of the  $K$  value of the glass penalty stiffness, the crack growth range and the number of cracks decrease, and the center displacement of the lower glass plate decreases; (3) with the increase of glass thickness, the crack range and number decrease, and the center displacement of the lower glass plate decreases. The results provide a direct basis for LG shock resistant design and safety protection.

**Keywords:** impact load; double layered laminated glass; crack propagation; intrinsic cohesive; penalty stiffness

# 三向围压下碳酸盐岩的动态力学试验

咸玉席<sup>1</sup>, 刘志远<sup>2</sup>, 张俊江<sup>2</sup>, 孙清佩<sup>1</sup>, 董研<sup>1</sup>, 卢德唐<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学工程科学学院近代力学系, 安徽 合肥 230027;

2. 中国石油化工股份有限公司西北油田分公司, 新疆 乌鲁木齐 830011)

**摘要:** 原位地层中的碳酸盐岩在动态冲击下的力学行为是研究大规模开发碳酸盐岩油气藏的基础。利用真三轴霍普金森压杆装置, 对碳酸盐岩在三向围压下的动态力学行为进行研究, 测得碳酸盐岩试样在受到三向不同围压、单向冲击荷载作用下的动态应变率和动态抗压强度, 揭示出在三向围压下碳酸盐岩受到动态冲击后仅出现微裂缝开裂的特征。

**关键词:** 碳酸盐岩; 动态冲击; 应变率; 三维霍普金森压杆; 裂缝扩展

**中图分类号:** O347; TU375

**文献标识码:** A

碳酸盐岩油气藏一般具有埋藏深的特点, 如塔河奥陶系缝洞型碳酸盐岩油气藏的埋深在5700~7000 m之间, 地层压力在56~85 MPa之间, 溶洞为油气的主要储集体<sup>[1-2]</sup>。对深部碳酸盐岩地层进行强冲击作用, 可使裂缝扩展, 溶洞沟通, 是实现碳酸盐岩油气藏大规模开发的可能途径之一。因此, 碳酸盐岩材料的动态力学行为一直是碳酸盐岩油气藏开发者关注的问题。深部碳酸盐岩地层的地质条件复杂, 非均质性强, 导致碳酸盐岩的力学特性复杂, 难以通过常规实验得出力学性质的变化规律。目前, 针对碳酸盐岩的研究主要集中在准静态力学测试<sup>[3-6]</sup>和基于测井资料的力学特性分析<sup>[7-8]</sup>, 而强冲击荷载作用下的动态力学行为研究则主要集中于压缩波在碳酸盐岩中的传播和衰减以及破坏特性方面。例如: Grady等<sup>[9]</sup>通过实验研究了岩石的加载波及卸载波响应, Tyburczy等<sup>[10]</sup>研究碳酸盐岩的动态压缩特性及相态变化。原位地层状态下碳酸盐岩的力学行为分析主要集中在三轴围压下岩石的破裂以及相关的多孔介质的渗透率变化<sup>[11]</sup>, 但是施加的动态载荷多为准静态载荷。受实验条件的限制, 有关碳酸盐岩的动态载荷研究大多针对一维应变下的应力-应变关系及其应变率效应, 处于三向围压下的碳酸盐岩动态力学特性实验研究鲜有报道。

本工作通过自行研制的三向围压动态实验装置, 对碳酸盐岩的动态力学特性进行实验研究, 以期获得碳酸盐岩在三向围压下的动态应变率效应和裂缝开裂机理。

## 1 碳酸盐岩实验试样制备

为模拟深埋碳酸盐岩在三向围压( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ )下的动态冲击力学性能, 要求试样具有典型碳酸盐岩的物理性质, 为此选取西部某地碳酸盐岩露头岩石进行加工。碳酸盐岩立方体试样的边长为50 mm, 各边长度相差小于2%; 试样平行端面间的不平行度偏差小于0.05 mm, 相邻面具有良好的垂直度, 最大偏差小于0.25°。为最大程度地减少碳酸盐岩试样与6个端面的摩擦效应, 将试样表面磨光。

## 2 实验装置和实验方法

实验在三向围压动态冲击加载实验装置(见图1)上完成, 实验装置中3个方向的入射杆和透射杆的长度远大于碳酸盐岩试样尺寸, 可以认为满足一维应力波理论的假设及试样内应力及应变均匀的假

\* 收稿日期: 2018-10-19; 修回日期: 2018-11-29

基金项目: 国家科技重大专项(2017ZX05009005-002); “十三五”国家科技重大专项(2016ZX05014-005-003)

作者简介: 咸玉席(1981—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: yxxian@ustc.edu.cn

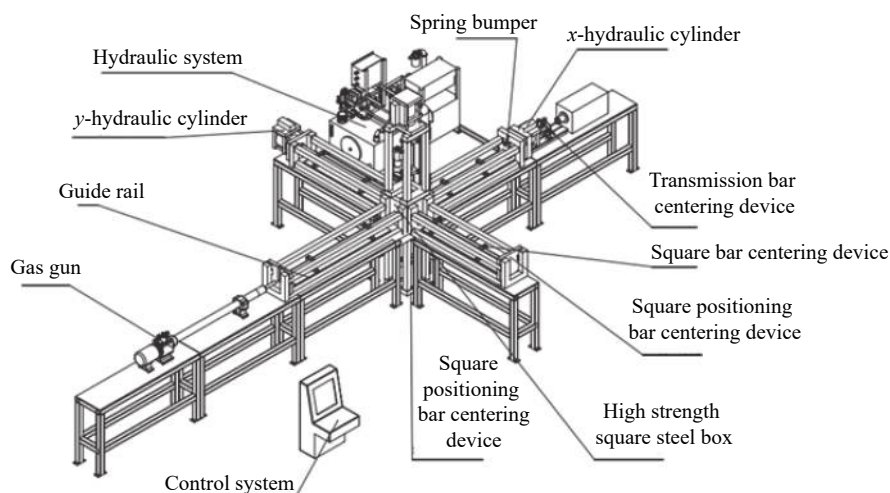


图1 三向围压动态冲击加载 SHPB 实验装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of triaxial confining impact loading SHPB test system

设,与一维分离式霍普金森压杆(Split Hopkinson Pressure Bar, SHPB)装置的基础假设理论一致。在 $x$ 、 $y$ 、 $z$  3个方向的6根杆上的中间位置分别贴上应变片,并连接两台示波器;由于碳酸盐岩的脆性高,若两端面的不平行度高或光滑度低,则施加很小的载荷即可能让整个试样开裂。为此,在试样表面涂抹润滑剂凡士林,将其放置于设备中心处,6根杆的中心线与试样的中心线重合,6根杆的端面与试样表面紧密接触。

三向围压加载过程中各方向上的最大载荷应根据碳酸盐岩的岩石特性确定。每个方向的载荷分级可按照等差级数或等比级数进行选择,由此进行3个方向静载的有机组合,确定合理的静载施加方案。由液压伺服控制系统施加较低的静荷载,在 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向上的静荷载分别为5.92、5.40和7.08 MPa。以0.05 MPa/s的加载速度从3个方向同步施加压力至预定的静载,通过静态电阻应变仪读取6根杆上应变片的数值,计算静载下试件在3个方向的压缩量。

利用气炮驱动子弹(气压为0.97 MPa),使子弹以12.15 m/s的速度撞击输入杆,输入杆产生压缩波,压缩波经过输入杆与试样界面,产生透射波和反射波。透射波在试样内 $x$ 方向传播并经过试样与透射杆界面,再次产生透射波和反射波。试样中的压缩波在 $x$ 方向传播时, $y$ 和 $z$ 方向产生横向压缩波,传播至试样与杆接触界面时同样产生透射波和压缩波。 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向上6根杆的动态信号通过示波器采集。数据采集结束后,对试样进行卸压,回收样品,记录试件的破坏形态。

### 3 实验结果与分析

图2显示了碳酸盐岩试样真三轴动态冲击前后的形貌。可以发现:冲击加载前,试样 $x^+$ 面没有微裂缝,而冲击加载后 $x^+$ 面中心位置出现微裂缝,同时在边缘处出现一条长裂缝, $x^+$ 面内的胶结物位置处未发生开裂; $x^-$ 面在冲击加载前有明显的微裂缝和胶结物,但冲击载荷作用后 $x^-$ 面内仅在边缘处出现一条微裂缝。 $y^+$ 面内在冲击实验前无明显的裂缝,但有明显的胶结物,受到冲击载荷作用后 $y^+$ 面内出现两组4条微裂缝,并且在一个直角位置处开裂; $y^-$ 面内在冲击实验前无微裂缝,但有胶结物,而在冲击载荷作用后出现4条微裂缝,并且面内出现崩裂。实验前 $z^+$ 面存在一条明显的胶结物条纹,但实验后未发现条纹开裂,仅仅在试样的一个边角处发生开裂;实验前 $z^-$ 面内没有天然发育的微裂缝,但存在明显的胶结物条纹,冲击载荷作用后 $z^-$ 面内出现两条明显的微裂缝。

从试样破坏结果可以看出, $x$ 方向的两个面未发生崩裂破坏,而 $y$ 方向和 $z$ 方向都发生断面崩落,这可能与试样尺寸有关。本试样尺寸为50.08 mm×49.91 mm×49.95 mm,在 $y$ 和 $z$ 方向上垫板与试样接触,压缩波通过垫板后,垫板向压缩波传播方向运动,导致试样与垫板之间产生一定的间隙,试样内的压缩波很快变成拉伸波,从而导致在 $y$ 和 $z$ 方向上产生剥落现象。



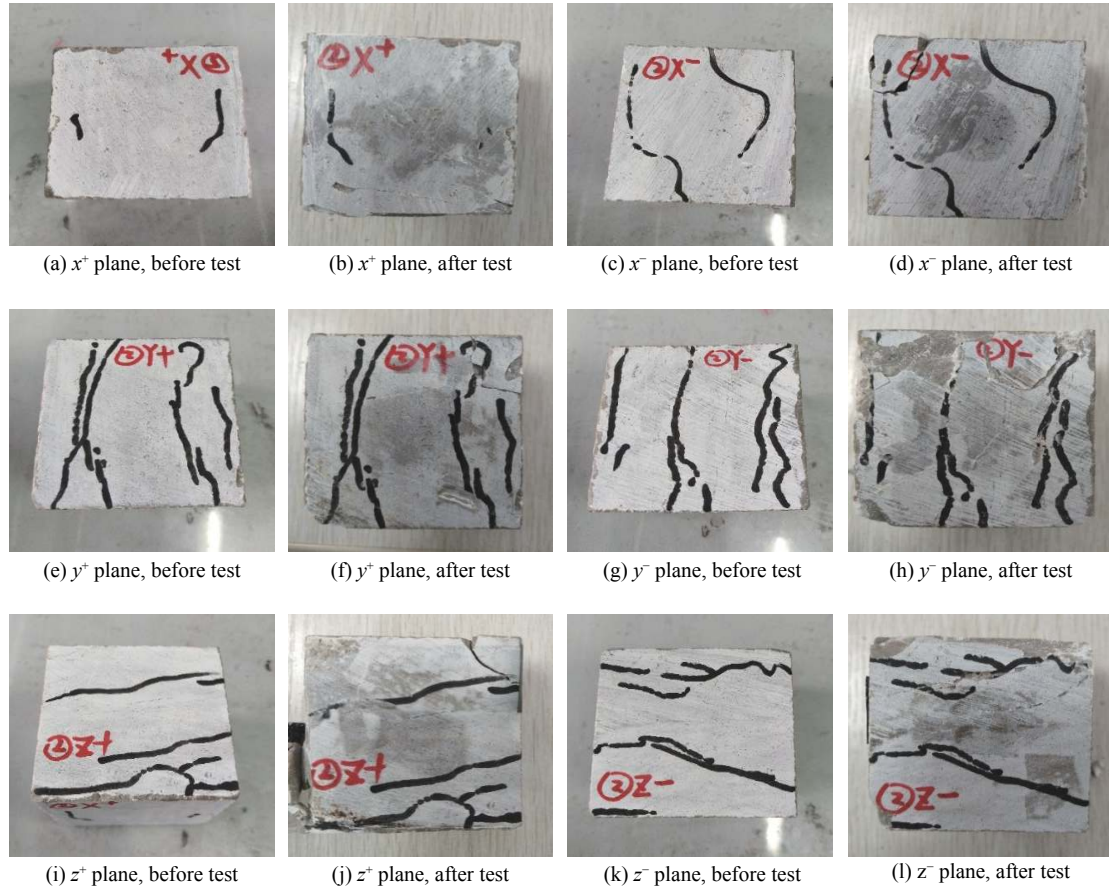


图 2 碳酸盐岩真三轴动态冲击测试试样

Fig. 2 Carbonate rock specimen under triaxial confining impact loading

试件在  $x$  方向的动态应变率  $\dot{\varepsilon}_{d1}$ 、应变  $\varepsilon_{d1}$  和应力  $\sigma_{d1}$  的计算公式与常规 SHPB 的计算公式相同, 可根据  $x$  方向的入射波、透射波和反射波信号通过三波法计算公式得到, 即

$$\dot{\varepsilon}_{d1}(t) = \frac{C_0}{L_{s1}} [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t) - \varepsilon_t(t)] \quad (1)$$

$$\varepsilon_{d1}(t) = \frac{C_0}{L_{s1}} \int_0^t [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t) - \varepsilon_t(t)] dt \quad (2)$$

$$\sigma_{d1}(t) = \frac{A_0}{2A_{s1}} E_0 [\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)] \quad (3)$$

式中:  $C_0$  为杆中的纵波波速,  $L_{s1}$  为试样在冲击方向的长度,  $E_0$  为杆的弹性模量,  $A_0$  和  $A_{s1}$  分别为冲击方向方杆和试样的横截面积,  $\varepsilon_i$ 、 $\varepsilon_r$ 、 $\varepsilon_t$  分别为冲击方向方杆的入射波、反射波和透射波信号。

对于非冲击的  $y$  和  $z$  方向, 由图 3(b) 和图 3(c) 可见,  $y^+$  与  $y^-$  方向、 $z^+$  与  $z^-$  方向的波形总体上具有较好的一致性, 仅有略微差异, 因而  $y$  方向的动态应力  $\sigma_{d2}(t)$  和应变  $\varepsilon_{d2}(t)$  以及  $z$  方向的动态应力  $\sigma_{d3}(t)$  和应变  $\varepsilon_{d3}(t)$  可由试样两端面的动态应力和应变的平均值得到, 即

$$\sigma_{d2}(t) = \frac{A_0}{2A_{s2}} E_0 [\varepsilon_{y+}(t) + \varepsilon_{y-}(t)] \quad (4)$$

$$\varepsilon_{d2}(t) = \frac{C_0}{L_{s2}} \int_0^t [\varepsilon_{y+}(t) + \varepsilon_{y-}(t)] dt \quad (5)$$

$$\sigma_{d3}(t) = \frac{A_0}{2A_{s3}} E_0 [\varepsilon_{z+}(t) + \varepsilon_{z-}(t)] \quad (6)$$

$$\varepsilon_{d3}(t) = \frac{C_0}{L_{s3}} \int_0^t [\varepsilon_{z+}(t) + \varepsilon_{z-}(t)] dt \quad (7)$$

式中:  $A_{s2}$ 和 $A_{s3}$ 分别为 $y$ 和 $z$ 方向试样的面积,  $L_{s2}$ 和 $L_{s3}$ 分别为 $y$ 和 $z$ 方向试样的长度,  $\varepsilon_{y+}(t)$ 、 $\varepsilon_{y-}(t)$ 、 $\varepsilon_{z+}(t)$ 、 $\varepsilon_{z-}(t)$ 分别为 $y$ 和 $z$ 方向4根杆上测得的应变。

由图4可得: 试样在 $x$ 、 $y$ 和 $z$ 方向上的应变率最大值分别为130.85、11.27和11.71  $s^{-1}$ ,  $x$ 方向上的应变率比 $y$ 和 $z$ 方向上的应变率高一个数量级, 并且 $y$ 和 $z$ 方向上的应变率相近, 与试样在这两个方向上的尺寸相近相一致。

图5为碳酸盐岩真三轴动态冲击测试得到的动态应力-应变曲线。可以看出: 试样在 $x$ 方向上的最大应变为0.0073, 动态应力强度为161.70 MPa; 动态应变达到最大值并保持不变, 此时动态应力强度增大至174.50 MPa; 随后动态应变减小到0.0072, 动态应力强度达到最大值184.10 MPa。考虑到施加在试样 $x$ 方向的围压为5.48 MPa, 所以 $x$ 方向上的最大应力强度为189.58 MPa。然而, 由应变率效应引起的动态应力强度应为174.50 MPa, 可以认为试样在有围压的情况下冲击加载的应力强度为179.98 MPa。

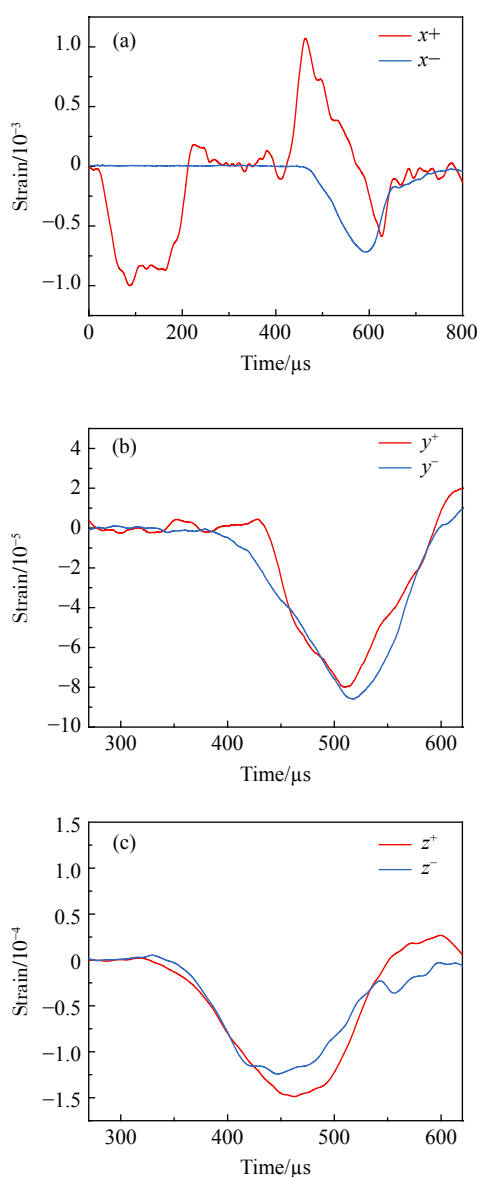


图3 碳酸盐岩试样真三轴动态冲击测试原始曲线

Fig. 3 Original sampling curves of carbonate rock specimen under true triaxial dynamic impact

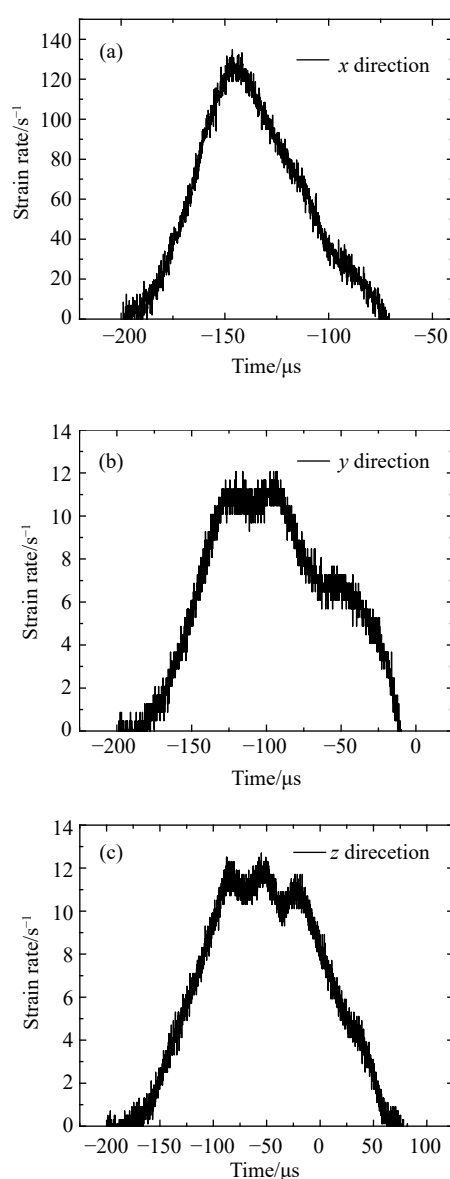


图4 真三轴动态冲击下碳酸盐岩试样的应变率曲线

Fig. 4 Strain rate curves of carbonate rock specimen under true triaxial dynamic impact

图 6(a) 给出了  $y$  方向上的动态应力-应变关系。当应变达到  $2.5 \times 10^{-4}$  时, 动态应力强度达到 11.275 MPa; 随后应变持续增大, 但动态应力强度出现一个平台段; 当应变达到  $6.4 \times 10^{-4}$  时, 动态应力强度开始下降, 最终降至零以下。试样在  $y$  方向的围压为 5.40 MPa, 因此  $y$  方向的最大应力强度为 16.675 MPa。同理, 从图 6(b) 可以看出: 在  $z$  方向的动态应力-应变曲线上, 碳酸盐岩呈现出弹塑性变形行为; 当应变达到  $4.33 \times 10^{-4}$  时, 动态应力强度达到 11.91 MPa, 随后发生动态塑性变形; 当应变达到  $1.2 \times 10^{-3}$  时, 动态屈服强度达到最大值 11.11 MPa; 随着动态应变的继续增大, 动态应力强度逐渐减小, 最后恢复到零以下。在  $z$  方向施加的围压为 7.08 MPa, 因此  $z$  方向上的最大应力强度为 18.19 MPa。通过对比  $y$  和  $z$  方向上的动态应力强度, 可以发现两者相近, 说明当  $y$  和  $z$  方向施加的围压相近时, 试样在  $y$  和  $z$  方向的应变率相近, 进而导致动态应力强度相近。

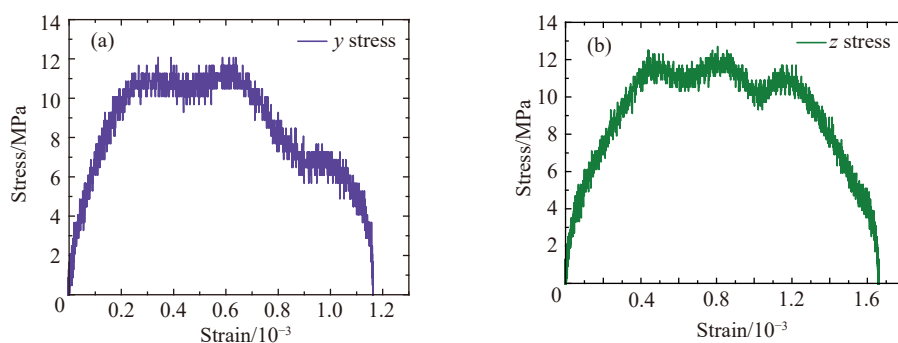


图 6 碳酸盐岩真三轴动态冲击下试样的动载荷与动态应变的关系 ( $y$  和  $z$  方向)

Fig. 6 Dynamic stress-strain response for carbonate rock specimen tested by true triaxial dynamic impact test (In  $y$  and  $z$  directions)

## 4 结 论

利用三向围压动态冲击加载实验装置, 对碳酸盐岩试样处于三向围压下的动态力学性能进行实验研究。碳酸盐岩试样在冲击方向上的应变率和最大应力强度与其相互垂直的两个方向的应变率和最大应力强度相比高一个数量级。三向围压下冲击后碳酸盐岩试样在 3 个方向的端面都出现微裂缝, 但是观察试样表面发现, 碳酸盐岩中胶结物的分布状态对三向围压下的动态开裂没有影响。

## 参考文献:

- [1] 康玉柱. 中国古生代碳酸盐岩古岩溶储集特征与油气分布 [J]. 天然气工业, 2008, 28(6): 1-12.  
KANG Y Z. Characteristics and distribution laws of paleokarst hydrocarbon reservoirs in palaeozoic carbonate formations in China [J]. Natural Gas Industry, 2008, 28(6): 1-12.
- [2] 杨坚, 吴涛. 塔河油田碳酸盐岩缝洞型油气藏开发技术研究 [J]. 石油天然气学报, 2008(3): 326-328.  
YANG J, WU T. Technique of reservoir development in carbonate fracture-vug reservoirs in TaHe oilfield [J]. Journal of Oil and Gas Technology, 2008(3): 326-328.
- [3] AMEEN M S, SMART B G D, SOMERVILLE J M, et al. Predicting rock mechanical properties of carbonates from wireline logs (A case study: Arab-D reservoir, Ghawar field, Saudi Arabia) [J]. Marine and Petroleum Geology, 2009, 26(4): 430-444.

