

多发弹体侵爆混凝土靶的理论模型和耦合效应*

朱俊龙¹, 李源¹, 王子豪¹, 钱秉文², 郑志军¹

(1. 中国科学技术大学近代力学系, 中国科学院材料力学行为和设计重点实验室, 安徽 合肥 230027;

2. 西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

摘要: 针对多发弹体序列侵爆这一复杂的多物理场耦合过程, 目前尚缺乏相应的理论预测模型。为此, 基于解耦建模的思路, 建立了用于预测多发弹体序列侵爆混凝土靶全过程的理论模型。该模型分别描述侵彻与爆炸阶段: 侵彻过程采用动态空腔膨胀理论构建阻力函数, 并考虑弹体倾角及前序损伤的影响, 通过运动方程显式差分求解弹体轨迹; 爆坑形貌则通过经验公式估算, 并作为下次打击的初始条件, 实现对序列侵爆累积毁伤全过程的快速预测。开展了3发弹侵爆的全过程数值模拟, 通过比较实验和数值模拟结果, 对典型弹序工况下的理论预测结果进行了验证, 结果表明, 理论模型能准确预测序列侵彻深度和爆坑形貌。在较大当量爆炸下, 爆坑形貌在首次侵爆时存在偏差, 但随着弹序增加, 预测精度显著提高。后续弹侵彻深度因混凝土前序损伤而提升, 在爆坑隧道区内增益最大, 但对落点极为敏感, 在漏斗区内则随弹间距增大缓慢衰减。该理论模型的计算高效, 能实现多发弹序列打击快速毁伤评估, 具有重要的工程指导意义。

关键词: 序列侵爆; 毁伤效应; 理论模型; 混凝土靶; 侵彻深度; 累积损伤

中图分类号: O385; O521.9

文献标识码: A

多发弹丸的序列侵爆耦合作用, 是应对坚固深埋目标的有效技术途径之一, 也反映了钻地武器领域的一个重要发展趋势^[1-4]。该过程涉及弹体高速侵彻、内部装药爆炸以及靶体介质的累积损伤等多个物理场的动态耦合, 作用机理复杂, 对毁伤效应的准确预测与高效评估提出了严峻挑战。

在单发弹丸侵彻方面, 目前已形成层次分明的研究框架。基于空腔膨胀模型, Forrestal 等人^[5-8]在该领域做出了开创性贡献。后续研究对该模型进行了拓展, 例如, He 等人^[9]通过引入剪胀性关系, 建立了考虑混凝土材料可压缩性的动态空腔膨胀模型, 并进一步发展了以预测弹体侵彻轨迹与终点状态为目标的半解析方法^[10]。Chen 等人^[11]构建了钢筋混凝土靶板在冲击载荷下贯穿的三阶段分析模型。Wei 等人^[11-12]提出了考虑攻角、偏航等复杂姿态影响的三维弹道模型。钱秉文等人^[13]通过超高速撞击实验, 揭示了侵彻深度随撞击速度变化的非单调规律, 并剖析了弹丸的销蚀机理。

在单发弹侵爆耦合效应研究方面, Sun 等人^[14]和 Geng 等人^[15]通过实验并结合量纲分析, 建立了侵爆耦合作用下开坑大小和深度的经验关系。李述涛等人^[16]通过“体积填充法”对侵彻与动态起爆全过程进行了数值模拟; 王银等人^[17]利用重启技术, 精确量化了弹丸侵彻造成的预损伤对后续爆炸破坏效果的增强作用。赖欣等人^[18]系统综述了近场动力学等非局部理论在准脆性材料损伤与断裂模拟中的进展, 为从细观尺度刻画侵爆引发的复杂破坏过程提供了有力的方法论支持。