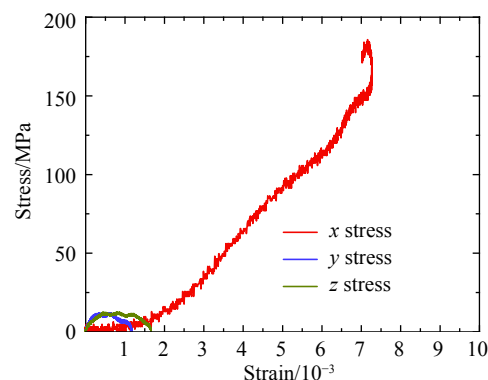


图 5 碳酸盐岩真三轴动态冲击下试样的动载荷与动态应变的关系

Fig. 5 Dynamic stress-strain curves for carbonate rock specimen tested by true triaxial dynamic impact test

- [4] JAROT S, ARIFFIN S. Characterization, pressure, and temperature influence on the compressional and shear wave velocity in carbonate rock [J]. *International Journal of Engineering and Technology*, 2009, 9(10): 80–93.
- [5] 徐国盛. 济阳坳陷古潜山碳酸盐岩储集层声力学特征 [J]. *成都理工大学学报 (自然科学版)*, 2004, 31(6): 663–667.  
XU G S. Acoustic and mechanical characteristics of carbonate rock reservoir of buried hills in Jiyang Depression, China [J]. *Journal of Chengdu University of Technology (Science & Technology Edition)*, 2004, 31(6): 663–667.
- [6] FIORETTI G, ANDRIANI G F. Ultrasonic wave velocity measurements for detecting decay in carbonate rocks [J]. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 2018, 51(2): 179–186.
- [7] 蒋廷学, 汪永利, 丁云宏, 等. 由地面压裂施工压力资料反求储层岩石力学参数 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(14): 2424–2429.  
JIANG T X, WANG Y L, DING Y H, et al. Determination of rock mechanics parameters by pressure of surface fracturing treatment [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(14): 2424–2429.
- [8] 路保平, 鲍洪志. 岩石力学参数求取方法进展 [J]. *石油钻探技术*, 2005, 33(5): 47–50.  
LU B P, BAO H Z. Advances in calculation methods for rock mechanics parameters [J]. *Petroleum Drilling Techniques*, 2005, 33(5): 47–50.
- [9] GRADY D E, HOLLENBACH R E, SCHULER K W. Compression wave studies on calcite rock [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1978, 83(B6): 2839–2849.
- [10] TYBURCZY J A, AHRENS T J. Dynamic compression and volatile release of carbonates [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1986, 91(B5): 4730–4744.
- [11] DAUTRIAT J, GLAND N, DIMANOV A, et al. Hydromechanical behavior of heterogeneous carbonate rock under proportional triaxial loadings [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2011, 116(B1): 1–26.

## Experimental Study on Dynamic Mechanics of Carbonate Rock under Triaxial Confining Pressure

XIAN Yuxi<sup>1</sup>, LIU Zhiyuan<sup>2</sup>, ZHANG Junjiang<sup>2</sup>, SUN Qingpei<sup>1</sup>, DONG yan<sup>1</sup>, LU Detang<sup>1</sup>

(1. *Department of Modern Mechanics, School of Engineering Science, University of*

*Science and Technology of China, Hefei 230027, China;*

*2. Northwest Oil Field Branch of Sinopec, Urumqi 830011, China)*

**Abstract:** The dynamic mechanical behavior of carbonate rock subjected to dynamic impact in *in-situ* formation is one of the basic understandings for the large-scale development of carbonate reservoirs. In this paper, the dynamic mechanics of carbonate rock under true triaxial confining pressures was experimental investigated by 3D Hopkinson pressure bar system. During the experiment, the carbonate rock specimens were under the true triaxial confining pressures and loaded dynamically in one incident bar. The dynamic strain rate and dynamic compressive strength of carbonate rock under true triaxial confining pressures were obtained to characterize the differences in the three vertical directions. The results demonstrate that only microcracks appear in true triaxial confining carbonate rock subjected to the dynamic loading.

**Keywords:** carbonate rock; dynamic impact; strain rate; 3D-Hopkinson pressure bar; fracture expansion



# 冲击载荷作用下岩体拉-压损伤破坏的 边坡抛掷爆破模拟

梁 瑞<sup>1</sup>, 周文海<sup>1</sup>, 余建平<sup>1</sup>, 李珍宝<sup>1</sup>, 杜超飞<sup>1</sup>, 王敦繁<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学石油化工学院, 甘肃 兰州 730050;

2. 浙江大学海洋学院, 浙江 舟山 316021)

**摘要:** 为了获得边坡台阶爆破时岩体在冲击载荷作用下破碎和抛掷过程中各物理参量的变化规律, 将构建的岩体动态拉-压损伤本构关系嵌入模拟软件进行数值分析。结果表明: 振动波三轴合成速率曲线与质点振动位移曲线的变化趋势所对应的时间节点和步长基本吻合, 可作为降振减灾的判定指标; 岩体最早于 0.6 ms 左右从坡脚位置产生裂纹, 直至 12.5 ms 左右裂纹裂隙完成扩展, 所形成的炮孔粉碎区半径约 28 cm; 抛掷块状分离现象从炮孔药包的中间部位开始, 最大抛掷速度集中于该部位至边坡自由面之间的垂直区域内, 边坡自由面抛掷速度小于炮孔周围岩块抛掷速度, 导致抛掷过程中形成二次挤压破碎现象; 破碎大块主要来源于边坡坡脚、炸药与堵塞物接触面两侧围岩以及台阶顶部自由面处, 大块块体直径分布于 1.6~2.7 m 范围。

**关键词:** 冲击载荷; 拉-压损伤破坏; 损伤耦合; 抛掷爆破

**中图分类号:** O347.1; TU457

**文献标识码:** A

工程爆破是一个极为复杂的瞬态动力破坏过程, 很难用具体的理论去全面解释, 所以借助软件运用数值法预估冲击载荷作用下脆性岩体爆破的整个过程成为当前工程爆破的研究热点。如 Budiansky 等<sup>[1]</sup>为研究岩体爆破过程中裂纹裂隙的扩展情况, 运用细观力学对岩体中存在的裂隙群进行分析, 在此基础上建立了爆破冲击载荷作用下岩体损伤本构关系; 朱传云等<sup>[2]</sup>将非连续变形分析法 (Discontinuous Deformation Analysis, DDA) 运用到台阶抛掷爆破模拟研究中, 通过分析给出非均质岩体在爆轰气体准静态作用下岩块抛掷轨迹以及形成爆堆的堆积情况; Munjiza<sup>[3]</sup>采用 FEM/DEM (有限元法/离散元法) 模拟爆破过程中裂纹扩展情况, 考虑了岩体本身存在的节理面, 将网格划分为三角形单元, 相邻单元边上嵌入粘结的节理单元, 通过节理断裂模拟裂隙拓展; 黄永辉等<sup>[4]</sup>采用 RHT 材料本构模型对台阶抛掷爆破进行数值模拟, 获得了坡面岩块抛掷轨迹和爆堆形状, 并运用岩体塑性拉伸损伤理论, 给出了岩块抛掷速率传播规律。

学者们虽然通过建立岩体在冲击载荷作用下单纯受拉时的不同损伤本构关系研究了岩质边坡爆破情况, 但是却未考虑岩体在受压状态下的硬化效应, 而合理的屈服破坏本构关系对于岩体爆破模拟结果的准确性至关重要。在岩体受拉状态下, 若用 Taylor-Chen-Kusmaul (TCK) 损伤演化方程表征岩体破坏规律, 并设定材料响应服从弹性胡克定律, 则简单明了; 在受压状态下, 设定其应力-应变行为服从双线性、弹塑性本构, 并遵循 Mises 屈服准则, 解决了以往该本构关系不考虑岩体在受压状态下的硬化效应的问题, 从而较合理地反映爆炸载荷下岩体的弹塑性变形规律。

\* 收稿日期: 2018-04-03; 修回日期: 2018-04-19

基金项目: 国家自然科学基金 (51566010, 51076061); 甘肃省自然科学基金 (B061709)

作者简介: 梁 瑞 (1968—), 男, 博士, 教授, 主要从事安全工程与工程爆破研究。E-mail: liangr@lut.cn

通信作者: 周文海 (1989—), 男, 硕士, 助教, 主要从事安全工程与工程爆破研究。

E-mail: 18394499554@139.com

## 1 岩体宏观缺陷耦合的节理拉压损伤本构模型

### 1.1 拉裂损伤计算模型

岩体本身存在各式各样的裂纹裂隙,也称原始损伤,在爆破载荷拉应力作用下该损伤进一步扩展。Budiansky 等<sup>[1]</sup>基于“自洽法”求出了损伤介质的弹性模量。TCK 模型提出在爆炸载荷拉应力作用下岩体介质中的裂纹将被激活,并且该裂纹相互挤压碰撞形成相互作用力。存在原始损伤的同性岩体有效体积模量可表示为

$$\frac{K}{K_0} = 1 - \frac{16}{9} f_1(\nu) C_d = 1 - D \quad (1)$$

式中:  $K$ 、 $K_0$  分别为损伤介质体积模量和初始体积模量;  $f_1(\nu) = (1 - \nu^2)/(1 - 2\nu)$ , 其中  $\nu$  为泊松比;  $C_d$  为介质裂纹密度;  $D$  为损伤标量。

Taylor 等<sup>[5]</sup>提出岩体介质在冲击载荷作用下的泊松比变化关系式

$$\nu = \nu_0 \left( 1 - \frac{16}{9} C_d \right) \quad (2)$$

式中:  $\nu_0$  为介质的初始泊松比。

Kipp 等<sup>[6]</sup>提出可用 Weibull 函数精确计算在冲击拉应力作用下单位介质的原始损伤裂纹被激活数目  $N$ , 即

$$N = \xi \left( \frac{p}{3k} \right)^m \quad (3)$$

式中:  $p$  为冲击应力;  $\xi$ 、 $m$  为 Weibull 函数的分布参数。

Taylor 等<sup>[5]</sup>曾提出岩体等脆性介质在动态冲击载荷作用下的碎块半径公式

$$r = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{20} K_{IC}}{\rho C \dot{\epsilon}_{v, \max}} \right)^{2/3} \quad (4)$$

式中:  $K_{IC}$ 、 $\rho$  分别为介质的断裂韧性和密度,  $C$  为纵波波速,  $\dot{\epsilon}_{v, \max}$  为介质断裂时的体应变率。碎块平均半径  $r$  和裂纹密度  $C_d$  之间的函数关系可表示为

$$C_d = N \varpi r^3 \quad (5)$$

式中:  $\varpi$  为比例系数。

把(3)式和(4)式代入(5)式可得

$$C_d = \xi \left( \frac{p}{3k} \right)^m \left[ \varpi \cdot \frac{1}{8} \left( \frac{\sqrt{20} K_{IC}}{\rho C \dot{\epsilon}_{v, \max}} \right)^2 \right] = \frac{5}{2} \xi \varpi \left( \frac{p}{3k} \right)^m \left( \frac{K_{IC}}{\rho C \dot{\epsilon}_{v, \max}} \right)^2 \quad (6)$$

设  $\kappa = \xi \varpi$ , 则

$$C_d = \frac{5}{2} \kappa \left( \frac{p}{3k} \right)^m \left( \frac{K_{IC}}{\rho C} \right)^2 \dot{\epsilon}_{v, \max}^{-2} \quad (7)$$

由(1)式可求得拉裂损伤函数式

$$D = \frac{16}{9} f_1(\nu) C_d \quad (8)$$

根据弹性力学理论中以应力表示应变的广义胡克定律, 有

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) \quad (9)$$

式中:  $\epsilon_x$  为  $x$  方向应变,  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴方向应力,  $E$  为弹性模量。

(9)式可改写为

$$\varepsilon_x = \frac{1+\nu}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (10)$$

式中:  $\sigma_x = s_x + \sigma_m$ ,  $3\sigma_m = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ ;  $s_x$  为  $x$  方向偏主应力,  $\sigma_m$  为平均正应力。将该等式代入(10)式可得

$$\varepsilon_x = \frac{1+\nu}{E}(s_x + \sigma_m) - 3\frac{\nu}{E}\sigma_m = \frac{1+\nu}{E}s_x + \frac{1-2\nu}{E}\sigma_m \quad (11)$$

令  $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$  为体积模量,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  为剪切弹性模量, 将  $K$ 、 $G$  代入(11)式可得

$$\varepsilon_x = \frac{s_x}{2G} + \frac{\sigma_m}{3K} \quad (12)$$

在弹性力学中, 以应力表示应变的广义胡克定律为

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \\ \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \\ \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_x) \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \end{cases} \quad (13)$$

对用应力表示应变的广义胡克定律(即(13)式)中其他 5 式按照(9)式~(12)式的方法改写, 最后可将  $K$ 、 $G$  形式的本构关系张量形式写成如下统一形式

$$\varepsilon_{ij} = \frac{s_{ij}}{2G} + \frac{\sigma_m}{3K}\delta_{ij} \quad (14)$$

式中:  $\varepsilon_{ij}$  为应变张量,  $s_{ij}$  为偏应力张量,  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 记号。以应变表示应力的本构关系张量下标式为

$$\sigma_{ij} = 2Ge_{ij} + 3K\varepsilon_m\delta_{ij} \quad (15)$$

由弹性体积变形定律可知  $\sigma_m = K\varepsilon_v = 3K\varepsilon_m$ , 故岩体拉应力损伤-应变本构关系可表示为

$$\Delta\sigma_{ij} = K_d\delta_{ij}\Delta\varepsilon_v + 2G_d\Delta e_{ij} \quad (16)$$

式中:  $K_d$  和  $G_d$  代表损伤介质的模量;  $\Delta\varepsilon_v$  和  $\Delta e_{ij}$  为体应变增量和偏应变增量,  $\Delta\varepsilon_v = 3\varepsilon_m$ 。

## 1.2 压应力作用下硬化效应的本构关系

假设岩体介质在爆轰气体压缩作用下服从各向同性硬化的弹塑性本构关系, 该屈服方程可表示为<sup>[7]</sup>

$$\Phi = \sigma_i^2 - \sigma_y^2 \quad (17)$$

式中:  $\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}}$ 。根据广义胡克定律, 用张量形式表示偏应力  $s_{ij}$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad (18)$$

爆炸过程中, 在动力载荷作用下岩体介质有效塑性应变  $\varepsilon_{\text{eff}}^p$  和达到断裂破坏的屈服极限  $\sigma_y$  的函数关系式为

$$\varepsilon_{\text{eff}}^p = \int_0^t \sqrt{\frac{3}{2}}\dot{\varepsilon}_{ij}^p dt \quad (19)$$

$$\sigma_y = \sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{\text{eff}}^p \quad (20)$$

式中:  $E_p$  为塑性硬化模量, 通常可取  $0.1E$ ;  $\beta$  为硬化参数; 而  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^e$ 。(17)式中, 当  $\Phi \leq 0$  时为弹性或中性加载;  $\Phi > 0$  为塑性硬化。

### 1.3 拉-压损伤本构模型嵌入模拟软件

大型有限元分析软件 LS-DYNA 对于瞬时动力和大变形破坏模拟自带丰富的材料库,同时还为用户提供方便的模型导入窗口。为此本研究将存在宏细观缺陷的边坡岩体拉裂损伤计算模型和压应力作用下硬化效应的本构关系耦合,导入该模拟软件进行台阶爆破计算,模拟爆炸冲击作用下振动波速度传播规律、裂纹裂隙扩展状态、爆轰压力分布、抛掷运动轨迹以及岩体破碎块度情况。具体流程如图1所示。

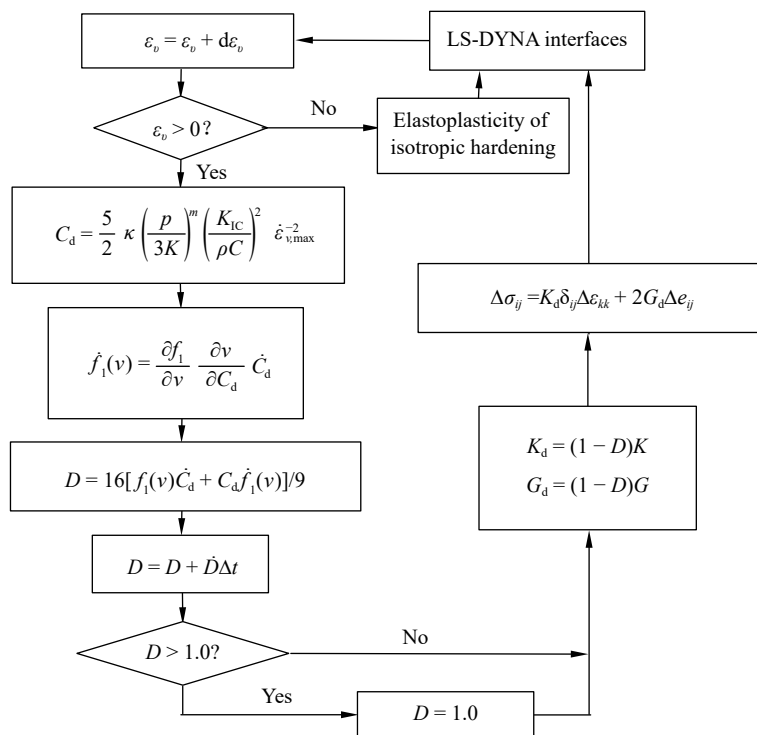


图1 损伤模型嵌入流程

Fig. 1 Flowchart for damage model

## 2 模型及材料参数选取

### 2.1 模型构建

以某一实际高陡边坡台阶抛掷爆破为背景,建立单孔起爆三维实体模型。设置无反射边界条件约束台阶底面以及左右边界面,整个过程对所有材料施加重力约束,起爆方式为孔底起爆,抛掷方向设定在垂直于边坡自由面法线方向;台阶高度取12 m,坡面角70°,最小抵抗线设置3.5 m,孔径150 mm,孔深14.5 m,堵塞长度4 m。参照Ma等<sup>[8]</sup>的研究结果确定模型整体规格,台阶下部平盘与台阶上部平盘均取10 m长,坡面高度取12 m,下层台阶高8 m。为节省运算时间和空间,并且动态显示爆破过程中岩体裂纹裂隙扩展和抛掷趋势,将模型厚度定义为一个单元厚度,具体模型如图2所示。

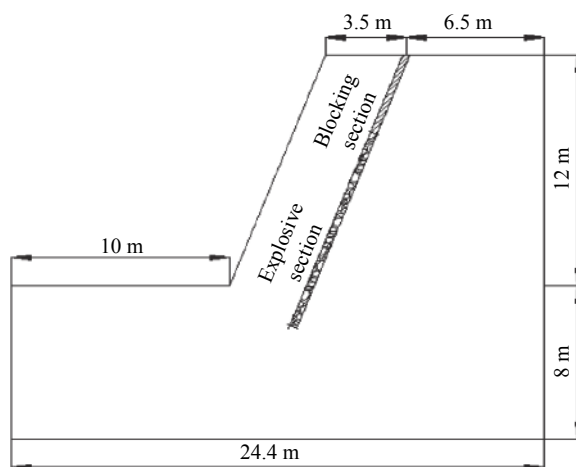


图2 台阶平面模型

Fig. 2 Model of the bench plane



岩石材料选取典型的弹塑性材料作为研究对象,即采用 MAT\_PLASTIC\_KINEMATIC 模型。岩石的主要物理力学参数见表 1, 其中  $\rho$  为密度。

表 1 岩石主要物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of rock

$\rho/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	$E/\text{GPa}$	$\nu$	$\sigma_0/\text{MPa}$	$\beta$	$G/\text{GPa}$	$K/\text{GPa}$	$K_{IC}/(10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-3/2})$
2.7	18.23	0.23	102	1.0	7.41	11.25	5.32

## 2.2 炸药材料及模型

炸药选取 2# 岩石乳化炸药, 其材料类型为 HIGH\_EXPLOSIVE\_BURN。炸药状态方程选取不考虑炸药产物成分的 JWL 状态方程, 具体参数如表 2 所示, 其中:  $A$ 、 $B$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $\omega$  为材料参数,  $E_0$  为初始比内能,  $p$  为压力,  $V_0$  为爆轰前炸药的初始比容。

表 2 炸药主要参数

Table 2 Parameters of explosive

$\rho/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	$p/\text{GPa}$	$A/\text{GPa}$	$B/\text{GPa}$	$R_1$	$R_2$	$\omega$	$E_0/\text{GPa}$	$V_0$
1.2	27	52.1	0.182	4.2	0.9	1.1	4.192	1.0

炸药爆炸时 JWL 状态方程的具体形式为<sup>[9]</sup>

$$p = A \left( 1 - \frac{\omega}{R_1 V} \right) e^{-R_1 V} + B \left( 1 - \frac{\omega}{R_2 V} \right) e^{-R_2 V} + \frac{\omega E}{V} \quad (21)$$

式中:  $V$  为爆轰产物的相对比容。

## 3 数值模拟结果分析

### 3.1 合成速度分析

爆破降振作为当下工程爆破研究中最广泛的课题之一, 研究人员通常将装药量、孔排间距、起爆方式、延时、振动速率、振动频谱等作为研究指标。依据试验的可行性和理论的成熟度, 可将通过测振试验得到的爆破振动速率, 特别是垂直方向 ( $y$  轴) 的振动速率作为振动大小 (质点位移) 的评判标准<sup>[10-14]</sup>。然而, 分析现场试验实测的振动速率-时间曲线和振动位移-时间曲线变化趋势发现, 振动波三轴合成速率 ( $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ )-时间曲线与介质振动位移-时间曲线变化趋势基本吻合, 并且三轴合成速率与介质振动位移之间的相关性优于  $y$  轴振动速率<sup>[15]</sup>。故将三轴合成速率作为爆破振动评判标准更为合理。通过数值模拟得到的振动波三轴合成速率-时间云图如图 3 所示。

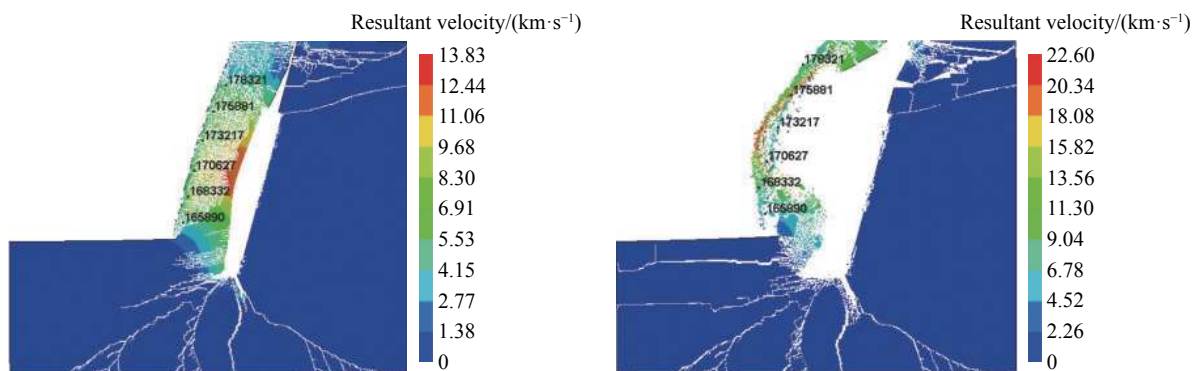


图 3 三轴合成速率-时间云图

Fig. 3 Nephograms of synthetic velocity

在靠近边坡面位置上等距离选取6个监测点,网格介质序列依次为: $A(178\ 321)$ 、 $B(175\ 881)$ 、 $C(173\ 217)$ 、 $D(170\ 627)$ 、 $E(168\ 332)$ 、 $F(165\ 890)$ 。通过对该6个监测质点的合成速度-时间曲线、振动位移-时间曲线、合成加速度-时间曲线进行分析,得到以下结论。(1)  $0\sim 4\text{ ms}$ 内,所选介质的合成速度迅速增大,且变化率最大,说明加速度数值较大;通过观测振动波合成速度-时间曲线与介质合成加速度-时间曲线得到一致结论;该时间段介质振动位移数值较小,变化率较大,观测结果符合理论实际。其原因是:在该时间段内冲击波主要对岩体起动力粉碎作用,起爆初期冲击波使岩体产生微小裂纹;随着冲击波的集聚、传播、转化为应力波并进入微裂隙,应力波反射拉伸作用将微裂隙进一步扩展,形成炮孔粉碎区和显著的裂纹裂隙区。(2) 在 $4\sim 10\text{ ms}$ 时间段内,合成速率继续增大,且增长速率减缓,加速度逐渐降低,振动位移不断增大,且增长速率逐渐变小;其主要原因为在该时间段内应力波基本消失,爆轰气体压力超过岩石断裂强度,爆轰气体进入裂纹裂隙对岩体进行二次拉裂破坏。(3)  $10\text{ ms}$ 以后,合成速度基本趋于稳定,达到最大值 $7.9\text{ km/s}$ ,加速度趋于零,振动位移呈线性增长;原因为该时间段内炸药能量释放结束,炮孔内集聚的爆轰气体和破碎岩块运动过程中相互挤压碰撞作用促使岩体进一步破裂分离。合成速度-时间曲线、振动位移-时间曲线、合成加速度-时间曲线分别如图4、图5和图6所示。

### 3.2 裂纹裂隙扩展分析

裂纹裂隙扩展主要是爆破初期冲击波(应力波)的动力破坏和爆轰气体准静态破坏综合作用的结果。起爆瞬间冲击波的动态应力使炮孔周围岩层产生径向和环向微裂隙;随着冲击波传播能量递减,部分冲击波逐渐转化为应力波,微裂隙在后期传播过来的冲击波以及已经转换成的应力波的叠加作用下再次受到反射拉伸破坏,加剧裂隙进一步扩展;随着时间推移,冲击波(应力波)能量减小,而爆轰气体压力集聚超过岩体的断裂强度,其高能高压作用对微裂隙岩块施加准静态破坏,使得岩体形成贯穿性裂隙。

分析裂纹裂隙扩展过程的数值模拟结果可知:应力波最早于 $0.6\text{ ms}$ 到达坡脚位置,此时波速 $v=5.78\text{ km/s}$ ;在 $0.9\text{ ms}$ 左右,炮孔孔底开始产生裂纹;随着应力波继续传播,边坡自由面发生反射拉伸破坏,直至 $1.2\text{ ms}$ 左右坡脚处产生贯穿性裂隙;在 $2.8\text{ ms}$ 左右,应力波传至坡顶位置,扩腔现象表现明显,此时粉碎区基本形成,岩体破裂呈块状趋势,不再发生粉碎现象; $6.1\text{ ms}$ 左右,裂

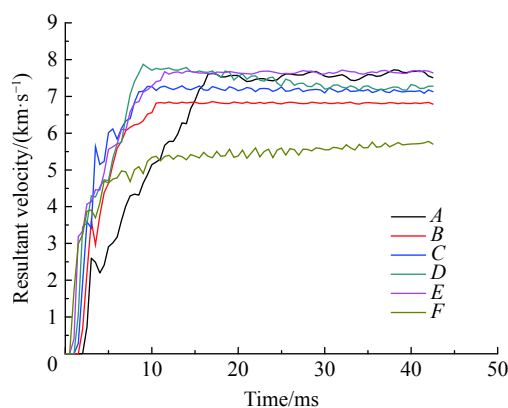


图4 合成速度-时间曲线

Fig. 4 Resultant velocity vs. time

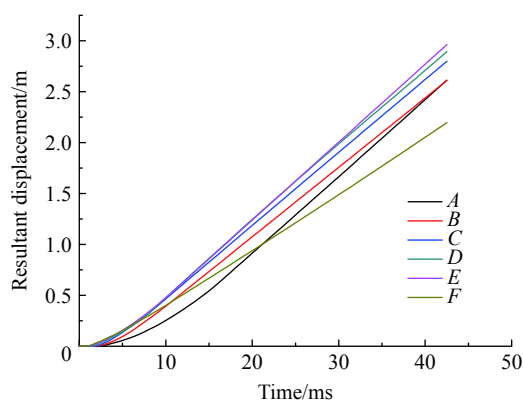


图5 振动位移-时间曲线

Fig. 5 Vibration displacement vs. time

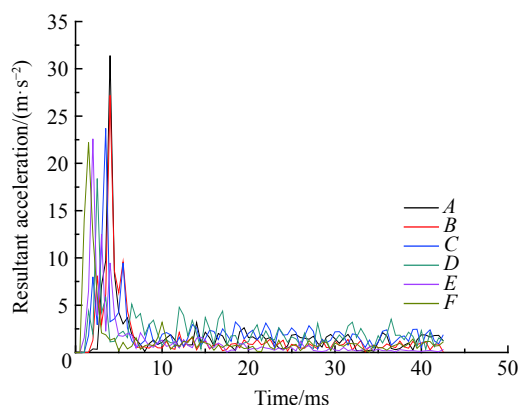


图6 合成加速度-时间曲线

Fig. 6 Resultant acceleration vs. time

纹裂隙首次贯穿整个岩体和自由面, 直至 12.5 ms 左右, 裂纹裂隙扩展基本完成。裂纹裂隙的动态扩展过程如图 7 所示。

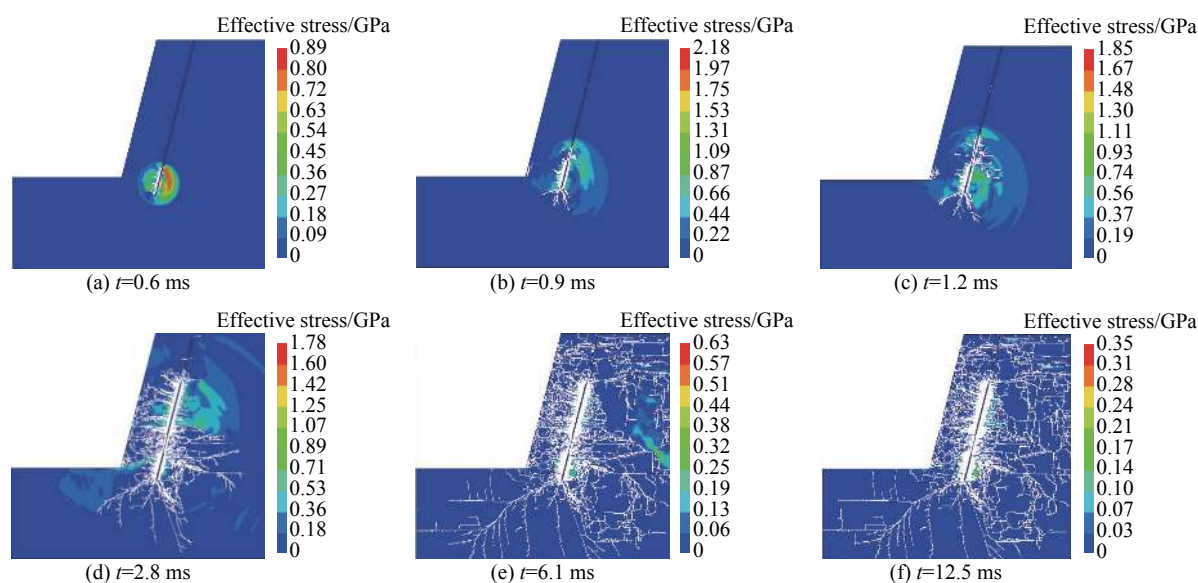


图 7 不同时间裂纹裂隙扩展形态分布

Fig. 7 Variety of crack development of rock at different time

### 3.3 爆轰压力分布

同样对边坡面附近 6 个监测点能量和所受压力-时间分布结果进行分析, 发现: 整个爆破过程中, 边坡自由面附近所受压力的最大值为 1.36 GPa, 并且在 1~4 ms 时间段内压力峰值集中出现在药包周围围介质点; 平行于装药段边坡区域的峰值压力明显高于平行于堵塞段边坡区域的峰值压力, 平行于装药段边坡区域压力分布在 0.70~1.36 GPa 范围, 平行于堵塞段边坡区域的压力分布在 0.25~0.55 GPa 范围, 说明炮孔装药段位置应该最早发生岩块分离的抛掷现象; 峰值压力过后, 边坡面所受压力急剧下降, 在 6 ms 左右降至最小, 约 52 MPa, 此时炮孔围岩未完全断裂形成块体分离的抛掷运动; 7.5 ms 左右冲击波(应力波)基于整个边坡区域的动力破坏结束, 炮孔粉碎区早已形成, 半径约为 28 cm, 约等于装药半径的 4 倍。而冷振东等<sup>[16]</sup>研究发现炮孔粉碎区半径约为装药半径的 1.2~5.0 倍, 说明本研究所得结果与该理论结果吻合。6 个监测点的压力-时间曲线如图 8 所示。

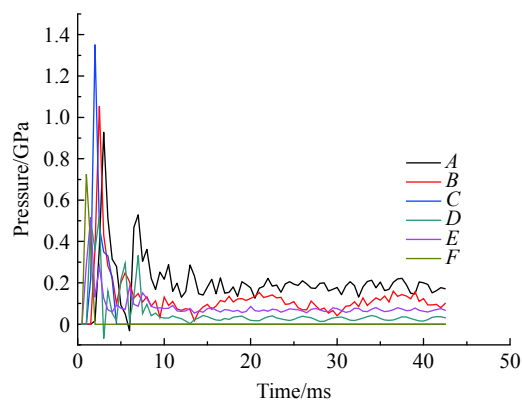


图 8 边坡压力-时间曲线

Fig. 8 Slope pressure vs. time

### 3.4 抛掷运动分析

随着爆轰气体的集聚, 当气体压力超过岩石裂隙尖端断裂因子强度时, 贯穿裂隙在气体压力作用下产生沿边坡自由面方向的抛掷现象。不同时刻岩体的抛掷形态分布如图 9 所示。

黄永辉等<sup>[4]</sup>通过高速摄影机对工程爆破抛掷现象进行拍摄, 通过试验获得了抛掷时间、块体初速度以及抛掷运动轨迹等, 然而由于爆破过程中爆轰波引起的振动和大量粉尘影响拍照, 加之抛掷过程中岩块之间的相互挤压和碰撞造成二次破碎现象, 增大了物理量测量的误差范围; 本研究通过数值模拟可以直观地动态反演整个抛掷现象。

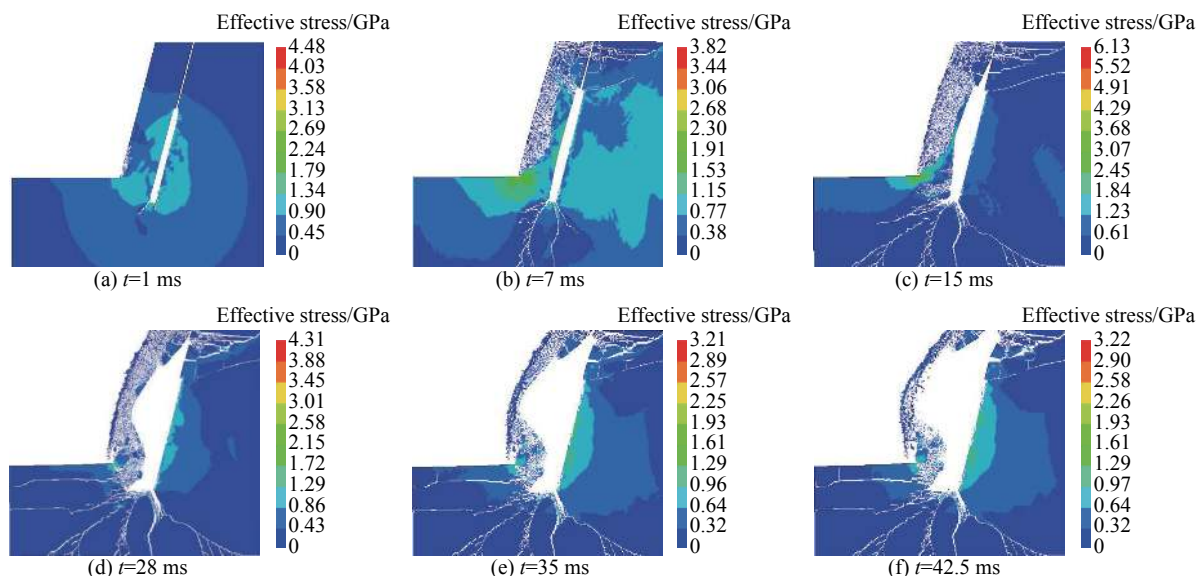


图9 起爆后不同时刻岩体的抛掷形态

Fig. 9 Variety of damage and deformation of rock at different time

分析抛掷过程模拟结果可得:最早于7 ms左右,坡脚最先出现抛掷速度4.21 m/s;随着时间的推移,抛掷现象由坡脚向自由面演化,通过模型抛掷单元监测发现,最大抛掷速度出现在炮孔药包中间位置,为21.6 m/s,该值与黄永辉等<sup>[4]</sup>提出的最大抛掷速度为18~28 m/s的结论一致;边坡自由面抛掷速度小于炮孔周围的岩块抛掷速度,内外岩块之间存在速度差,正好解释了二次挤压碰撞的破碎现象;抛掷块状分离现象从炮孔药包的中间部位开始,并且块体最大抛掷速度集中在该部位至边坡自由面之间的垂直区域。

### 3.5 岩体破碎块度分析

基于岩体破碎理论,材料单一的均质岩体在明确的失效和损伤准则规范下,爆破形成的破碎岩块当属均质岩块,块体尺寸分布在0.1~0.5 m。而实际爆破工程中由于岩层结构、原始裂纹裂隙发育状况、装药量、起爆方式、最小抵抗线等因素不同而导致岩体破碎块度大小分布各异。本研究通过数值模拟分析爆破过程中的大块分布,故忽略岩层结构对块度的影响。

分析发现,大块主要来源于边坡坡脚、炸药与堵塞物接触面两侧以及台阶顶部自由面处,如图10所示。坡底出现大块主要取决于底盘抵抗线数值的选取,抵抗线取值不同导致块度分布不同,如图10中5号岩块所示,直径约为2.3 m。炸药与堵塞物接触面两侧出现大块主要是由于该接触面两侧材料的力学性质和物理参数不同,应力波在该接触面发生反射和透射现象,反射拉伸作用于贯穿性微裂隙,使该处岩体在拉应力作用下脱离母岩形成大块,如图10中1、2号和3、4号岩块所示,直径分布在1.6~2.7 m范围内。台阶顶部自由面出现大块是由于炸药和堵塞物接触面的应力波透射传至该顶部自由面,透射波同样形成反射拉伸作用,使该区域岩体沿内部微裂隙断裂破碎形成大块,如图10中6号岩体所示,其直径约为1.7 m。

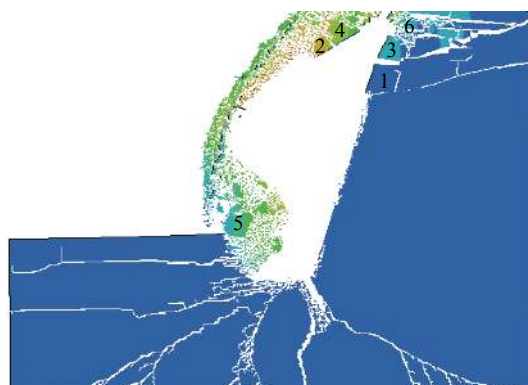


图10 大块分布形态

Fig. 10 Distribution of rock blocks



## 4 结 论

(1) 假定岩体在冲击载荷作用下的受压状态服从 Mises 屈服破坏, 且应力-应变关系满足双线性弹塑性本构关系, 则可构建压应力作用下硬化效应的本构损伤模型; 而在受拉状态下满足 TCK 关系, 且材料响应服从弹性胡克定律, 从而构建拉裂损伤计算模型; 将存在宏细观缺陷的岩体拉裂损伤计算模型和压应力硬化效应的本构关系耦合, 能够更加准确地反映岩体在冲击载荷作用下的破裂情况。这样既考虑了岩体受压状态下的硬化效应, 又合理地解释了冲击载荷作用下岩体的弹塑性变形规律。

(2) 模拟发现振动波三轴合成速率曲线与介质振动位移曲线变化对应的时间节点和步长基本吻合。结合文献[14]分析实测振动波三轴合成速率峰值-位移分布特征, 可得三轴振动速率与振动位移之间的相关性优于垂直方向( $y$  轴)振动速率与对应振动位移之间的相关性, 故三轴振动速率可作为降振减灾的判定指标。

(3) 岩质边坡最早于 0.6 ms 左右从坡脚位置产生裂纹, 0.9 ms 抵达炮孔孔底, 2.8 ms 时应力波传至坡顶位置形成粉碎区, 半径为 28 cm, 约等于装药半径的 4 倍, 6.1 ms 时整个岩体和自由面形成贯穿裂隙, 直至 12.5 ms 左右裂纹裂隙扩展完成, 1~4 ms 时边坡面质点集中出现峰值压力, 最大值达到 1.36 GPa; 炮孔装药段位置最早发生块状分离的抛掷现象, 最大抛掷速度集中于该部位至边坡自由面之间的垂直区域, 最大值达到 21.6 m/s; 破碎大块主要来源于边坡坡脚、炸药与堵塞物接触面两侧围岩以及台阶顶部自由面处, 大块块体直径分布在 1.6~2.7 m 范围内。

(4) 爆炸冲击载荷作用下岩体不仅存在拉压损伤和硬化效应, 还受到塑性压剪损伤以及应变软化和损伤软化效应, 本研究构建的损伤模型未计入塑性压剪损伤以及应变软化和损伤软化效应, 相关后续工作将另文探讨。

## 参考文献:

- [1] BUDIANSKY B, O'CONNELL R J. Elastic moduli of a cracked solid [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1976, 12(2): 81-97.
- [2] 朱传云, 戴晨, 姜清辉. DDA 方法在台阶爆破仿真模拟中的应用 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(Suppl 2): 2461-2464.  
ZHU C Y, DAI C, JIANG Q H. Numerical simulation of bench blasting by discontinuous deformation analysis method [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(Suppl 2): 2461-2464.
- [3] MUNJIZA A. The combined finite-discrete element method [M]. London: John Wiley & Sons Ltd, 2004: 29-32.
- [4] 黄永辉, 刘殿书, 李胜林, 等. 高台阶抛掷爆破速度规律的数值模拟 [J]. *爆炸与冲击*, 2014, 34(4): 495-500.  
HUANG Y H, LIU D S, LI S L, et al. Numerical simulation on pin-point blasting of sloping surface [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2014, 34(4): 495-500.
- [5] TAYLOR L M, CHEN E P, KUSZMAUL J S. Microcrack-induced damage accumulation in brittle rock under dynamic loading [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1986, 55(3): 301-320.
- [6] KIPP M E, GRADY D E. Numerical studies of rock fragmentation [M]. Albuquerque: Sandia National Laboratories, 1978.
- [7] Livermore Software Technology Corporation. LS-DYNA keyword user's manual [M]. California: Livermore Software Technology Corporation, 2003.
- [8] MA G W, AN X M. Numerical simulation of blasting-induced rock fractures [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2008, 45(6): 966-975.
- [9] 王肖钧, 刘文韬, 张刚明, 等. 爆炸载荷下钢板层裂的二维数值计算 [J]. *爆炸与冲击*, 1999, 19(2): 97-102.  
WANG X J, LIU W T, ZHANG G M, et al. 2D numerical simulation of spallation in a steel plate due to explosive loading [J]. *Explosion and Shock Waves*, 1999, 19(2): 97-102.
- [10] 赵铮, 陶钢, 杜长星. 爆轰产物 JWL 状态方程应用研究 [J]. *高压物理学报*, 2009, 23(4): 277-282.  
ZHAO Z, TAO G, DU C X. Application research on JWL equation of state of detonation products [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2009, 23(4): 277-282.