针对于多发弹丸序列打击毁伤效应的研究, Gomeza 等人^[19]的实验研究表明, 后续弹丸的侵彻会因靶体材料强度的劣化而加深, 并据此建立了多次侵彻的预测模型。Wang 等人^[20]通过数值模拟研究揭示, 先发弹药的爆炸作用可为后续弹药的毁伤创造更有利的条件, 从而实现损伤区域的协同扩展。基于“先侵爆、后侵彻”的试验, Gao 等人^[21]研究了超高性能混凝土靶体在二次打击下的侵彻行为, 明确了打击位置、速度及累积损伤对毁伤效果的影响规律; 王博等人^[22]则针对攻坚弹与云爆弹对钢筋混凝土建筑的复合打击开展了试验与数值研究, 验证了不同弹序协同毁伤的有效性。

尽管现有研究已关注多次打击的累积效应, 但现有方法仍存在明显局限: 其一, 侵爆耦合过程物理机理复杂, 涉及多物理场动态耦合、多弹相互作用及靶体累积损伤, 目前尚缺乏考虑前序损伤、侵爆耦合作用开坑形貌影响的理论模型。其二, 虽然数值模拟能够描述侵爆的物理过程, 但其建模难度大、耗时时间长, 难以用于多发弹序列侵爆效应的快速预测。

为此, 本文拟建立一种适用于多发弹序列侵爆混凝土靶板毁伤效应的理论模型。首先, 基于侵爆解耦与叠加的递推方法, 考虑前序侵爆效应对混凝土靶板损伤累积效应的影响, 建立相应的理论模型; 然后, 通过比较两发弹序列侵爆的试验结果与三发弹侵爆全过程的数值模拟结果, 验证其在

*收稿日期: 2026-01-20; 修回日期: 2026-03-26

项目资助: 国家自然科学基金 (12472394, 12425210)

作者简介: 朱俊龙 (2000—), 男, 硕士研究生, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: zhujunl@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 王子豪 (1994—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: hwangzi@ustc.edu.cn

钱秉文 (1987—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: qianbingwen@nint.ac.cn

侵彻深度、爆坑形貌等关键毁伤参数上的预测精度。最后，本文利用该模型，系统分析打击间距等关键参数对毁伤效应的影响规律。

1 理论模型

为研究多发弹序列侵爆中“侵彻-爆炸”的连续叠加效应，需构建一个能综合考虑前序爆坑形貌与靶体累积损伤的理论模型。本文通过结合基于空腔膨胀理论的斜侵彻模型、经验爆坑模型及强度折减方法，建立了递推计算框架，将前次打击结果作为下次初始条件，实现了对序列侵爆全过程的快速分析与评估。本文模型涉及的核心简化与假设包括：(a) 刚性弹体假设：鉴于弹丸速度较低，侵彻过程中弹体变形与磨蚀效应可以忽略；(b) 忽略侵彻阶段混凝土损伤对爆炸开坑的影响：考虑当量相对较大的爆炸过程，相比较于爆炸而言，侵彻过程造成的影响可以忽略；(c) 侵爆损伤与静阻力强度折减的等效：前序侵爆会引起靶板强度降低，宏观上会造成弹体侵彻靶板静阻力降低；(d) 序列侵爆过程开坑形貌可叠加：序列侵爆过程中形成的爆炸坑形貌，可通过几何布尔运算进行叠加计算。

1.1 单发弹侵彻模型

弹体斜侵彻入混凝土靶板后，为便于描述弹体的运动与受力，建立如图1所示的两个坐标系：全局坐标系 $O-XYZ$ ，其原点 O 固定于弹靶初始撞击点；弹体局部坐标系 $o-xyz$ ，其原点 o 固定在弹体尖端，随弹体一起运动。两坐标系之间的转换关系由弹体的实时侵角 α 决定，其转换关系可表示为：

$$\begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Z_o \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中， α 为弹体的实时侵角，即弹体轴线与全局坐标轴之间的夹角； (X_o, Z_o) 为局部坐标系原点 o 在全局坐标系中的坐标； (X, Z) 与 (x, z) 分别为同一物理量在全局和局部坐标系中的坐标表示。

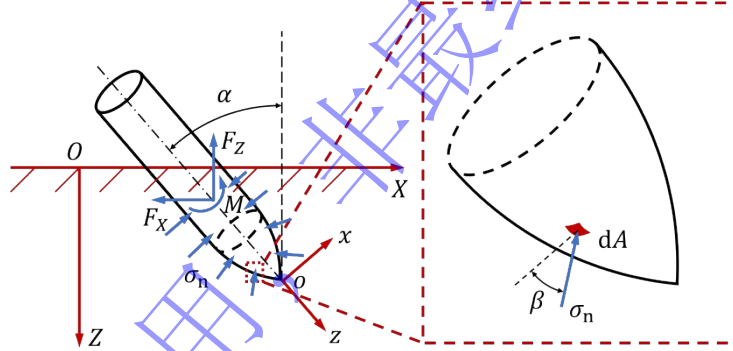


图1 斜侵彻弹体坐标系及表面微元受力示意图

Figure 1 Schematic diagram of the coordinate system and force analysis on an infinitesimal surface element of an oblique penetration projectile.

此时，倾角的存在使得弹体侵入靶体的接触区域呈现几何非对称性，从而导致作用在弹体上的阻力呈非对称分布，进而在全局坐标系下产生阻力分量 F_x 、 F_z 与使其姿态发生偏转的阻力矩 M ，如图1所示。于是，根据刚体平面运动学方程，可计算出弹体在当前时刻的平动加速度与转动角加速度：

$$a_x = \frac{F_x}{m}, \quad a_z = \frac{F_z}{m}, \quad \ddot{\alpha} = \frac{M}{I} \quad (2)$$

式中 m 为弹体质量； I 为弹体绕质心且平行于 Y 轴的转动惯量； a_x 和 a_z 分别为弹体质心在全局坐标系中沿 X 、 Z 方向的线加速度， $\ddot{\alpha}$ 为绕 Y 轴的角加速度。因此，求解弹体运动的关键在于准确表示其在全局坐标系中所受的合力分量 F_x 、 F_z 及合力矩 M 。Forrestal 等人^[5-8]基于动态球形空腔膨胀理论，建立了用于描述刚性弹侵彻混凝土等介质的半经验阻力函数，广泛应用于混凝土侵彻模型中。在该模型中，作用在弹体表面微元上的法向应力 σ_n 可表示为^[6]：

$$\sigma_n = R + B\rho_0 v_n^2 \quad (3)$$

式中， σ_n 为弹体表面的法向应力； v_n 为弹体表面的法向速度； ρ_0 为靶体材料的初始密度； R 和 B 为表征靶体材料力学性能的关键参数，其中 R 主要反映材料的静强度效应，而 $B\rho_0 v_n^2$ 则体现了高速侵彻下由惯性力主导的动态阻力分量。对于混凝土等脆性材料，参数 B 常取为 1^[6]。需要特别指出的

是，由于侵爆效应会造成混凝土损伤，使其强度发生劣化。本模型考虑弹体每次侵爆后会对其强度造成一个折减，为此，由于侵爆效应影响后，靶板侵彻过程中的静强度效应可以表达为：

$$R = \lambda^n R_0 \quad (4)$$

式中， λ 为每次侵爆后强度的折减因子， n 为侵爆次数， R_0 为未发生侵爆之前混凝土靶板的静强度效应。其与混凝土材料的单轴无约束抗压强度关联，表达为 $R_0 = 82.6 f_c^{0.456}$ [6]，单位是 MPa，其中 f_c 为混凝土的单轴无约束抗压强度，取值大小是以 MPa 为单位时的数值。

为计算弹体所受的总合力和总力矩，需将微元阻力根据弹体表面的形状函数，在与靶体接触的弹体表面上进行积分，如图 1 中的表面微元受力示意图所示。其中，单个微元的面积为 dA ，而 σ_n 的应力方向 \mathbf{n} 与局部坐标系中的 x 轴有夹角 β ，因此可以将 \mathbf{n} 沿 x 轴与 z 轴进行分解：

$$n_x = n \cdot \cos \beta, \quad n_z = n \cdot \sin \beta \quad (5)$$

从而在局部坐标系 $o-xyz$ 中，通过积分可以得到总阻力分量 F_x 、 F_z 及对质心的阻力矩 M [11]：

$$\begin{aligned} F_x &= \iint_{\Sigma} \sigma_n n_x dA, & F_z &= \iint_{\Sigma} \sigma_n n_z dA, \\ M &= \iint_{\Sigma} (z - l_c) \sigma_n n_x dA - \iint_{\Sigma} x \sigma_n n_z dA \end{aligned} \quad (6)$$