- [11] 李夕兵, 古德生, 赖海辉. 冲击载荷下岩石动态应力-应变全图测试中的合理加载波形 [J]. 爆炸与冲击, 1993, 13(2): 125–130.  
LI X B, GU D S, LAI H H. On the reasonable loading stress waveforms determined by dynamic stress-strain curves of rocks by SHPB [J]. Explosion and Shock Waves, 1993, 13(2): 125–130.
- [12] 吕涛, 石永强, 黄诚, 等. 非线性回归法求解爆破振动速度衰减公式参数 [J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1871–1878.  
LÜ T, SHI Y Q, HUANG C, et al. Study on attenuation parameters of blasting vibration by nonlinear regression analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(9): 1871–1878.
- [13] 许名标, 彭德红. 某水电站边坡开挖爆破震动动力响应有限元分析 [J]. 岩土工程学报, 2006, 28(6): 770–775.  
XU M B, PENG D H. Finite element analysis of dynamic response on blasting vibration in slope excavation of a hydroelectric power station [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(6): 770–775.
- [14] 傅洪贤, 赵勇, 谢晋水, 等. 隧道爆破近区爆破振动测试研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(2): 335–340.  
FU H X, ZHAO Y, XIE J S, et al. Study of blasting vibration test of area near tunnel blasting source [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(2): 335–340.
- [15] 楼晓明, 周文海, 简文彬, 等. 微差爆破振动波速度峰值-位移分布特征的延时控制 [J]. 爆炸与冲击, 2016, 36(6): 839–846.  
LOU X M, ZHOU W H, JIAN W B, et al. Control of delay time characterized by distribution of peak velocity-displacement vibration of millisecond blasting [J]. Explosion and Shock Waves, 2016, 36(6): 839–846.
- [16] 冷振东, 卢文波, 陈明, 等. 岩石钻孔爆破粉碎区计算模型的改进 [J]. 爆炸与冲击, 2015, 35(1): 101–107.  
LENG Z D, LU W B, CHEN M, et al. Improved calculation model for the size of crushed zone around blasthole [J]. Explosion and Shock Waves, 2015, 35(1): 101–107.

## Numerical Simulation of Rock Tension-Compression Fracture Caused by Impact Load during Slope Casting Blast

LIANG Rui<sup>1</sup>, ZHOU Wenhai<sup>1</sup>, YU Jianping<sup>1</sup>, LI Zhenbao<sup>1</sup>, DU Chaofei<sup>1</sup>, WANG Dunfan<sup>2</sup>

(1. School of Petrochemical Technology, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

2. Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 316021, China)

**Abstract:** In order to study the change law of physical parameters in the process of rock fracturing and throwing during slope bench blasting, the equation of rock damage under dynamic tension-compression effect was established and applied to numerical analysis. The results showed that the tendency of time node and step size in simulation was basically identical with the triaxial synthetic rate curve of vibration wave and particle vibration displacement, which can be used as a criterion for reducing vibration and decreasing disaster. Cracks were formed in the foot of slope at about 0.6 ms and completely extended at about 12.5 ms. The pulverizing area radius around the blast hole was 28 cm. The rock separation phenomenon was preliminarily observed at the middle part of the blast hole. The maximum throwing velocity was distributed in the vertical region between this part and the free surface of the slope. The throwing velocity at the free surface was less than that of the rocks around the blast hole, which results in the secondary crushing phenomenon during the throwing process. The large bulk rocks were mainly produced in the toe of slope, the surrounding rock on both sides of the contact surface between explosive and plug, and the free-surface at the top of the step. The range of large rock diameter in the process of blasting was 1.6–2.7 m.

**Keywords:** impact load; tension-compression fracture; damage coupling; casting blast

# 不同炮孔间距对岩石爆炸裂纹扩展影响的数值分析

李洪伟, 雷 战, 江向阳, 刘 伟, 何志伟, 章彬彬

(安徽理工大学化工学院, 安徽 淮南 232001)

**摘要:** 为实现对岩石的充分破碎, 有效利用炸药能量, 基于有限元分析软件 ANSYS/LS-DYNA 及流固耦合 (ALE) 算法, 研究了不同炮孔间距对岩石 (角岩) 爆炸裂纹扩展的影响, 同时将模拟结果应用在工程实践上加以验证。结果表明: 随着两炮孔间距离的增大, 单炮孔周围裂纹扩展更加充分, 炮孔周围粉碎区增大, 萌生的分支小裂纹逐渐减少, 主裂纹增多。在两炮孔之间受到相邻炮孔爆炸应力波影响的区域, 主裂纹发育扩展较为明显, 且随着炮孔间距的增大, 主裂纹相互贯通的位置越靠近两炮孔中心连线方向。工程实践表明: 数值模拟结果与爆破工程效果具有较好的吻合性, 将数值模拟结果用来指导爆破方案设计是可行的, 能够为爆破工程提供重要的参考。

**关键词:** 有限元; 流固耦合; 裂纹扩展; 炮孔间距; 层裂

**中图分类号:** 0346.1

**文献标识码:** A

爆炸作用过程是一个高温高压的瞬态过程, 装药爆炸以后爆轰产物的压力高达 10 GPa 级, 强大的冲击波压应力使炮孔周围岩石受压破碎, 瞬间完成压缩破碎和裂隙扩展<sup>[1]</sup>。在工程实践中, 例如, 露天矿山台阶爆破、巷道掘进爆破、拆除爆破等一般有成百上千个炮孔, 炮孔间距偏小会造成爆炸能量的极度浪费, 炮孔间距过大会造成岩石破碎不充分, 增加工程成本和爆破安全隐患等一系列问题, 因此合理选择炮孔间距对爆破起着至关重要的作用<sup>[2-3]</sup>。目前炮孔间距的选择主要是以经验公式为参考依据, 缺乏一定的理论支撑, 研究双炮孔甚至多炮孔间裂纹扩展问题及孔间距的选择成为了研究的热点和难点问题。

针对不同炮孔间距间岩体破坏效应问题, Zhao 等<sup>[4]</sup>研究了距离炮孔不同位置、不同方向的节理面对动态裂纹扩展方向的影响, 并讨论了不同微差起爆时间对煤体裂纹扩展的影响; Zhang 等<sup>[5]</sup>基于不连续数值模拟的方法对动态加载下的岩石破坏过程进行了研究; 夏祥等<sup>[6]</sup>通过 ANSYS/LS-DYNA 模拟软件对单孔柱状装药下岩体粉碎区和裂隙区的形成过程及范围进行了研究, 并通过理论计算对模拟结果进行了验证; 周艳等<sup>[7]</sup>通过建立三合一新站石灰石矿台阶松动爆破模型, 对相邻炮孔间的损伤范围进行研究, 发现两炮孔间的损伤百分比随孔距的增大而减小, 最后逐渐趋于定值; 郭东明等<sup>[8]</sup>采用透射式动态焦散线实验系统对邻近巷道裂纹缺陷受爆炸荷载作用的扩展机理进行了研究; 钟波波等<sup>[9]</sup>运用 RFPA-Dynamic 分析软件就爆炸荷载加载速率、炮孔到自由边界距离及炮空间空孔大小 3 方面对岩石动态裂纹的扩展进行了研究。

以上工作为岩体在爆炸冲击载荷作用下的破坏分析提供了重要的参考。鉴于岩石在爆炸载荷作用下破坏的复杂性, 在前人工作的基础上, 本研究基于 ANSYS/LS-DYNA 有限元软件, 采用 Mises 屈服准则, 利用流固耦合 (Arbitrary Lagrange-Euler, ALE) 算法模拟不同炮孔间距对岩石在爆炸载荷下裂纹

\* 收稿日期: 2018-11-09; 修回日期: 2018-11-19

基金项目: 国家自然科学基金 (51404006); 安徽省教育厅科学研究重大项目 (KJ2015ZD18)

作者简介: 李洪伟 (1979—), 男, 硕士研究生, 副教授, 主要从事控制爆破技术研究。

E-mail: 1227002529@qq.com

通信作者: 雷 战 (1996—), 男, 硕士研究生, 主要从事岩石破碎理论与技术研究。

E-mail: 15055403215@163.com

扩展的影响过程,得到炮孔间应力波的叠加曲线,以期为充分理解爆炸应力波与裂纹间的相互影响过程提供理论依据,模拟结果对于岩石爆破相关工程具有一定的参考价值。

## 1 模型建立

### 1.1 岩石模型

炸药爆炸时产生的爆轰波和高温高压气体作用在炮孔壁上,在爆炸近区,岩石中激起的应力波强度远大于岩石的动态抗压强度,使炮孔周围岩石呈塑性状态,并且爆破工程中岩石的加载应变率 $\dot{\epsilon}$ 在 $1 \sim 10^5 \text{ s}^{-1}$ 之间,应变率效应明显,塑性硬化模型本构简单,岩石参数易于获取,故采用含应变率效应的塑性硬化模型比较合适。

岩石选用 LS-DYNA 自带的 \*MAT\_PLASTIC\_KINEMATIC 材料<sup>[10]</sup>模型,该模型中应变率用 Cowper-Symonds 模型表示,采用与应变率有关的函数表示屈服应力

$$\sigma_y = \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{\frac{1}{P}} \right] (\sigma_0 + \beta E_p \epsilon_p^{\text{eff}}) \quad (1)$$

式中: $\sigma_0$ 为岩石初始屈服应力, $\dot{\epsilon}$ 为应变率, $C$ 和 $P$ 为应变率参数, $\epsilon_p^{\text{eff}}$ 为岩石有效塑性应变, $\beta$ 为硬化参数, $0 \leq \beta \leq 1$ , $E_p$ 为岩石塑性硬化模量。

$E_p$ 的表达式为

$$E_p = \frac{E_{\text{tan}} \cdot E_0}{E_0 - E_{\text{tan}}} \quad (2)$$

式中: $E_{\text{tan}}$ 为切线模量, $E_0$ 为杨氏模量。

岩石基本力学参数选用文献[6]所测角岩动态力学参数,具体参数如表1所示,其中: $\rho$ 为岩石密度, $\mu$ 为泊松比, $\sigma_c$ 为岩石静态抗压强度, $\sigma_{st}$ 为岩石静态抗拉强度。

表 1 岩石参数<sup>[6]</sup>

Table 1 Material parameters of rock<sup>[6]</sup>

$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$E_0/\text{GPa}$	$\mu$	$\sigma_0/\text{MPa}$	$E_{\text{tan}}/\text{GPa}$	$\sigma_c/\text{MPa}$	$\sigma_{st}/\text{MPa}$	$C/\text{s}^{-1}$	$P$
2700	68.69	0.228	75	40	150	5.6	2.63	3.96

### 1.2 炸药模型参数及状态方程

在 ANSYS/LS-DYNA 中选用 \*MAT\_HIGH\_EXPLOSIVE\_BURN 材料定义炸药爆轰模型,同时选用 JWL 状态方程,具体表述为

$$p = A \left( 1 - \frac{\omega}{R_1 V} \right) e^{-R_1 V} + B \left( 1 - \frac{\omega}{R_2 V} \right) e^{-R_2 V} + \frac{\omega E_0}{V} \quad (3)$$

式中: $p$ 为爆轰产物内部压力, $V$ 为爆轰产物相对体积, $E_0$ 为初始比内能, $A$ 、 $B$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 和 $\omega$ 为与炸药有关的常数。炸药具体参数<sup>[10-12]</sup>如表2所示,其中 $D$ 为爆速, $p_{\text{CJ}}$ 为炸药爆轰的 CJ 压力。

表 2 炸药参数<sup>[10-12]</sup>

Table 2 Material parameters of explosive<sup>[10-12]</sup>

$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$D/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$p_{\text{CJ}}/\text{GPa}$	$A/\text{GPa}$	$B/\text{GPa}$	$R_1$	$R_2$	$\omega$
1200	4000	4.80	214	0.093	4.15	0.95	0.3

### 1.3 物理模型

炸药在岩石中爆炸时会导致岩体发生大变形甚至断裂破坏,为此本研究选用多物质 Euler 材料和 Lagraner 结构相耦合的算法,炸药为欧拉算法,岩石为拉格朗日算法,同时鉴于模型的对称性,建立



1/2 平面计算模型, 在对称面节点施加对称约束, 模型尺寸为  $300\text{ cm} \times 300\text{ cm}$ , 计算时间为  $2000\text{ }\mu\text{s}$ , 炮孔直径  $D=70\text{ mm}$ , 炮孔间距为  $L$ 。

自由面数目对爆破作用效果的影响较大, 当爆炸应力波遇到自由面发生反射时, 压缩应力波变为拉伸波, 引起岩石的片落和径向裂隙的延伸, 同时改变岩石的应力状态和强度极限<sup>[13]</sup>。为了提高炸药对岩石的破坏作用以及观察从边界反射的拉伸波对岩石的二次甚至多次破坏作用, 岩石边界均设置为自由边界。物理计算模型如图 1 所示。

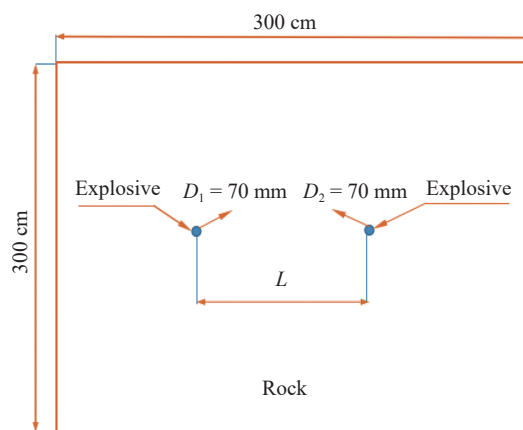


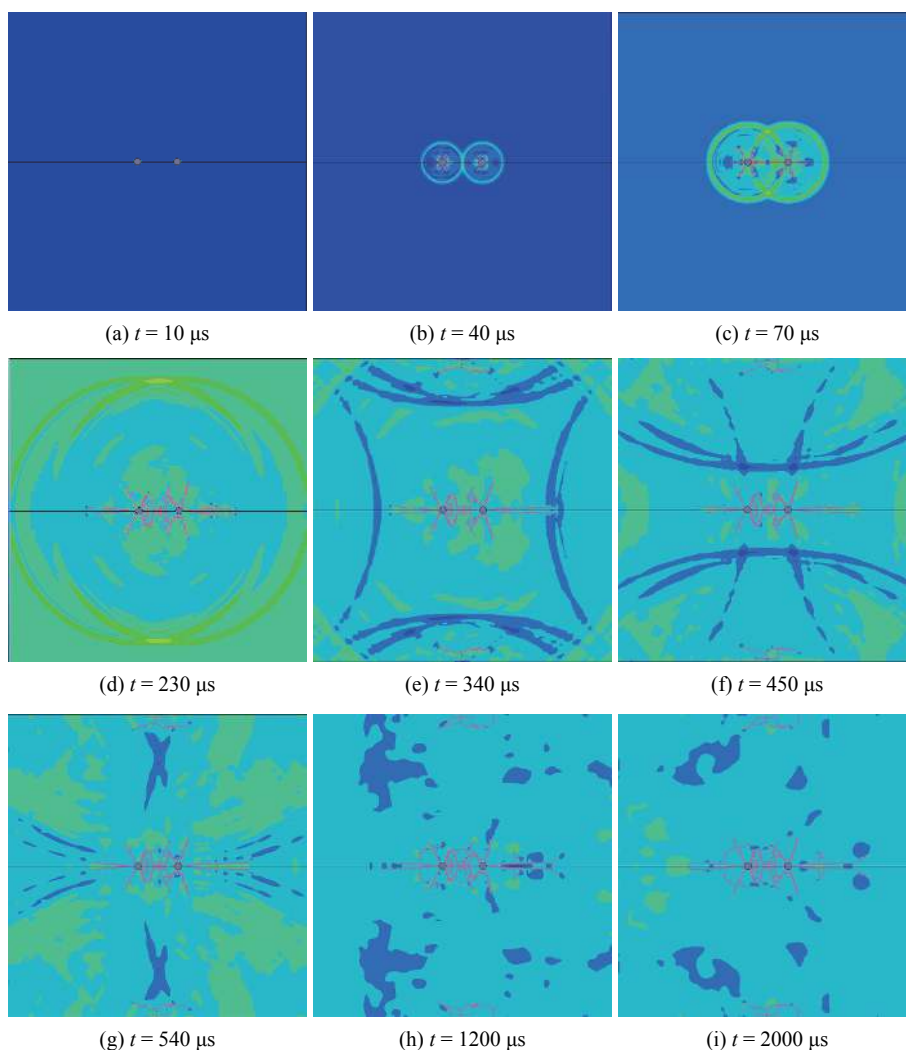
图 1 计算模型

Fig. 1 Calculation model

## 2 计算结果与分析

### 2.1 炮孔间距 $L=40\text{ cm}$ 时岩体动态裂纹扩展过程与分析

图 2(a)~图 2(i) 分别给出了在双炮孔间距为  $40\text{ cm}$  时岩石裂纹扩展过程。

图 2  $L=40\text{ cm}$  时岩石裂纹扩展过程Fig. 2 Growth process of rock crack at  $L=40\text{ cm}$

从图2可以看出:炮孔起爆后,随着应力波向孔外传播,在炮孔周围逐渐形成破碎区,岩石裂纹在孔壁边缘逐渐形成,并呈放射状向四周扩展;在 $t = 40 \mu\text{s}$ 时,两应力波波阵面相遇,在应力波波阵面切线方向产生合拉应力,在应力波传播过程中,当合成应力波的大小超过岩石抗拉强度时,首先在两个炮孔之间形成径向裂隙,直至裂纹贯穿两个炮孔。

如图2(e)~图2(g)所示,当爆炸应力波从边界反射回来时,岩石主要受到拉伸应力波的影响,岩石裂隙进一步发育扩展形成二次破坏裂隙。当两炮孔叠加应力波传播至上下边界时,由于应力波的反拉拉伸作用,使距离上下边界一定位置处出现层裂(剥落)现象,如图2(e)所示,层裂主裂纹方向与边界方向基本平行,与文献[14]的模拟结果一致。

## 2.2 炮孔间距 $L=60 \text{ cm}$ 时岩体动态裂纹扩展过程与分析

图3(a)~图3(i)分别给出了在双炮孔间距为 $60 \text{ cm}$ 时岩石裂纹扩展过程。通过与图2对比发现,在双炮孔起爆所产生的应力波阵面未相遇前,岩石裂纹的形成和扩展过程与图2基本一致。随着炮孔间距离 $L$ 的增大,单个炮孔周围裂纹扩展得更加充分(如图3(c)所示),在两个炮孔之间受到爆炸应力波初次影响的区域,主裂纹逐渐扩展并相互贯通形成明显的裂隙,但微裂纹数目减少。

与图2对比可知,当 $L=60 \text{ cm}$ 时,从边界反射回来的爆炸应力波随着炮孔间距离的增大,岩石裂隙受到拉伸应力波产生的二次破坏作用较小,且在上下边界处引起层裂的主裂纹长度减小,主裂纹距离边界的距离缩短,即层裂厚度降低。

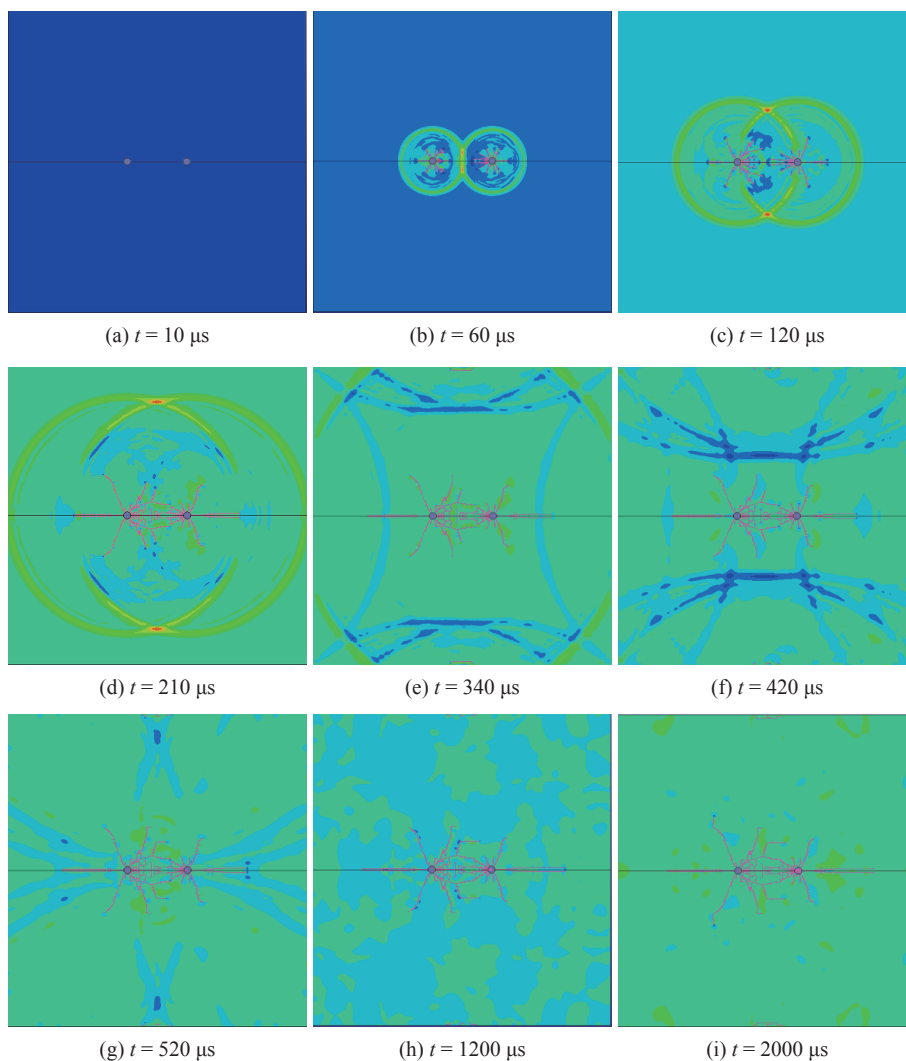


图3  $L=60 \text{ cm}$ 时岩石裂纹扩展过程

Fig. 3 Growth process of rock crack at  $L=60 \text{ cm}$

### 2.3 炮孔间距 $L=80$ cm 时岩体动态裂纹扩展过程与分析

图 4(a)~图 4(i) 分别给出了在炮孔间距为 80 cm 时岩石裂纹的扩展过程。与图 2、图 3 相比较可知, 在两炮孔间距离为 80 cm 时, 单炮孔岩石裂纹扩展得更加充分, 两炮孔之间的主要裂纹逐渐扩展并相互贯通形成明显的裂隙, 另外炮孔间因应力波叠加, 在叠加处应力波幅值增大所产生的裂隙数目增多, 岩石破碎效果较好。

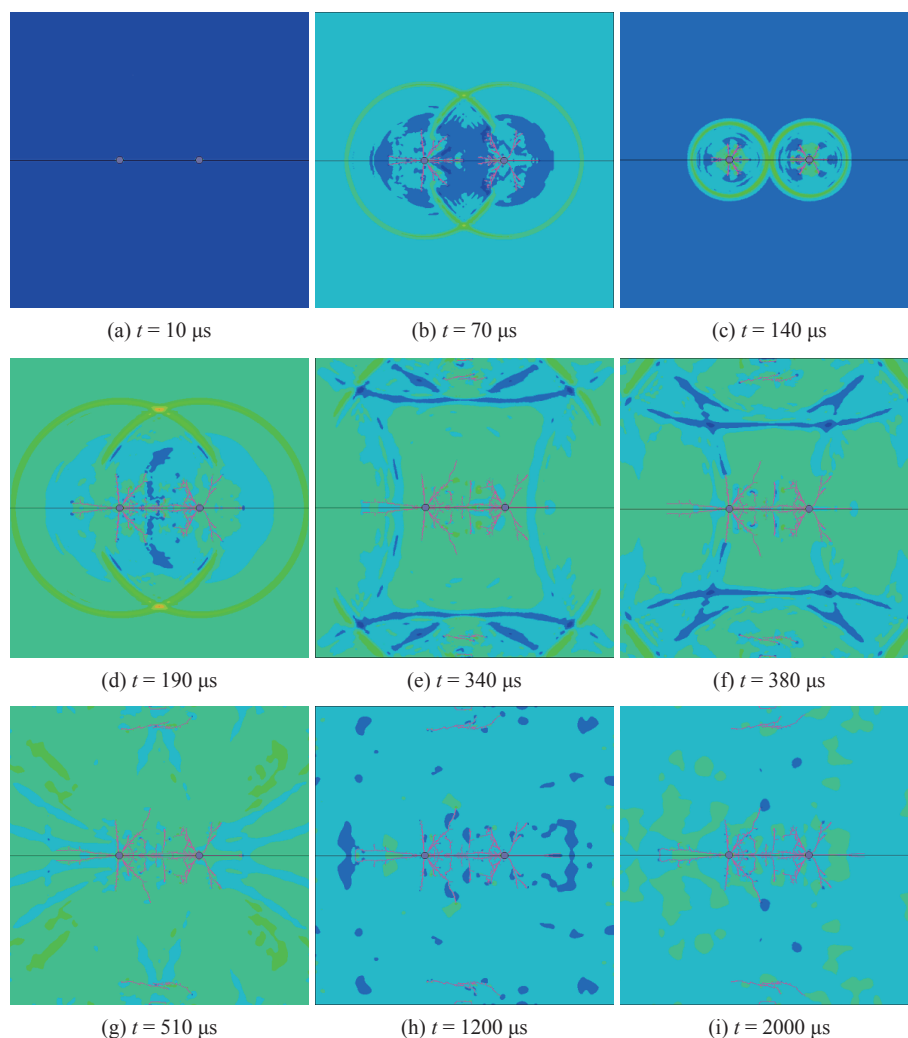


图 4  $L=80$  cm 时岩石裂纹扩展过程

Fig. 4 Growth process of rock crack at  $L=80$  cm

与图 2 和图 3 对比可知, 当  $L=80$  cm 时, 在上下边界处引起层裂的主裂纹长度最长, 层裂厚度最大, 如图 4(i) 所示。另外发现从边界反射回来的爆炸应力波随着炮孔间距离的增大, 岩石裂隙受到拉伸应力波产生的二次破坏作用最小, 说明随着孔间距的增大, 岩石受到的爆炸应力波初次破坏作用所占比例增大, 受到二次破坏作用所占比例降低。

考虑到应力波对岩石的初次破坏作用较大, 选择应力波从产生至到达岩石边界此段时间, 计算岩石裂隙的扩展速度, 岩石纵波速度的计算公式<sup>[15]</sup>为

$$C_p = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} \quad (4)$$

式中:  $C_p$  为岩石纵波速度, m/s;  $E_0$  为杨氏模量, GPa;  $\rho$  为岩石密度, kg/m<sup>3</sup>。

通过(4)式计算得到岩石的纵波速度为 5044 m/s, 岩石裂隙扩展速度  $V$  如表 1 所示。在孔距  $L$  为 40、60 和 80 cm 时岩石裂隙扩展平均速度  $V$  分别为岩石纵波速度  $C_p$  的 0.39、0.41 和 0.44 倍, 与杜良奈<sup>[11]</sup> (Dulaneg) 研究认为的  $V = 0.38C_p$  基本一致。从表 3 中可以看出, 在炮孔间距一定时, 岩石裂隙扩展速度随时间的增加逐渐减小, 与岩石中爆炸应力波随距离的增加而衰减相符合。另外, 随着炮孔间距的增加, 岩石裂隙扩展平均速度呈现逐渐增大的趋势,  $L = 80$  cm 时岩石裂隙扩展平均速度  $V$  与  $L$  为 40、60 cm 时相比, 分别提高了 13.7% 和 8.9%。

表 3 岩石裂隙扩展平均速度  
Table 3 The average speed of rock crack extension

Speed of rock crack extension/(m·s <sup>-1</sup> )			$V/C_p$
$L=40$ cm	$L=60$ cm	$L=80$ cm	
2051( $t=40$ μs)	2157( $t=60$ μs)	2286( $t=70$ μs)	0.39
2197( $t=70$ μs)	2083( $t=120$ μs)	2285( $t=140$ μs)	0.41
1656( $t=230$ μs)	1923( $t=210$ μs)	2140( $t=190$ μs)	0.44
1968(Average)	2054(Average)	2237(Average)	0.41

### 3 炮孔中心连线上单元应力曲线

#### 3.1 岩石破坏准则

岩石爆破中的压碎区是岩石受压所致, 故在压碎区选用 Mises 屈服准则<sup>[16]</sup>, 而裂隙区主要是受应力波的拉伸作用和爆轰产物的尖劈作用形成的, 假设岩石中任意一点的等效应力强度为

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right] \quad (5)$$

当满足(6)式时, 岩石被破坏。

$$\begin{cases} \sigma_i \geq \sigma_{cd} & \text{压碎区} \\ \sigma_t \geq \sigma_{td} & \text{裂隙区} \end{cases} \quad (6)$$

岩石爆破中岩石动态抗压强度近似取

$$\sigma_{cd} = \sigma_c \dot{\epsilon}^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

岩石爆破中岩石动态抗拉强度近似取

$$\sigma_{td} = \sigma_{st} \quad (8)$$

式中:  $\sigma_{cd}$  为岩石单轴动态抗压强度,  $\sigma_{td}$  为岩石单轴动态抗拉强度,  $\sigma_t$  为岩体中任意一点在爆炸载荷作用下所受到的拉应力,  $\sigma_c$  为岩石的单轴抗压强度,  $\sigma_{st}$  为岩石的单轴抗拉强度。

#### 3.2 单元应力曲线

选取距离两炮孔中心  $L/2$  处一个单元, 其在  $x$  方向的应力曲线如图 5 所示。当  $L=40$  cm 时, 在 10~40 μs 内, 所选单元在  $x$  方向受到的拉应力逐渐增大(压应力为正, 拉应力为负), 拉应力峰值为 39.9 MPa( $A$  点), 到达  $A$  点以后拉应力急速减小, 在 70 μs( $D$  点)时受到的压缩应力为 3.27 MPa, 此段时间内应力平均加载速率约为 1.33 MPa/μs, 平均卸载速率约为 1.44 MPa/μs; 当  $L=60$  cm 时, 所选单元在  $x$  方向受到的拉应力峰值为 25.9 MPa( $B$  点), 相对于  $A$  点峰值应力衰减了 35.1%; 当  $L=80$  cm 时, 所选单元在  $x$  方向受到的拉应力峰值为 12.9 MPa, 相对于  $A$ 、 $B$  点峰值应力分别衰减 67.7% 和 50.1%, 且在  $E$  点以后, 单元所受的拉应力和压缩应力动态转换, 与岩石爆破动力学的研究结果<sup>[17]</sup>相符合。

综合以上分析表明, 岩石裂隙区主要是爆炸应力波拉伸破坏作用的结果, 应力波峰值大小与炸药产生的爆轰压力成正比, 与炮孔间距离成反比。虽然在孔间距较小时, 两炮孔中心岩石受到的拉伸应



力较大,但是易造成岩石的过度粉碎,岩石破坏范围较小,因此工程上应根据岩石性质、炸药性能等因素选取适当的炮孔间距,既能保证岩石被充分破碎,又能保证一定破坏的范围。

岩石塑性区以外的部分尽管没有像塑性区内那样存在明显的裂隙网,但实际上岩石内本身就含有很多细微的裂隙(原生裂隙),这些细微的裂隙会加速应力波的衰减,使模拟结果往往与实际情况存在一定的差别,因此在数值模拟和理论计算的基础上,需要在实际应用中根据具体情况逐步进行修正,这也是有待于进一步深入研究的方向。

## 4 工程案例

### 4.1 工程概况

本次爆破工程为文一名门森林语土石方爆破工程,爆破位置位于安徽省合肥市肥西县紫蓬路与森林大道交口。区域面积约为  $10^4 \text{ m}^2$ ,本工程土石方开挖量约  $2.45 \times 10^4 \text{ m}^3$ 。经过现场勘察,爆破区域北侧 63 m 为居民区,南侧 124 m 为居民区,东侧 55 m 为森林大道,西侧为施工工地,整体爆破环境良好。

### 4.2 爆破方案设计

根据数值模拟得到的不同炮孔间距对岩石爆炸裂纹的影响规律,并综合考虑现场机械设备、岩石类型、要求开挖爆破高程、周边环境等诸多因素,选取的爆破参数及设计的起爆网路如下所示。

#### (1) 爆破参数

此次爆破为岩石松动爆破,钻孔孔径为 90 mm,爆破作用指数  $n=0.6$ ,最小抵抗线  $W=1.2 \text{ m}$ ,单耗  $k$  取  $0.22 \text{ kg/m}^3$ ,炮孔参数见表 4,其中  $a$  为炮孔间距, $b$  为炮孔排距, $H$  为炮孔深度, $h$  为炮孔超挖深度, $L$  为装药长度, $l$  为堵塞长度, $Q$  为单孔装药量。

表 4 爆破参数表

Table 4 Blasting parameters

$H/\text{m}$	$h/\text{m}$	$a/\text{m}$	$b/\text{m}$	$L/\text{m}$	$l/\text{m}$	$Q/\text{kg}$
1.7	0	2.0	1.2	0.20	1.50	0.9
2.0	0	2.0	1.2	0.22	1.78	1.0
2.5	0	2.5	1.5	0.45	2.05	2.0
3.0	0	3.0	1.5	0.67	2.33	3.0

#### (2) 爆破网路

此次爆破采用可操作性强、安全可靠的非电导爆管雷管复式起爆网路,采用孔内 9 段(MS9)孔外 4 段(MS4)延期微差逐排起爆,起爆网路示意图见图 6。

### 4.3 爆破效果

#### (1) 爆破振动

工程中共设 4 个爆破振动监测点,采用 2 台四川拓普测控科技有限公司生产的 NUBOX-8016 型爆破振动智能监测仪、2 台成都中科测控有限公司生产的 TC-4850 型爆破测振监测仪进行检测。

爆破振动智能监测仪监测的数据见表 5,其中  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的振动速度, $f_x$ 、 $f_y$ 、 $f_z$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的振动频率。可以看出,土石方爆破作业中,爆破振动速度远小于《爆破安全规程》(GB 6722-2014)中一般民用建筑物的安全允许质点振动速度标准( $f \leq 10 \text{ Hz}$  时振动速度  $v$  的范围是

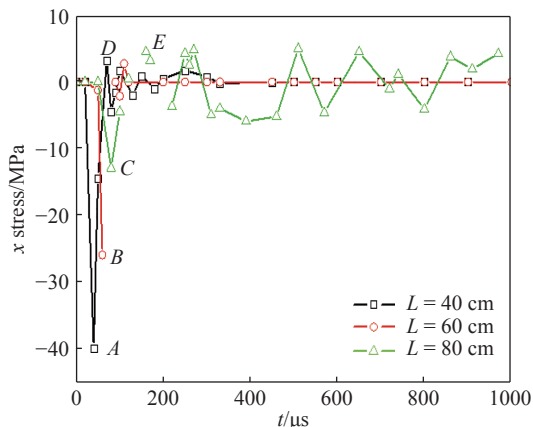


图 5 不同孔间距下炮孔中心连线中点处  $x$  方向的压力曲线

Fig. 5 Pressure curve in the  $x$  direction at the center of the connecting line of gun hole with different hole spacing

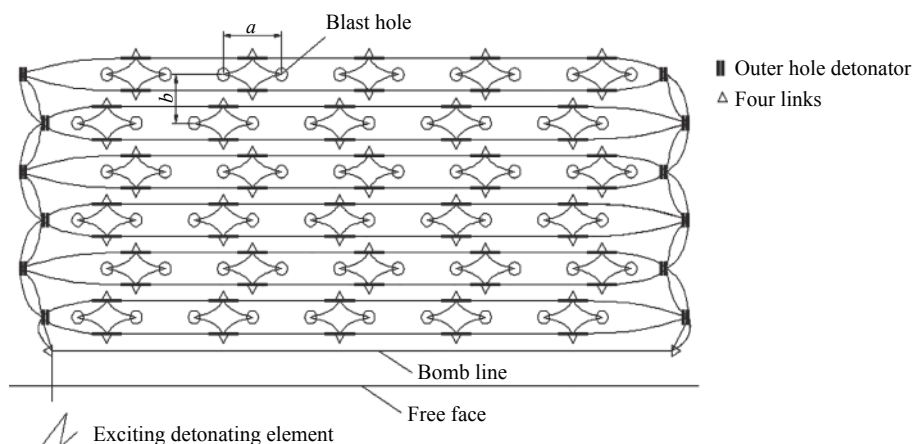


图6 起爆网路连接示意图

Fig. 6 Schematic of detonating network

表5 振动监测表

Table 5 Blasting vibration monitoring

Measuring point	Distance/m	$v_x/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	$f_x/\text{Hz}$	$v_y/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	$f_y/\text{Hz}$	$v_z/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	$f_z/\text{Hz}$
1	163	-0.21	9.16	-0.28	9.16	0.27	18.31
2	154	0.04	8.85	0.04	35.71	0.03	9.48
3	339	0.04	12.16	0.05	7.83	0.06	13.29
4	234	0.19	18.31	-0.14	9.16	-0.11	18.31

1.5~2.0 cm/s; 10 Hz< $f$ ≤50 Hz 时振动速度  $v$  的范围是 2.0~2.5 cm/s)。

## (2) 现场爆破效果

起爆后,所有炮孔均被起爆(无盲炮),从中选择4个炮孔查看裂纹扩展情况,具体如图7所示。从图7可以看出,每个炮孔周围有许多分支裂纹,表明岩石裂纹在孔壁边缘逐渐形成并呈放射状向四周扩展。4个炮孔之间共有8条主裂纹,且裂纹之间相互贯通,在每两个炮孔之间因应力波叠加效应而导致岩石发生部分破碎,这与模拟结果和理论分析一致,从而证明了数值模拟结果的可靠性。

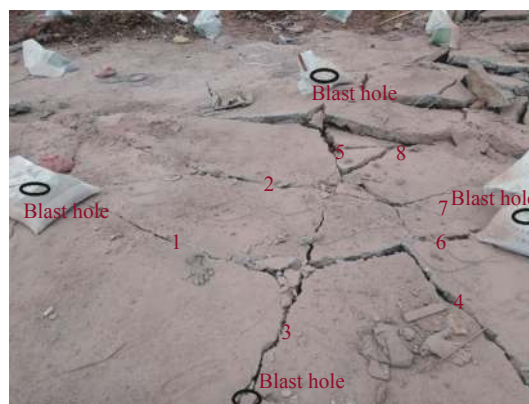


图7 爆破效果图

Fig. 7 Blasting effect

## 5 结 论

(1)爆炸应力波在未相遇前,随炮孔间距离的增加,单炮孔周围裂纹扩展得更加充分,炮孔周围粉碎区增大,萌生的分支小裂纹逐渐减少,主裂纹增多。在两炮孔之间受到相邻炮孔爆炸应力波影响的区域,主裂纹发育扩展较为明显,且随着炮孔间距的增大,主裂纹相互贯通的位置越靠近两炮孔中心连线方向。

(2)在3种不同炮孔间距条件下,所选取单元  $x$  方向爆炸应力波峰值压力衰减规律基本一致,炮孔间距  $L=80$  cm 相对于  $L=60$  cm 和  $L=40$  cm,应力波峰值分别衰减 67.7% 和 50.1%。

(3)由于岩石爆破裂隙区的形成主要是爆炸应力波拉伸应力作用的结果,因此工程上应根据岩石

性质和炸药性能选择爆炸应力波衰减到岩石动态抗拉强度附近时对应的距离,即为较合理的炮孔间距。

(4)工程实践结果表明,数值模拟结果用来指导爆破方案设计是可行的,能够为爆破工程提供重要的参考。

## 参考文献:

- [1] MA G W, HAO H, WANG F. Simulations of explosion-induced damage to underground rock chambers [J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2011, 3(1): 19–29.
- [2] YUE Z W, QIU P, YANG R S, et al. Stress analysis of the interaction of a running crack and blasting waves by caustics method [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017, 184: 339–351.
- [3] 何成龙, 杨军. 主动围压和爆炸加载作用下岩石动态响应研究 [J]. *兵工学报*, 2017, 38(12): 2395–2405.  
HE C L, YANG J. Research on dynamic response of rock under blast loading and active confining pressure [J]. *Acta Armamentarii*, 2017, 38(12): 2395–2405.
- [4] ZHAO J J, ZHANG Y, RANJITH P G. Numerical simulation of blasting-induced fracture expansion in coal masses [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2017, 100: 28–39.
- [5] ZHANG X L, JIAO Y Y, MA J F. Simulation of rock dynamic failure using discontinuous numerical approach [J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, 96: 160–166.
- [6] 夏祥, 李海波, 李俊如, 等. 岩体爆生裂纹的数值模拟 [J]. *岩土力学*, 2006, 27(11): 1987–1991.  
XIA X, LI H B, LI J R, et al. Numerical simulation of blast-induced cracks in rock [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(11): 1987–1991.
- [7] 周艳, 叶海旺, 易长平, 等. 台阶爆破相邻炮孔间损伤范围的数值模拟 [J]. *工程爆破*, 2014, 20(2): 17–20, 28.  
ZHOU Y, YE H W, YI C P, et al. Numerical simulation of damage zone between the adjacent boreholes in bench blasting [J]. *Engineering Blasting*, 2014, 20(2): 17–20, 28.
- [8] 郭东明, 闫鹏洋, 杨仁树, 等. 动静荷载下巷道围岩倾斜裂纹的动焦散试验 [J]. *采矿与安全工程学报*, 2016, 33(4): 668–675.  
GUO D M, YAN P Y, YANG R S, et al. Dynamic caustic test of inclined crack in roadwaysurrounding rock under dynamic and static load [J]. *Journal of Mining and Safety Engineering*, 2016, 33(4): 668–675.
- [9] 钟波波, 李宏, 张永彬. 爆炸荷载作用下岩石动态裂纹扩展的数值模拟 [J]. *爆炸与冲击*, 2016, 36(6): 825–831.  
ZHONG B B, LI H, ZHANG Y B. Numerical simulation of dynamic cracks propagation of rock under blasting loading [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2016, 36(6): 825–831.
- [10] 门建兵, 蒋建伟, 王树有. 爆炸冲击数值模拟技术基础 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2015.  
MEN J B, JIANG J W, WANG S Y. Numerical simulation of explosion impact [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2015.
- [11] 钮强. 岩石爆破机理 [M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1990.  
NIU Q. Rock blasting mechanism [M]. Shenyang: Northeast Institute of Technology Press, 1990.
- [12] LI X F, LI H B, ZHAO J. 3D polycrystalline discrete element method (3PDEM) for simulation of crack initiation and propagation in granular rock [J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, 90: 96–112.
- [13] YILMAZ O, UNLU T. Three dimensional numerical rock damage analysis under blasting load [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2013, 38: 266–278.
- [14] WANG Z L, KONIETZKY H. Modelling of blast-induced fractures in jointed rock masses [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2009, 76(12): 1945–1955.
- [15] ZHU W C, BAI Y, LI X B. Numerical simulation on rock failure under combined static and dynamic loading during SHPB tests [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2012, 49: 142–157.
- [16] 王礼立, 朱兆祥. 应力波基础 [M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2005.  
WANG L L, ZHU Z X. Stress wave foundation [M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2005.
- [17] 陈宝心, 杨勤荣. 爆破动力学基础 [M]. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2005.  
CHEN B X, YANG Q R. Basis of blasting dynamics [M]. Wuhan: Hubei Science and Technology Press, 2005.

## Numerical Analysis of Impact of Shot Hole Spacing on Crack Growth in Rock

LI Hongwei, LEI Zhan, JIANG Xiangyang, LIU Wei, HE Zhiwei, ZHANG Binbin

(*College of Chemical Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China*)

**Abstract:** In order to achieve full fragmentation of the rock and effectively use the explosive energy, the impact of different hole spacing on the rock (hornfels) blast crack extension was studied via ANSYS/LS-DYNA software package using fluid-structure interaction (ALE) algorithm. The results showed that with the increase of the distance between the two holes, the crack growth around the single gun hole becomes more sufficient, the comminution area around the gun hole increases, the generated branch small crack gradually decreases, the main crack increases, and the crack growth rate is about 0.42 times that of the longitudinal wave velocity of the rock. In the area between the two holes affected by the explosion stress wave of the adjacent holes, the main crack growth and expansion are more obvious, and with the increase of hole spacing, the position of the main crack interconnection is closer to the direction of connecting the center of the two holes. Engineering practice suggested that the results of numerical simulation has positive effect on blasting engineering, the results of numerical simulation can be used to guide the design of blasting scheme and can provide important reference value for the blasting engineering.

**Keywords:** finite element; fluid-solid coupling; crack propagation; blasthole spacing; spallation



# 冲击载荷下 $\text{Al}_2\text{O}_3$ 陶瓷的失效与破碎特性

孙晓波, 高玉波, 徐 鹏

(中北大学理学院, 山西 太原 030051)

**摘要:** 作为典型的脆性材料, 陶瓷对变形具有高度敏感性, 在强动载荷下具有完全不同于延性金属材料的损伤、破坏行为等力学响应特性。采用分离式霍普金森杆测试系统对  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷进行了冲击加载试验, 获得了陶瓷的动态抗拉/压力学性能, 以及材料破碎特性随应变率的变化关系。利用能量守恒和动力学的理论方法, 对脆性陶瓷材料在不同应变率下的力学特性和碎片尺度进行了深入研究。结果表明: 在冲击载荷作用下,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的抗拉和抗压强度均与应变率呈正相关。 $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷试样在一维应力波作用下的破碎颗粒尺寸差异较大, 随着加载应变率的增加, 破碎的陶瓷颗粒总数增大, 颗粒平均粒径减小, 应力集中的影响逐渐减弱。采用 DID 模型模拟的脆性材料碎片尺度与实验结果比较吻合, Grady 模型源于韧性材料的推广, 与实验结果的偏差较大。

**关键词:**  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷; 应变率效应; 破碎尺度; 冲击加载

**中图分类号:** O347.3

**文献标识码:** A

陶瓷材料广泛应用于军事和民用防护系统, 研究其在冲击载荷下的动态力学特性至关重要。在低应变率加载条件下, 陶瓷材料可看作弹脆性材料; 随着应变率的增加, 陶瓷材料会表现出一定的应变率效应; 而在高应变率下陶瓷材料的动态力学行为表现复杂, 主要源于对材料损伤机理的认识尚不清晰。探究陶瓷材料在冲击载荷下的失效和碎裂特征是深入开展陶瓷材料动态损伤机理研究的前提<sup>[1-2]</sup>, 相关的研究成果可为陶瓷防护结构设计提供重要的参考依据。

目前针对脆性材料动态破碎特征的研究主要集中在理论模型建立和实验探索阶段。为研究陶瓷在冲击压缩下的动态力学性能, Wang 等<sup>[3]</sup> 基于霍普金森压杆技术, 采用高速相机直接观察了  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的宏观动态开裂破碎过程, 对陶瓷的应力分布和损伤进行演化, 研究表明损伤(开裂)演化是由多轴应力状态决定的, 尤其是材料局部拉伸应力集中, 开裂过程会导致表面纵向劈裂破坏和内部对角损伤带。Sellappan 等<sup>[4]</sup> 为探究冲击方向的影响, 对  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷圆盘进行了垂直和平行方向的动态冲击加载, 得出陶瓷的动态破坏过程主要包括裂纹的萌生和扩展。为完善脆性固体材料的理论模型, Deng 等<sup>[5]</sup> 针对含有微裂纹的脆性固体, 建立了单轴压缩损伤演化的二维模型, 考虑了摩擦本构关系、速度相关本构关系以及速度无关塑性本构关系来探究对已有微缺陷变形的影响, 证明这些微裂纹是由微缺陷产生的。Acharya 等<sup>[6]</sup> 通过场发射扫描电镜(FESEM)和透射电镜对回收的  $\text{Al}_2\text{O}_3$  碎片进行检测, 分析了在宏观破坏机制下微破裂的原因及其在  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷整体失效过程中的作用条件。为研究冲击载荷下陶瓷材料的碎片尺度, 易洪昇等<sup>[7]</sup> 提出脆性颗粒的受压破坏过程是拉伸破坏和剪切破坏两种机制共同作用的结果, 提出拉剪耦合时序破坏模型, 即随着加载条件的变化, 脆性颗粒体系的破碎机制从单一的拉伸破

\* 收稿日期: 2018-12-03; 修回日期: 2019-01-03

基金项目: 国家自然科学基金(11702257)

作者简介: 孙晓波(1994—), 男, 硕士研究生, 主要从事陶瓷颗粒的抗侵彻机理研究。

E-mail: 1448938878@qq.com

通信作者: 徐 鹏(1969—), 男, 博士, 教授, 主要从事爆炸与冲击动力学研究。

E-mail: xptj1972@163.com

坏模式向更复杂的破坏模式(压剪破坏、剪切破坏)发展。Grady 等<sup>[8]</sup>将韧性材料能量模型运用于脆性材料的动态碎片尺度,周风华等<sup>[9]</sup>修正了韧性材料模型,使其适用于脆性材料碎片尺度的计算,并提出了相关动力学模型。

材料在冲击载荷作用下的动态破碎特性已逐渐受到冲击动力学领域研究人员的关注。然而,关于碎裂的一个直接问题是:在给定加载条件下能否预测生成碎片的个数,并统计破碎特征。本研究将开展冲击载荷下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的失效与破碎特性研究,以获得材料的动态拉伸、压缩力学性能及其率敏感性。随后,将破碎的陶瓷颗粒进行软回收并分类统计,运用理论与实验相结合的方法对冲击载荷下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的破碎特性进行深入研究。

## 1 实 验

### 1.1 动态压缩实验

基于一维应力波理论,试样的应力  $\sigma(t)$ 、应变  $\varepsilon(t)$  和应变率  $\dot{\varepsilon}(t)$  可描述为

$$\sigma(t) = \frac{A_0}{2A_s} E_0 (\varepsilon_i + \varepsilon_r + \varepsilon_t) \quad (1)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{C_0}{L_s} \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_r - \varepsilon_t) dt \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{C_0}{L_s} (\varepsilon_i + \varepsilon_r + \varepsilon_t) \quad (3)$$

式中:  $A_0$ 、 $C_0$  和  $E_0$  分别为压杆横截面面积、体积声速和弹性模量;  $A_s$ 、 $L_s$  分别为试样横截面面积和长度,  $\varepsilon_i$ 、 $\varepsilon_r$ 、 $\varepsilon_t$  分别为入射、反射和透射应变。

动态压缩实验样品采用热压烧结成型的 AD95 陶瓷,密度  $\rho=3869 \text{ kg/m}^3$ 。由于陶瓷强度高、破坏应变小,设计试样时需兼顾端面应力集中和屈曲破坏的影响。Wang 等<sup>[10]</sup>提出陶瓷的高应变率加载需满足长径比为 2 的要求。为此,本研究选用尺寸为  $\phi 5.5 \text{ mm} \times 11.0 \text{ mm}$  的圆柱形试样。通过准静态加载实验,获得了材料的弹性模量  $E=290 \text{ GPa}$ ,通过查阅文献得到 AD95 陶瓷的泊松比为 0.23<sup>[11]</sup>。根据应力波理论,可计算得到材料的纵波波速为 9594 m/s,横波波速为 5661 m/s。

图 1 为改进的分离式霍普金森压杆(SHPB)装置示意图。压杆为高强度钢杆,直径为 14.5 mm,撞击杆长度为 250 mm,入射杆和透射杆的长度为 1300 mm。采用添加 WC 垫块的方法避免试样对加载平台的破坏,考虑材料阻抗匹配,垫块尺寸取  $\phi 10.3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ 。为了有效收集实验后的陶瓷碎片,在样品外侧沿压杆设计了一个套筒装置。波形整形器选用塑性较好的紫铜,尺寸为  $\phi 6 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ ,以提高入射波加载时间,并减小波的弥散效应。

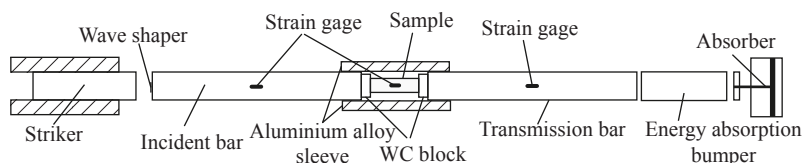


图 1 改进的分离式霍普金森压杆

Fig. 1 Schematic of modified split Hopkinson pressure bar

### 1.2 动态巴西圆盘实验

巴西圆盘实验是针对脆性材料的间接拉伸实验,在圆盘状试样的侧面沿径向施加力,则在试样内垂直加载方向产生拉伸效应。当拉应力大于材料的抗拉强度时,试样将沿径向发生劈裂破坏,如图 2(a) 所示。弹性力学对圆盘中心位置的环向应力  $\sigma_\theta$  和径向应力  $\sigma_r$  给出了解析解

$$\sigma_\theta = \frac{2P_c}{\pi Dd} \quad (4)$$

$$\sigma_r = \frac{2P}{\pi D d} \left( 1 - \frac{4D^2}{D^2 - 4r^2} \right) \quad (5)$$

式中:  $P$  为作用于圆盘两端的径向加载力,  $P_c$  为圆盘周围受到的环向压力,  $D$ 、 $d$  分别为圆盘的直径和厚度,  $r$  为圆盘中心测量点与平面参考点之间的距离。

动态巴西圆盘实验的加载装置(见图 2)包括压杆、垫块、波形整形器等。试样尺寸为  $\varnothing 16.11 \text{ mm} \times 6.60 \text{ mm}$ , 试样表面平行度和平面度分别为  $0.001 \text{ mm}$  和  $0.01 \text{ mm}$ 。由于陶瓷试样的破坏应变较小, 需要在圆盘试样的中心点位置粘贴小尺寸应变片, 以直接测量实时应变, 如图 2(b) 所示。为避免试样与加载杆端面摩擦效应的影响, 在两者之间添加适量的二硫化钼润滑剂。

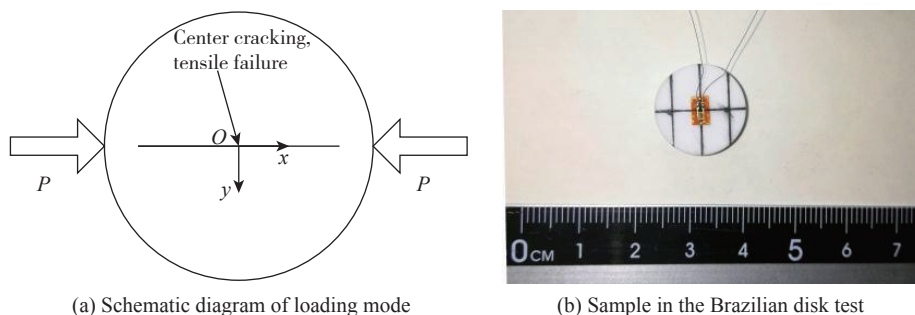


图 2 巴西圆盘试样设计

Fig. 2 Design of the Brazilian disc sample

## 2 动态力学性能

### 2.1 动态压缩力学性能

脆性陶瓷的破坏应变较小, 一维应力波加载时间对试样内部应力均匀性的影响较大, 短时间加载的矩形脉冲伴随波的弥散会导致陶瓷发生局部破坏。图 3 为动态压缩加载下的典型信号。由图 3 可知, 入射波为理想的三角波, 入射波的脉宽约为  $200 \mu\text{s}$ 。由反射波信号可知, 试样经历恒应变率加载平台段后, 信号出现一个突跃, 表明此时材料的波阻抗迅速降低, 压缩波全部返回入射杆, 材料表现出明显的脆性特征。

图 4 为不同应变率下陶瓷材料的动态应力-应变曲线。由图 4 可知, 应力-应变曲线近似呈直线, 符合  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷典型的弹脆性特征, 且陶瓷的动态压缩强度随着应变率的增加而增加, 说明材料具有明显的应变率正相关性。动态加载下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  的弹性模量约为  $290 \text{ GPa}$ , 受实验条件限制, 动态失效应变的测量并不准确, 但从中仍可发现材料弹性模量的应变率敏感性并不明显。

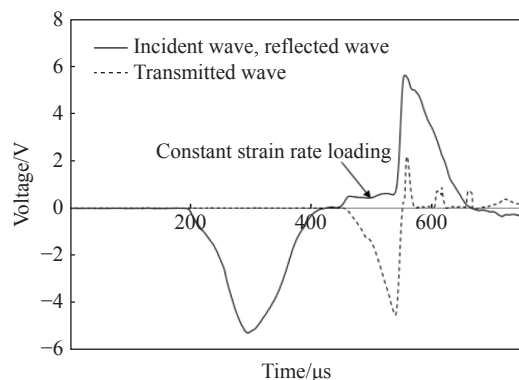


图 3 动态压缩实验的典型信号

Fig. 3 Typical signal of dynamic compression experiments

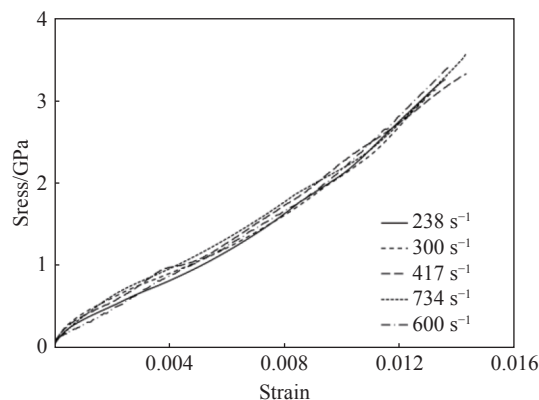


图 4 应力-应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curves

一维应力波加载下圆柱陶瓷的破坏分为劈开破坏和粉碎性破坏,而劈开破坏形式并不代表材料的真实压缩强度<sup>[12]</sup>。杨震琦等<sup>[13]</sup>对  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷进行了一维应力波加载实验,试件尺寸为 $\varnothing 10 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ ,实验收集到的陶瓷碎片如图 5(a)和图 5(b)所示,其破坏形式为典型的劈开破坏。研究表明,劈开破坏的原因多为试样端面的局部应力集中。本研究采用尺寸为 $\varnothing 5.5 \text{ mm} \times 11.0 \text{ mm}$ 的圆柱试样,收集到的陶瓷破坏形态为颗粒状,如图 5(c)和图 5(d)所示。可见,在一维应力冲击加载下,回收的颗粒尺寸大小不一,说明粉碎破坏模式下陶瓷仍存在局部应力集中现象,大颗粒陶瓷由圆柱试样外侧破坏形成,而应力均匀加载产生了小颗粒状陶瓷。

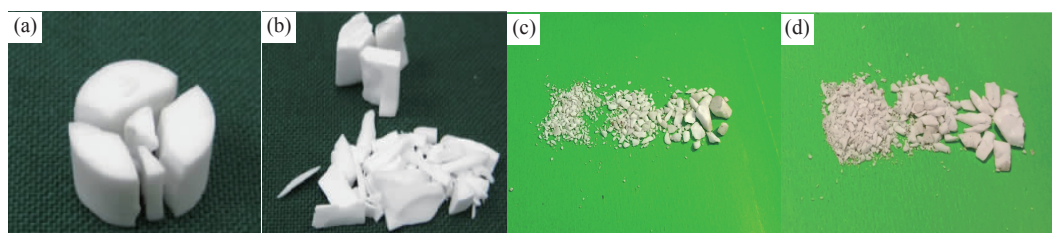


图 5 动态加载下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  的破坏模式 ((a) 和 (b) 的试样尺寸为 $\varnothing 10 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ <sup>[12]</sup>; (c) 和 (d) 的试样尺寸为 $\varnothing 5.5 \text{ mm} \times 11.0 \text{ mm}$ )

Fig. 5 Fractured mode of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramic under dynamic tests ((a) and (b): specimen size  $\varnothing 10 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ <sup>[12]</sup>; (c) and (d): specimen size  $\varnothing 5.5 \text{ mm} \times 11.0 \text{ mm}$ )

## 2.2 动态拉伸力学性能

在 6 种不同的应变率下进行动态抗压/拉实验,每个应变率下做 4 次重复性试验,利用最小二乘法对平均抗拉/压数值进行统计。从图 6 可以看出,在一维应力波动态加载下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的抗拉/压强度与应变率呈正相关性。随着应力的逐步提高,试样内部承载能力最弱处先发生裂纹的成核扩展;随着应变率的提高,由于应力波加载的作用时间很短,而裂纹成核扩展需要一定时间,因此在裂纹成核扩展过程中,应力波仍在对试样加载,试样中的应力水平提高,比该处承载能力更强的地方相继达到裂纹成核扩展条件,裂纹沿多条路径同时扩展,试样中的裂纹越来越密集,此时可看作一维应力下的轴向压缩,最终导致试样失稳破坏<sup>[14]</sup>。因此,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的强度对应变率有较强的依赖性。另外,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的抗压强度约为抗拉强度的 20 倍,这是因为陶瓷晶体中可动位错少,而位错运动又很困难,故一旦达到屈服强度,陶瓷晶体就断裂了,在拉伸时当裂纹达到临界尺寸就失稳扩展而断裂,而压缩时裂纹或者闭合或者呈稳态缓慢扩展,并转向平行于压缩轴<sup>[15]</sup>。

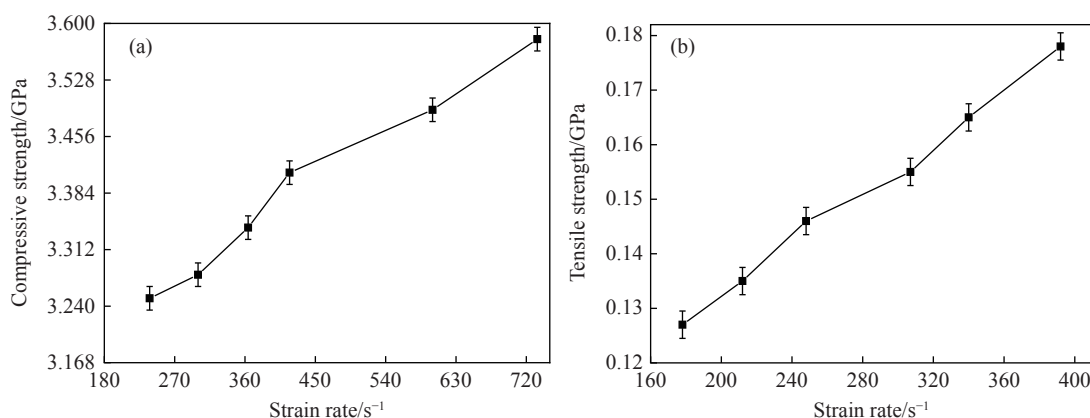


图 6  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷不同应变率下动态抗压/拉强度

Fig. 6 Dynamic compressive and tensile strength of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramic under different strain rate

如图 7 所示,收集的动态巴西圆盘试样主要为两个半圆,主裂纹沿加载方向,且满足巴西圆盘实验的中心开裂要求。破碎的圆盘主要呈“川”字型,试样与加载端的接触区域破碎严重,说明两者的点接



触使得试样存在局部应力集中;然而圆盘中心区域裂纹基本呈直线状,说明满足应力均匀性,且试样在此处的受力主要是沿径向的拉伸作用。

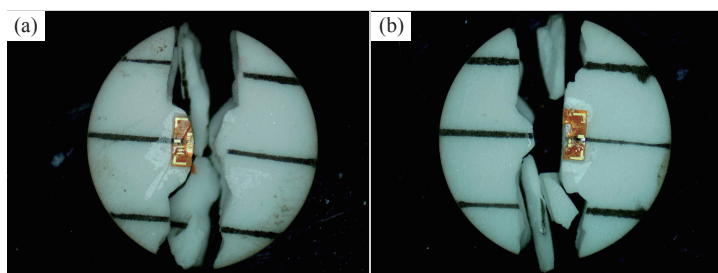


图7 动态巴西圆盘试样破坏模式

Fig. 7 Fractured mode of dynamic Brazilian disc tests

图8给出了动态巴西圆盘实验典型信号。通过紫铜整形后,入射波仍为典型的三角波,并且坡度更加缓和;310~350  $\mu\text{s}$ 之间为信号平台段,实现了对试样的恒应变率加载;随后,信号出现突跃,表明此时材料的波阻抗迅速降低,压缩波全部返回入射杆;圆盘试样中心位置粘贴的应变片测量的信号存在一个突跃点,材料在此时瞬间破坏,说明材料在动态拉伸状态下也表现出明显的脆性特征。

图9显示了 $\text{Al}_2\text{O}_3$ 陶瓷在不同恒应变率动态加载下的应变率-应变曲线。通过分析可以看出: $\text{Al}_2\text{O}_3$ 陶瓷在破坏前的变形主要是弹性变形,在弹性范围内就会发生脆性断裂破坏;在斜波加载过程中,应变率的大小与斜加载波的坡度成正比,坡度越大,应变率越大,陶瓷作为脆性材料的破坏应变很小,且应变随着应变率的增大而增大,陶瓷的抗拉强度与应变率也呈正相关。

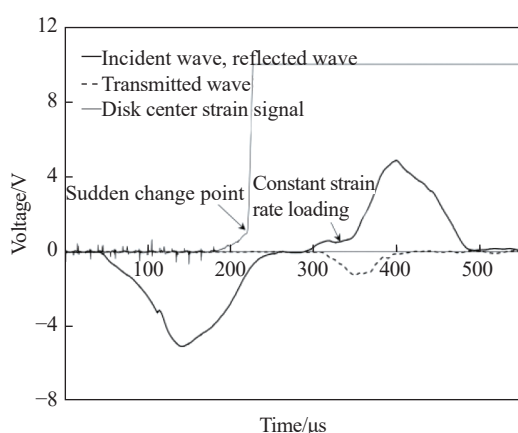


图8 动态巴西圆盘实验典型信号

Fig. 8 Typical signal of dynamic Brazilian disc tests

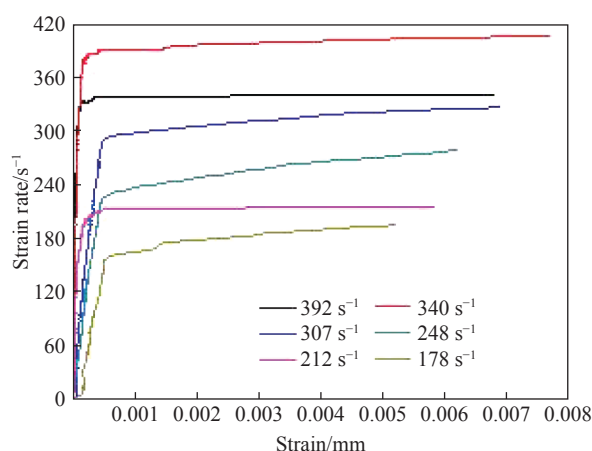


图9 应变率-应变曲线

Fig. 9 Strain rate-strain curve

### 3 动态压缩破碎特性分析

Grady等<sup>[16]</sup>从破坏机理上对碎裂现象进行了理论分析,基于能量守恒提出了关于碎片尺度的计算公式

$$s = \left( \frac{24G_c}{\rho \dot{\epsilon}^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

式中: $s$ 为碎片尺寸, $G_c$ 为断裂能, $\rho$ 为材料密度。

Glenn等<sup>[17]</sup>对能量守恒方程进行了修正,在能量守恒方程中加入了一个应变能项,并假设破碎后储存的应变能和局部动能耗散为断裂能,有

$$s = 4\sqrt{\frac{\alpha}{3}} \sin\left(\frac{\phi}{3}\right) \quad (7)$$

式中:  $\phi = (\sin h)^{-1} \beta \left(\frac{3}{\alpha}\right)^{3/2}$ ,  $\alpha = \frac{3\sigma_c^2}{\rho E \varepsilon}$ ,  $\beta = \frac{3}{2} \frac{G_c}{\rho \varepsilon^2}$ ,  $E$  为弹性模量,  $\sigma_c$  为抗压强度,  $h$  为陶瓷试样高度。

(6) 式和 (7) 式直接源于能量守恒关系。Zhou<sup>[18]</sup> 考虑到材料的动态碎裂是一个涉及裂纹成核、扩展以及相互作用等动态机制的复杂过程, 建立了脆性材料破碎的动力学模型 (DID), 得到

$$\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{c\sigma_c^3/E^2G_c}\right) \left\{ \exp\left[\frac{ct_f}{EG_c/\sigma_c^2}\right] - \frac{ct_f}{EG_c/\sigma_c^2} - 1 \right\} = 1 \quad (8)$$

式中:  $c$  为弹性波速,  $c = \sqrt{E/\rho}$ ;  $t_f$  为断裂能。扩展过程中, 裂纹对邻近介质产生卸载。被卸载区域的单向长度为  $ct_f$ , 称为动态孤立裂纹扩展过程的影响尺度<sup>[19]</sup>。

对 (6) 式、(7) 式和 (8) 式进行无量纲化处理, 可简化为

$$\bar{S}_{\text{Grady}} = \left[ \frac{24}{(\bar{\dot{\varepsilon}})^2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (9)$$

$$\bar{S}_{\text{G\&C}} = \frac{4}{\bar{\dot{\varepsilon}}} \sin h \left[ \frac{1}{3} (\sin h)^{-1} \left( \frac{3}{2} \bar{\dot{\varepsilon}} \right) \right] \quad (10)$$

$$\bar{S}_{\text{DID}} = \frac{s}{\bar{s}_0} = 4.5 \left[ 1 + 0.77 \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^{\frac{1}{4}} + 5.4 \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{-1} \quad (11)$$

式中:  $\varepsilon_0 = \frac{c\sigma_c^3}{E^2G_c}$ ,  $s_0 = \frac{EG_c}{\sigma_c^2}$ ,  $\dot{\varepsilon} = \frac{c\sigma_c}{Eh}$ ,  $\bar{\dot{\varepsilon}} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$ ,  $\sigma_c$  为抗压强度。

对一维应力波加载下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷压缩试样进行软回收, 采用初步筛分法和超声波振动仪分离颗粒, 然后采用 JX-2000 显微图像分析仪对陶瓷颗粒图像进行二值化处理, 得到颗粒粒径分布特征, 最后对不同尺寸颗粒进行整理, 获得颗粒陶瓷的个数累积。

试样破碎后产生碎片的大小及形状是试样加载过程中裂纹演化及能量释放等微观过程的真实反映。图 10 为回收的陶瓷颗粒分类, 可见  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷试样在一维应力波作用下的破碎颗粒尺寸差异较大。根据颗粒形状判断, 部分大尺寸陶瓷颗粒主要为试样的边缘或者表面损伤后形成的碎片, 这部分试样受应力集中作用明显。将试验中获得的陶瓷颗粒尺寸进行分类: 极小尺寸颗粒 (小于  $300 \mu\text{m}$ )、小尺寸颗粒 ( $300 \sim 500 \mu\text{m}$ )、中等尺寸颗粒 ( $500 \sim 1000 \mu\text{m}$ )、大尺寸颗粒 ( $1000 \sim 1500 \mu\text{m}$ ) 和超大尺寸颗粒 (大于  $1500 \mu\text{m}$ )。

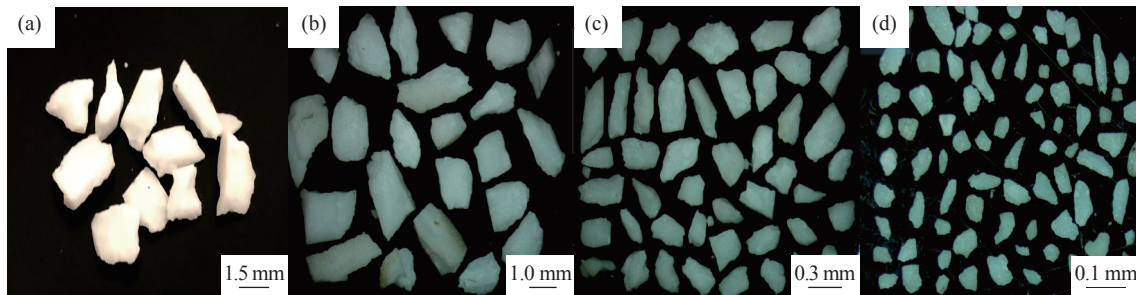


图 10 陶瓷压缩碎片

Fig. 10 Ceramic compression fragment

将分类后的颗粒粒径进行统计分析, 计算颗粒体积当量的等效直径, 其中  $300 \mu\text{m}$  以上较大尺寸颗粒采用 BC-1600 电子显微镜统计,  $300 \mu\text{m}$  以下的颗粒使用 JX-2000 图像显微仪分析, 分析和统计结果如

表 1 所示。由表 1 可知: 随着应变率的增加, 尺寸小于  $300\ \mu\text{m}$  和  $500\sim 1000\ \mu\text{m}$  颗粒数量逐渐增大,  $300\sim 500\ \mu\text{m}$  以及大于  $1000\ \mu\text{m}$  的颗粒数量逐渐减小, 颗粒总数增大, 颗粒平均粒径逐渐减小, 破坏所需的能量增大, 符合能量守恒定律。同时, 应力集中的影响随着加载应变率的增加而逐渐减弱。对于一些超大颗粒, 则是由于应力集中造成的, 圆角根部的应力集中系数越高, 其边缘越容易发生脆性破碎。此外, 还能够得出脆性陶瓷材料的颗粒破碎程度与应变率呈正相关。

表 1 不同应变率下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷破碎颗粒尺寸Table 1 Particle size of fractured  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramic under different strain rates

Grain size/ $\mu\text{m}$	Particle number					
	$238\ \text{s}^{-1}$	$300\ \text{s}^{-1}$	$364\ \text{s}^{-1}$	$417\ \text{s}^{-1}$	$600\ \text{s}^{-1}$	$734\ \text{s}^{-1}$
<300	571	521	568	689	816	970
300–500	234	236	248	249	265	188
500–1000	38	71	88	74	151	127
1000–1500	69	146	115	99	80	39
>1500	34	28	29	23	22	31
Total particle number	946	1002	1048	1134	1334	1355
Average diameter/mm	344	335	330	323	318	299

将实验获得的  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷参数(见表 2 和表 3)代入(9)式、(10)式和(11)式中, 获得了无量纲化的 Grady、G&C 和 DID 陶瓷破碎尺寸模型, 如图 11 所示。目前, Glenn 等<sup>[17]</sup>给出的高应变率下 G&C 标度关系在相当大范围内被验证是准确的, 但模型中碎裂过程的能量转换假设一直存在争议。近年来一些数值模拟和理论分析表明, Grady 公式显著高估了碎片尺寸, 而且完全忽略了微裂纹的扩张、颈缩等机制, 碎裂的物理过程被过分简化。由图 11 可知: DID 模型比较吻合脆性材料的碎片尺度特性; 而 Grady 模型由于源于将韧性材料模型推广到脆性材料中, 与本实验结果的偏差较大。同时, 相比于理论破碎颗粒尺度, 材料在真实破坏条件下的颗粒尺寸更大, 这是由于陶瓷内部分布着大量微裂纹和微气孔, 在冲击作用下微孔洞会产生应力集中现象, 从而形成部分尺寸较大的颗粒。

表 2  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷参数<sup>[20]</sup>Table 2 Parameters of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramic<sup>[20]</sup>

$\rho/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	$E/\text{GPa}$	$c/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$G_c/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$
3.869	290	8658	30

表 3 抗拉/压强度随应变率的变化

Table 3 Tensile strength varies with strain rates

Tensile		Compression		
$\dot{\varepsilon}/\text{s}^{-1}$	$\sigma_t/\text{GPa}$	$\dot{\varepsilon}/\text{s}^{-1}$	$\sigma_c/\text{GPa}$	$\dot{\varepsilon}_0/\text{s}^{-1}$
178	0.127	238	3.25	8820
212	0.135	300	3.28	8902
248	0.146	364	3.34	9072
307	0.155	417	3.41	9282
340	0.165	600	3.49	9716
392	0.178	734	3.58	9934

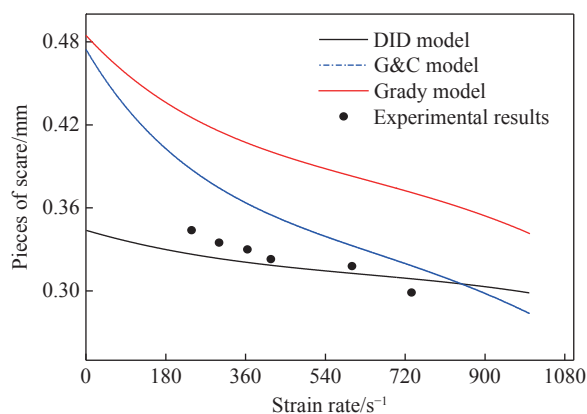


图 11 理论模型与实际碎片尺寸对比

Fig. 11 Comparison between theoretical model and actual debris size

## 4 结 论

为了分析  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷在冲击载荷下的失效和破碎特性,对设计的试样开展了霍普金森杆动态拉伸/压缩实验,获得了动态加载下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的率敏感性以及应力集中特点;对回收的颗粒陶瓷进行粒度分析,得到了陶瓷在一维应力波作用下的破碎特性,得到以下主要结论。

(1)一维应力波加载下,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷的动态抗拉和抗压强度均表现出随应变率的正相关性,材料的抗压强度约为抗拉强度的20倍。

(2) $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷试样在一维应力波作用下的破碎颗粒尺寸差异较大,部分大尺寸颗粒主要来自试样边缘或表面。破碎的陶瓷颗粒总数随加载应变率的增加而增大,颗粒的平均粒径逐渐减小。应力集中的影响随加载应变率的增加而逐渐减弱,脆性陶瓷材料的颗粒破碎程度与应变率成正相关。

(3)G&C模型得到的破碎尺寸在低应变率下比实际破碎尺寸大,说明材料的裂纹成核和扩展对于陶瓷破碎有着不可忽视的影响;Grady模型证明不可将韧性材料模型推广到脆性材料中;DID模型考虑了材料的初始缺陷,计算结果与脆性材料的实际破碎尺寸比较吻合。对于材料在真实破坏条件下的颗粒破碎尺寸,应力集中这一因素不可忽视。

## 参考文献:

- [1] WEI G, ZHANG W. Deformation and fracture behavior of steel projectiles impacting AD95 ceramic targets-experimental investigation [J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2014, 500(11): 112065.
- [2] GILVARRY J J, BERGSTROM B H. Fracture of brittle solids. III. experimental results on the distribution of fragment size in single fracture [J]. *Journal of Applied Physics*, 1962, 33(11): 3211–3213.
- [3] WANG Z, LI P. Dynamic failure and fracture mechanism in alumina ceramics: experimental observations and finite element modelling [J]. *Ceramics International*, 2015, 41(10): 12763–12772.
- [4] SELLAPPAN P, WANG E, SANTOS C J E, et al. Wave propagation through alumina-porous alumina laminates [J]. *Journal of the European Ceramic Society*, 2015, 35(1): 197–210.
- [5] DENG H, NEMAT-NASSER S. Dynamic damage evolution in brittle solids [J]. *Mechanics of Materials*, 1992, 14(2): 83–103.
- [6] ACHARYA S, BYSAKH S, PARAMESWARAN V, et al. Deformation and failure of alumina under high strain rate compressive loading [J]. *Ceramics International*, 2015, 41(5): 6793–6801.
- [7] 易洪昇, 徐松林, 单俊芳. 不同加载速度下脆性颗粒的破坏特征 [J]. *爆炸与冲击*, 2017, 37(5): 913–922.  
YI H S, XU S L, SHAN J F. Failure characteristics of brittle particles at different loading speeds [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2017, 37(5): 913–922.
- [8] GRADY D E, BENSON D A. Fragmentation of metal rings by electromagnetic loading [J]. *Experimental Mechanics*, 1983, 23(4): 393–400.
- [9] 周风华, 王永刚. 影响冲击载荷下脆性材料碎片尺度的因素 [J]. *爆炸与冲击*, 2008, 28(4): 298–303.  
ZHOU F H, WANG Y G. Factors affecting the size of brittle material fragments under impact loading [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2008, 28(4): 298–303.
- [10] WANG H, RAMESH K T. Dynamic strength and fragmentation of hot-pressed silicon carbide under uniaxial compression [J]. *Acta Materialia*, 2004, 52(2): 355–367.
- [11] 段卓平, 关智勇. 冲击载荷下  $\text{Al}_2\text{O}_3$  抗弹陶瓷的力学性能实验研究 [J]. *高压物理学报*, 2003, 17(1): 29–34.  
DUAN Z P, GUAN Z Y. Experimental study on mechanical properties of elastics ceramics under impact loading [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2003, 17(1): 29–34.
- [12] 李英雷, 胡时胜, 李英华. AD95 陶瓷材料的动态压缩测试研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2004, 24(3): 233–239.  
LI Y L, HU S S, LI Y H. Dynamic compression test of AD95 Ceramic materials [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2004, 24(3): 233–239.
- [13] 杨震琦, 庞宝君, 王立闻. JH-2 模型及其在  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷低速撞击数值模拟中的应用 [J]. *爆炸与冲击*, 2010, 30(5): 463–471.  
YANG Z Q, PANG B J, WANG L W. JH-2 model and its application in low speed impact simulation of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramics [J].



- [Explosion and Shock Waves](#), 2010, 30(5): 463–471.
- [14] 王振, 张超, 王银茂. 飞机风挡无机玻璃在不同应变率下的力学行为 [J]. [爆炸与冲击](#), 2018, 38(2): 295–301.  
WANG Z, ZHANG C, WANG Y M. Mechanical behavior of aircraft windshield inorganic glass under different strain rates [J]. [Explosion and Shock Waves](#), 2018, 38(2): 295–301.
- [15] 罗诗裕, 邵明珠, 罗晓华. 正弦平方势与应变超晶格位错动力学 [J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2010(2): 207–212.  
LUO S Y, SHAO M Z, LUO X H. Sinusoidal squared potential and strain superlattice dislocation dynamics [J]. Chinese Science: Physics, Mechanics, Astronomy, 2010(2): 207–212.
- [16] GRADY D E, KIPP M E. Mechanisms of dynamic fragmentation: factors governing fragment size [J]. *Mechanics of Materials*, 1985, 4(3/4): 311–320.
- [17] GLENN L A, CHUDNOVSKY A. Strain-energy effects on dynamic fragmentation [J]. [Journal of Applied Physics](#), 1986, 59(4): 1379–1380.
- [18] ZHOU F, MOLINARI J F, RAMESH K T. Effects of material properties on the fragmentation of brittle materials [J]. [International Journal of Fracture](#), 2006, 139(2): 169–196.
- [19] DRUGAN W J. Dynamic fragmentation of brittle materials: analytical mechanics-based models [J]. [Journal of the Mechanics and Physics of Solids](#), 2001, 49(6): 1181–1208.
- [20] 程靳, 赵树山. 断裂力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2006: 152–163.  
CHENG J, ZHAO S S. *Mechanics of fracture* [M]. Beijing: Science Press, 2006: 152–163.

## Failure and Fracture Characteristics of $\text{Al}_2\text{O}_3$ Ceramics under Impact Loading

SUN Xiaobo, GAO Yubo, XU Peng

(*College of Science, North University of China, Taiyuan 030051, China*)

**Abstract:** As one of the typical brittle materials, ceramics are highly sensitive to deformation. Under strong dynamic loads, it exhibits mechanical response characteristics completely different from ductile metal materials which involve damage and destructive behavior. In this study, the split Hopkinson bar test system is used to carry out impact loading tests on  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramics obtaining the dynamic tensile/compressive properties of the ceramics, as well as the relationship of fracture characteristics with strain rate. In addition, the mechanical properties and fragment size of brittle ceramic materials under different strain rates are further studied by using the theoretical methods of energy conservation and dynamics. The results show that the tensile and compressive strength of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramics is positively correlated with strain rate under impact loading. Furthermore, the particle sizes of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramic samples vary greatly under the action of the one-dimensional stress wave. With the increase of loading strain rate, the total number of broken ceramic particles will increase and the average particle size will decrease, while the influence of stress concentration will gradually weaken. Finally, the fragment size of brittle materials simulated by the DID model is consistent with the experimental results. However, Grady model is derived from the fact that the generalization of ductile materials is quite different from the experimental results.

**Keywords:**  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ceramics; effects of strain rate; broken scale; impact loading

# 冲击载荷作用下 PZT-5 压电陶瓷的力电特性

雷 霆<sup>1,2</sup>, 陈 刚<sup>1</sup>, 何颖波<sup>1</sup>, 李尚昆<sup>1</sup>

(1. 中国工程物理研究院总体工程研究所, 四川 绵阳 621999;

2. 中国工程物理研究院电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

**摘要:** 压电陶瓷是压电冲击传感器的核心元件。采用分离式霍普金森压杆 (SHPB) 实验技术研究 PZT-5 压电陶瓷在冲击载荷作用下的力电特性, 进行了 4~14 m/s 不同速度的实验。实验中为保证试件与压杆绝缘, 采用了对试件影响较小的表面溅射  $\text{Al}_2\text{N}_3$  的工艺, 溅射厚度为 1~3  $\mu\text{m}$ 。实验结果表明: 在冲击加载过程中, PZT-5 压电陶瓷的应变变化表现出黏性性质, 其产生的电荷与加载过程中试件的应力、应变均相关; 当加载速度超过一定值时, 加载过程中压电陶瓷可能产生损伤, 不同的损伤程度也影响电荷的产生; PZT-5 压电陶瓷的力学和电学性能具有明显的率相关性。

**关键词:** 压电陶瓷; 分离式霍普金森压杆; 损伤程度; 率相关性

**中图分类号:** O347.4

**文献标识码:** A

压电陶瓷具有响应迅速、灵敏度高、制备技术成熟、易于加工成型等特点。基于压电陶瓷特性制成的压电冲击传感器具有量程大、工作频带宽、体积小、重量轻、安装方便、性能稳定、适用于各种恶劣环境等特点<sup>[1]</sup>, 广泛应用于汽车、飞机、国防等领域。

针对压电陶瓷的冲击响应, 学者们开展了很多研究工作。在电学响应方面: 张智丹等<sup>[2]</sup> 利用分离式霍普金森压杆 (SHPB) 研究了 PZT-5 压电陶瓷在不同冲击载荷作用下的输出线性度、响应时间和灵敏度; Hu 等<sup>[3]</sup> 研究了冲击压电元件的电能输出对冲击条件的依赖性, 基于压电本构方程和 Hertz 冲击理论, 对实验现象进行了理论解释和分析; Chure 等<sup>[4]</sup> 研究了冲击作用下压电陶瓷产生电能与冲击机械能的关系, 结果表明, 压电陶瓷体的开路输出电压和产生的电能随着机械能的增加而增加。在理论和仿真方面: 龚双<sup>[5]</sup> 研究了压电层合结构的瞬态响应和波动特性, 提出了一种适用于压电层合结构瞬态问题分析的半解析压电层单元模型; Shen 等<sup>[6]</sup> 基于热弹性模拟方法和非线性接触有限元方法, 提出了一种完整的瞬态模拟方法, 可以分析压电陶瓷的机电耦合、接触效应和波传播规律。一些学者也研究了压电陶瓷在冲击加载条件下的微观变化, 如钱霖等<sup>[7]</sup> 利用 SHPB 结合谐振频率、电滞回线、X 射线衍射 3 种方法, 对比分析了 PZT-5 压电陶瓷在冲击载荷作用前后电畴的变化。压电陶瓷在冲击加载条件下的响应具有明显的非线性和率效应<sup>[8-9]</sup>, 目前有关冲击加载条件下 PZT-5 压电陶瓷的力学和电学性能研究的文献较少。

本研究以某压电冲击传感器中使用的 PZT-5 压电陶瓷为对象。为了研究 PZT-5 压电陶瓷在冲击加载条件下的力电响应特性, 采用 SHPB 进行加载, 同时对试件和测试方法做改进, 进行 4~14 m/s 不同加载速度的实验, 从应力、应变和电荷等方面讨论冲击加载条件下 PZT-5 压电陶瓷的力电特性。

\* 收稿日期: 2018-12-27; 修回日期: 2019-01-10

基金项目: 国家自然科学基金 (11572299)

作者简介: 雷 霆 (1987—), 男, 硕士, 助理研究员, 主要从事冲击动力学研究。

E-mail: lting80431@163.com

通信作者: 陈 刚 (1971—), 男, 博士, 研究员, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: chengang@caep.cn

## 1 实 验

### 1.1 试 件

实验采用规格为 $\varnothing 14\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 的PZT-5压电陶瓷。在压电陶瓷的两个表面上溅射金属Au( $3 \sim 5\text{ }\mu\text{m}$ ),以保证良好的导电性能,其密度为 $7.5\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ,压电应变常数 $d_{33}$ 为 $490\text{ pC}\cdot\text{N}^{-1}$ (静态测量数据)。

### 1.2 实验方法

采用SHPB技术进行实验,其中杆径为 $14.5\text{ mm}$ ,入射杆和透射杆长度均为 $1500\text{ mm}$ ,子弹长度为 $300\text{ mm}$ ,材料均为高强度钢。实验示意图如图1所示。

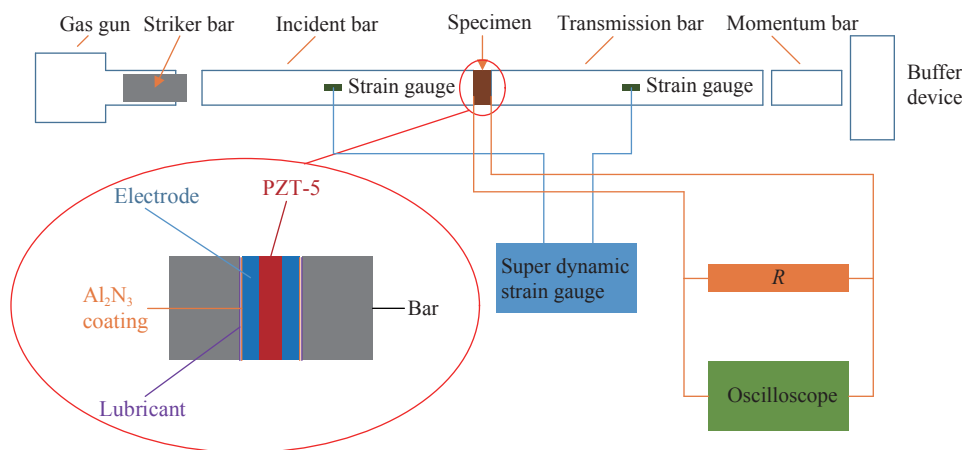


图1 SHPB实验装置示意图

Fig. 1 Schematic of SHPB experimental setup

使用高强度钢制成规格为 $\varnothing 14.5\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 的电极,测量冲击加载过程中PZT-5压电陶瓷的电学性能。电极的一个侧面溅射 $\text{Al}_2\text{N}_3$ ( $1 \sim 3\text{ }\mu\text{m}$ ),使其与SHPB系统保持绝缘;另一侧面使用导电胶与PZT-5压电陶瓷粘接(导电胶厚度不超过 $10\text{ }\mu\text{m}$ ),电极引出导线进行电性能测量。由于PZT-5压电陶瓷的压电常数很大,在SHPB实验中产生的电荷很多,开路电压很高,直接测量电荷或用示波器测电压都超出测量设备量程,因此在PZT-5压电陶瓷两端并联一个阻值较小的电阻,使用示波器测量小电阻的电压变化,进而测试PZT-5压电陶瓷的电学特性。实验中为保证测试波形的完整性,令测试电压不超过 $40\text{ V}$ ,按照(1)式~(3)式估算电阻阻值,阻值不超过 $67.1\text{ }\Omega$ ,考虑到PZT-5压电陶瓷在冲击加载条件下的材料参数可能和静态有区别,在实际实验中选择电阻为 $30\text{ }\Omega$ 。

$$\left| \frac{V}{V_s} \right| = \left| \frac{R}{(j2\pi fC)^{-1} + R} \right| \quad (1)$$

$$V_s = Q/C \quad (2)$$

$$Q = F \cdot d_{33} = \sigma \cdot A_s \cdot d_{33} \quad (3)$$

式中: $V$ 为测试电阻上的电压, $V_s$ 为根据静态 $d_{33}$ 估算的PZT-5压电陶瓷的最大开路电压, $j$ 为虚部单位, $f$ 为加载的上升沿频率, $C$ 为PZT-5压电陶瓷的静态电容, $R$ 为测试电阻阻值, $Q$ 为压电陶瓷产生的电荷, $A_s$ 为试件横截面积, $\sigma$ 为应力最大幅值, $d_{33}$ 为静态压电应变常数。

在电极和入射杆以及透射杆之间涂抹少量润滑剂,以保证电极和杆的良好接触。

当子弹以一定速度撞击入射杆时,产生压缩波,压缩波以杆的弹性波速进行传播,当传播到PZT-5压电陶瓷时对其进行加载,在此过程中一部分波反射回入射杆,另一部分透射到透射杆中。杆中的应力波脉冲信号通过位于入射杆和透射杆中间的应变片测量得到。

在满足SHPB实验一维应力波和均匀化两个假设的前提下<sup>[10]</sup>,可根据应变片测量的应变信号求得试件中的应力 $\sigma_s$ 、应变 $\epsilon_s$ ;同时,对PZT-5压电陶瓷两端的电压信号进行处理,可得到PZT-5压电陶瓷输

出电荷变化历程  $Q(t)$ , 即

$$\sigma_s(t) = (EA/A_s)\varepsilon_T(t) \quad (4)$$

$$\varepsilon_s(t) = -(2C_0/l_s) \int_0^t \varepsilon_R(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$Q(t) = \int_0^t \frac{V(\tau)}{R} d\tau \quad (6)$$

式中:  $\varepsilon_T$  为透射杆应变片测得的透射波应变,  $\varepsilon_R$  为入射杆应变片测得的反射波应变,  $E$  为杆的弹性模量,  $A$  为杆的横截面积,  $C_0$  为杆的弹性波速,  $l_s$  为试件长度,  $V(\tau)$  为示波器测得电压,  $R$  为小电阻的阻值。

## 2 实验结果

通过调整气压, 分别开展了 4~14 m/s 不同速度的 SHPB 实验。实验后回收试件, 未观察到试件有明显的裂纹。典型的 SHPB 实验测试数据如图 2 所示, PZT-5 压电陶瓷的输出电压被完整地采集到。输出电压开始有个较窄的正向脉冲, 在下降沿的后段振荡减小, 直到输出电压负向增大, 产生负向脉冲电压。

根据应力波在杆中传播的速度和杆、电极的长度, 确定入射波、反射波、透射波和电压的起点和终点, 根据(4)式~(6)式得到应变、应力和电荷随时间的变化过程, 如图 3 所示。

图 3(a) 表明, 在 CD 段 PZT-5 压电陶瓷输出电压的振荡与应力的小幅波动有关。图 3(b) 表

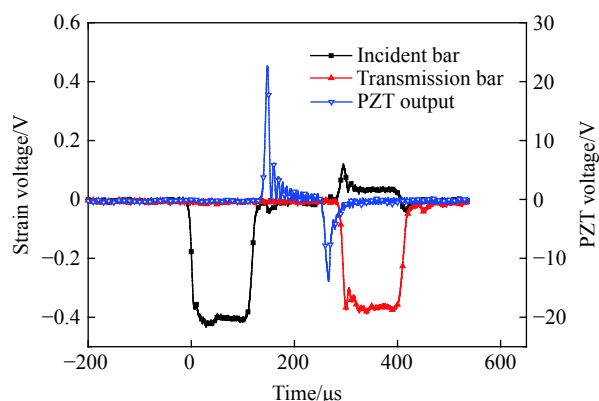


图 2 典型的 SHPB 实验测试数据(加载速度: 4.5 m/s)

Fig. 2 Typical SHPB experimental test data (Loading speed: 4.5 m/s)

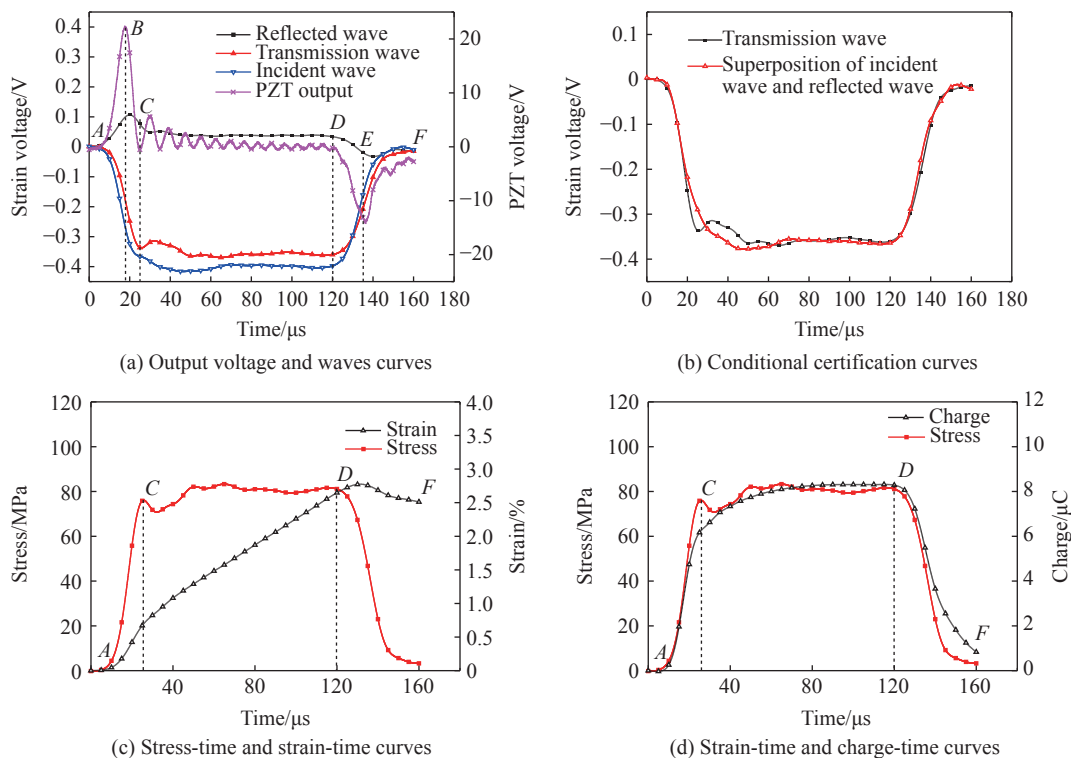


图 3 典型的应力、应变和电荷的时程曲线(加载速度: 4.5 m/s)

Fig. 3 Typical stress-time, strain-time and charge-time curves (Loading speed: 4.5 m/s)



明在加载过程中,试件两端应力满足 SHPB 实验假设。图 3(c) 中:在 AC 段,应力急剧增大,试件应变也快速增大;在 CD 段,PZT-5 压电陶瓷处于均匀加载段,应力有小幅波动,应变仍在增大,但增大速率小于 AC 段;DF 段为卸载段,在 DF 段,应力快速减小,应变先增大后减小。图 3(d) 中:在 AC 段,应力急剧增大,PZT-5 压电陶瓷产生大量电荷;在 CD 段,应力幅值小幅波动,电荷量缓慢增加;在 DF 段,应力快速减小,PZT-5 压电陶瓷产生大量反向电荷,电荷曲线快速下降。

### 3 分析和讨论

#### 3.1 应力-应变关系

通过 SHPB 实验得到的应力-应变关系如图 4 所示。可以看出,试件的应力-应变曲线与韧性金属材料类似,具有明显的弹塑性特征,在 4.5 m/s 加载条件下的残余应变为 2.5%, 7.0 m/s 加载条件下的残余应变为 4.0%, 13.5 m/s 加载条件下的残余应变为 5.4%。在实验后对回收的试件分别进行了测量,发现 4.5 m/s 加载条件下试件的残余应变为 0.03%, 7.0 m/s 加载条件下试件的残余应变为 0.02%, 13.5 m/s 加载条件下试件的残余应变为 0.3%, 远小于应力-应变测试结果。这一结果显示试件在卸载后仍存在变形恢复,即:在冲击加载条件下,PZT-5 压电陶瓷表现出黏性的性质。目前普遍认为畴变是压电陶瓷非线性行为的内在机理,电畴的运动与加载率相关<sup>[8]</sup>,因此 PZT-5 压电陶瓷在冲击加载下表现出的黏性性质可能与电畴运动的特性相关,PZT-5 压电陶瓷在冲击加载条件下的力学性能具有明显的率相关性。

#### 3.2 电 荷

在冲击加载中,PZT-5 压电陶瓷可以等效为电容,电容的放电过程为

$$V = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7)$$

式中:时间常数  $\tau = RC$ 。本实验中  $R$  为  $30 \Omega$ ,静态电容实测不超过 1 nF,电荷释放的时间约为 90 ns (3 倍的时间常数),相对非常短,可以认为在电荷产生的瞬间就释放出去了。

分析 SHPB 实验中电荷的变化情况(见图 3):在应力较稳定的 CD 段,PZT-5 压电陶瓷产生的电荷量缓慢增加,表明电荷的产生与应变相关;在卸载的 DF 段,电荷随着应力卸载而马上产生负向电荷,表明电荷的产生也与应力相关。

由于实验中,电荷释放可以认为是瞬间释放,电荷产生由两部分组成,一部分是应变导致的电畴之间距离变化引起的,另一部分是应力导致的电畴翻转引起的:应力和应变共同影响电荷的产生。

实验中在应力的上升沿(AC 段)和下降沿(DF 段)PZT-5 压电陶瓷产生的电荷量绝对值随加载速度的变化关系如图 5 所示。随着加载速度的增加,PZT-5 压电陶瓷在 AC 段产生的电荷量增加,DF 段产生的电荷量减少。分析其原因:应力和加载速度成正比,加载速度增加,产生的应力幅值随之增大,PZT-5 压电陶瓷在 AC 段产

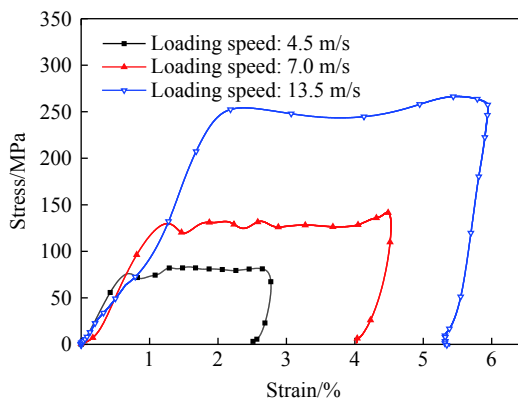


图 4 典型的应力-应变曲线

Fig. 4 Typical stress-strain curve

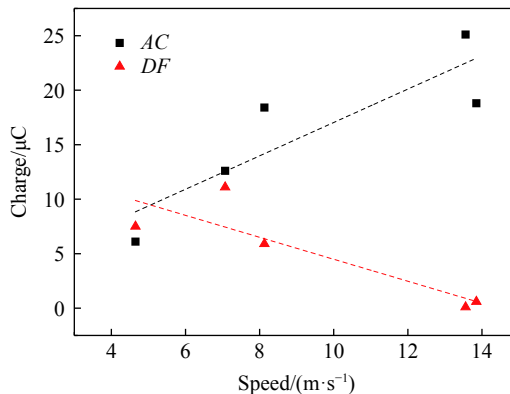


图 5 电荷随加载速度变化曲线

Fig. 5 Charge vs. loading speed

生的电荷量也有增大的趋势,但有一定的分散性;当加载速度达到一定程度时,应力超过了 PZT-5 压电陶瓷的极限应力,于是在加载段 PZT-5 压电陶瓷可能产生损伤,损伤使得 PZT-5 压电陶瓷产生电荷的能力下降,造成 PZT-5 压电陶瓷在 *DF* 段产生的电荷量减少。

### 3.3 电荷-应力关系

分析应力脉冲上升沿 *AC* 段和下降沿 *DF* 段电荷和应力的关系,典型的电荷随应力的变化曲线见图 6,其中分别用正和负来表示电荷相反。

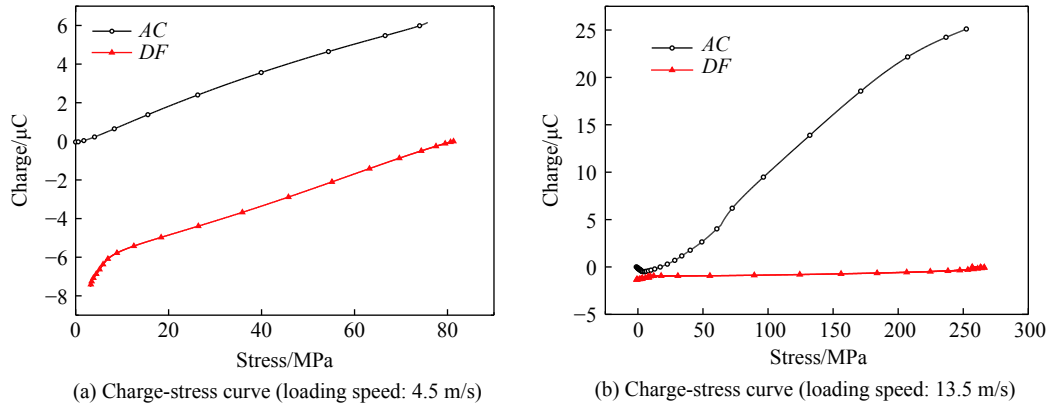


图 6 典型的电荷-应力曲线

Fig. 6 Typical charge-stress curves

图 6 表明应力脉冲上升沿 *AC* 段和下降沿 *DF* 段电荷和应力近似呈线性变化。当加载速度较小时, *AC* 段和 *DF* 段的斜率接近;当加载速度较大时, *AC* 段和 *DF* 段的斜率相差较大,其中 *DF* 段斜率接近零,即 *DF* 段 PZT-5 压电陶瓷基本不产生电荷。利用无量纲数  $\beta = \frac{k_l - k_u}{k_l}$  (其中  $k_l$ 、 $k_u$  分别表示加载斜率和卸载斜率) 表示卸载段斜率相对于加载段斜率的偏差程度,  $\beta$  随速度的变化关系如图 7 所示。

图 7 反映了不同加载速度下,应力脉冲上升沿 *AC* 段和下降沿 *DF* 段 PZT-5 压电陶瓷产生电荷能力的相差程度,可以看出:随着加载速度的增加,  $\beta$  越来越大,表明 *DF* 段 PZT-5 压电陶瓷产生电荷的能力越来越弱,原因可能是随着加载速度的增加, PZT-5 压电陶瓷在 *AC* 段产生了不同程度的损伤,加载速度越大,损伤程度越大,  $\beta$  也就越大;当 PZT-5 压电陶瓷没有损伤时, *AC* 段和 *BC* 段 PZT 产生电荷的能力相同,  $\beta$  为零;当 PZT-5 压电陶瓷完全失去产生电荷能力时,  $\beta$  为 1。

PZT-5 压电陶瓷的损伤可能由于两种原因导致:一是 PZT-5 压电陶瓷内部产生微裂纹,形成了电绝缘边界,如电压无法击穿绝缘层,则在外部表现为产生电荷量减少;二是微裂纹的产生造成 PZT-5 压电陶瓷在损伤后受到的应力方向不沿着极化方向,且各不相同,总体表现为产生的电荷量减少。

电荷随应力的变化与压电应变常数  $d_{33}$  的关系如下

$$d_{33} = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{\sigma \cdot A_s} \quad (8)$$

根据(8)式,可以得到不同速度实验的 *AC* 段的压电应变常数  $d_{33}$ ,如图 8 所示。图 8 表明: PZT-5 压电陶瓷的压电应变常数  $d_{33}$  在冲击加载条件下会改变,且大于准静态测量结果;随着加载速度的增

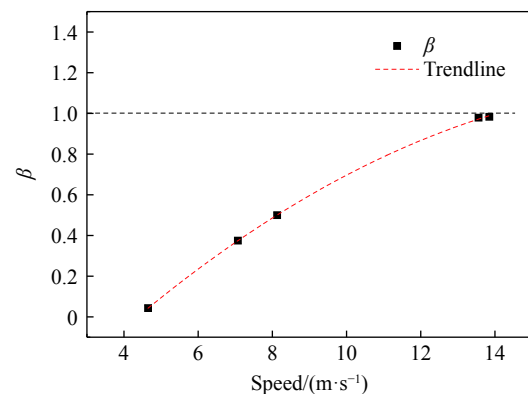


图 7  $\beta$  随加载速度变化曲线

Fig. 7  $\beta$  vs. loading speed

大,  $d_{33}$  有逐渐增大的趋势, 即 PZT-5 压电陶瓷在冲击加载条件下的电学性能具有明显的率相关性。

## 4 结 论

利用 SHPB 实验技术研究了 PZT-5 压电陶瓷在不同冲击载荷下的力电动态特性, 结果表明: 在冲击加载过程中, PZT-5 压电陶瓷的应变变化表现出黏性性质, 力学性能具有明显的率相关性; PZT-5 压电陶瓷产生的电荷与应力及应变均相关, 随着加载速度的增加, PZT-5 压电陶瓷在卸载段产生电荷的能力逐渐降低, 原因可能为 PZT-5 压电陶瓷在加载过程中产生了一定程度的损伤, 加载速度越大, 损伤程度越大, 产生电荷的能力就越低, 当加载速度超过一定程度时, PZT-5 压电陶瓷将失去产生电荷的能力; 在冲击加载过程中, PZT-5 压电陶瓷的压电应变常数会改变, 且大于准静态测量结果, 随着加载速度的增大,  $d_{33}$  有逐渐增大的趋势, PZT-5 压电陶瓷的电学性能具有明显的率相关性。

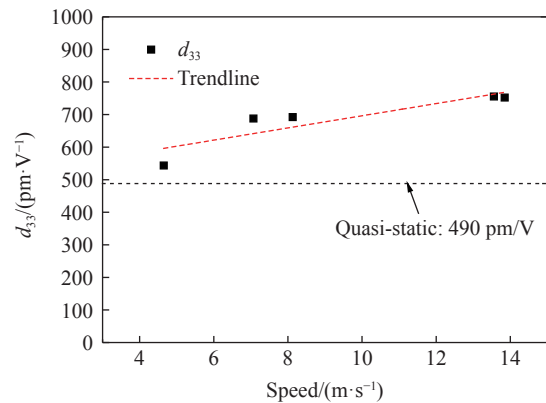


图8  $d_{33}$  随加载速度变化曲线

Fig. 8 Piezoelectric strain constant  $d_{33}$  vs. loading speed

## 参考文献:

- [1] 张福学, 王丽坤. 现代压电学 (下册) [M]. 北京: 科学出版社, 2001: 337.  
ZHANG F X, WANG L K. Modern piezoelectricity (Volume 3) [M]. Beijing: Science Press, 2001: 337.
- [2] 张智丹, 纪松, 张延松. 冲击载荷下 PVDF 和 PZT 压电材料的动态性能研究 [J]. 兵器材料科学与工程, 2008, 31(2): 65–69.  
ZHANG Z D, JI S, ZHANG Y S. Research of dynamic behavior of PVDF and PZT piezoelectric materials under shock loading [J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2008, 31(2): 65–69.
- [3] HU J, TJIU N. Dependence of electric energy output from a lead zirconate titanate ceramic piezoelectric element on impact conditions [J]. Materials Chemistry and Physics, 2011, 128(1/2): 172–176.
- [4] CHURE M C, WU L, WU K K, et al. Power generation characteristics of PZT piezoelectric ceramics using drop weight impact techniques effect of dimensional size [J]. Ceramics International, 2014, 40(1): 341–345.
- [5] 龚双. 层合压电结构的瞬态响应和波动特性分析 [D]. 长沙: 湖南大学, 2013.  
GONG S. Transient response and characteristic waves of layered piezoelectric structures [D]. Changsha: Hunan University, 2013.
- [6] SHEN Y N, ZHENG Y B. Full transient modelling for piezoelectric actuator with contact-impact [C]//Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications, 2014: 98–101.
- [7] 钱霖, 张峰, 徐先洋, 等. 冲击荷载下 PZT5 电畴翻转研究 [J]. 功能材料与器件学报, 2017, 48(7): 93–97.  
QIAN L, ZHANG F, XU X Y, et al. Researches of PZT5 in domain switching under impact loading [J]. Journal of Functional Materials and Devices, 2017, 48(7): 93–97.
- [8] 董新龙, 周广宇, 祁振林, 等. 冲击压缩下 PZT 铁电陶瓷本构特性的实验研究 [C]//中国力学学会学术大会, 2005: 168.  
DONG X L, ZHOU G Y, QI Z L, et al. Experimental study on constitutive properties of PZT ferroelectric ceramics under impact compression [C]// Academic Conference on Mechanics of China, 2005: 168.
- [9] KHAN A S, PROUD W G. Temperature and strain rate effects on the piezoelectric charge production of PZT 95/5 [C]//AIP Conference Proceedings 1793, 2017: 1–5.
- [10] 王礼立. 应力波基础 [M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2005: 53.  
WANG L L. Foundation of stress waves [M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2005: 53.

## Dynamic Behavior of PZT-5 Piezoelectric Ceramics under Impact Loading

LEI Ting<sup>1,2</sup>, CHEN Gang<sup>1</sup>, HE Yingbo<sup>1</sup>, LI Shangkun<sup>1</sup>

(1. *Institute of Systems Engineering, CAEP, Mianyang 621999, China;*

2. *Institute of Electronic Engineering, CAEP, Mianyang 621999, China*)

**Abstract:** Piezoelectric ceramics are the core components of piezoelectric impact sensors. The mechanical and electrical behaviors of PZT-5 piezoelectric ceramics were studied by split Hopkinson pressure bar (SHPB) experimental technique. The tests were carried out at speeds of 4–14 m/s. In order to ensure the insulation between specimen and pressure bar, a process of sputtering  $\text{Al}_2\text{N}_3$  on the surface that with less influence on the test piece was used, and the sputtering thickness was 1–3  $\mu\text{m}$ . The experimental results of SHPB were analyzed and discussed. The results show that the strain change of PZT-5 piezoelectric ceramics exhibits viscous properties during impact loading, and the charge generated is related to the stress and strain of the specimen during loading. When the loading speed exceeds a certain level, the piezoelectric ceramic may be damaged during the loading process, and the degree of damage also affects the generation of charge. The mechanical and electrical properties of PZT-5 piezoelectric ceramics have obvious rate correlation.

**Keywords:** piezoelectric ceramics; split Hopkinson pressure bar; degree of damage; rate correlation