式中： l_c 为质心到弹尖的距离。计算得到的 F_x 、 F_z 可以借助式(1)中的转换矩阵，得到在全局坐标系中的表达，进而根据式(2)计算弹体的各项加速度，得到弹体的运动轨迹。

1.2 单发弹爆炸模型

爆炸过程的物理机理十分复杂。根据爆破漏斗理论，装药在混凝土介质中爆炸后，应力波在自由面反射导致层裂与径向开裂，随后爆生气体膨胀推动破碎介质形成鼓包并最终抛掷，形成最终的爆破漏斗。该过程涉及动态断裂、碎片飞溅及回落等多个强耦合阶段，难以进行完整的解析描述。其中，碎块的抛掷过程持续时间短暂 [23]，且回落形成的松散碎石回填层强度极低 [24]，其对后续弹丸侵彻过程的影响可忽略不计。为此，本文研究未考虑混凝土碎块抛掷的影响，采用实验数据拟合的爆炸成坑经验公式对该过程进行预测。

爆炸形成的典型形貌如图 2 所示，可简化为两部分：上部为漏斗区，呈近似锥形；下部为隧道区，呈圆柱形。对于漏斗区，其爆坑深度 H_e 与爆坑直径 D_e 可采用基于量纲分析与试验数据拟合的经验公式进行估计。隧道区则认为是在原有侵彻通道基础上，深度方向延伸约一个弹长 (l_b)，径向膨胀至约两倍弹径 (r_b)。

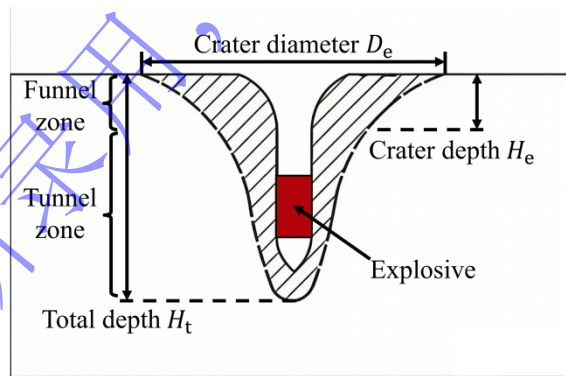


图 2 爆炸成坑几何模型示意图
Figure 2 Schematic of the blast crater geometric model.

在内部爆炸条件下，炸药能量主要用于介质的破碎、抛掷和塑性做功，弹体壳体破坏耗能可忽略，且破片动能亦参与成坑过程，故可采用总装药量进行整体估算。爆坑深度与直径的经验公式主要参考李国杰等人 [25] 所提出的形式：

$$\frac{H_e}{w} = a_1 \left(\frac{Q^{1/3}}{w} \right)^{b_1}, \quad \frac{D_e}{w} = a_2 \left(\frac{Q^{1/3}}{w} \right)^{b_2} \quad (7)$$

式中， Q 为等效 TNT 当量， w 为最小抵抗线（即起爆点深度）， H_e 为爆坑深度， D_e 为爆坑直径， a_1 、 b_1 、 a_2 和 b_2 为待定经验参数。

为确定式(7)中的参数，本文结合了 Sun 等、Wang 等和李健钰等多位学者公开发表的实验数据

[14,26-28], 通过拟合得到了参数的取值。爆坑深度和直径的经验公式预测结果与实验数据的对比如图 3 所示。拟合得到参数 $a_1 = 0.38$, $b_1 = 0.75$, $a_2 = 1.92$ 和 $b_2 = 0.78$ 。从图中可以看出, 经验公式的预测结果可以较好地吻合实验得到的爆坑深度与直径。

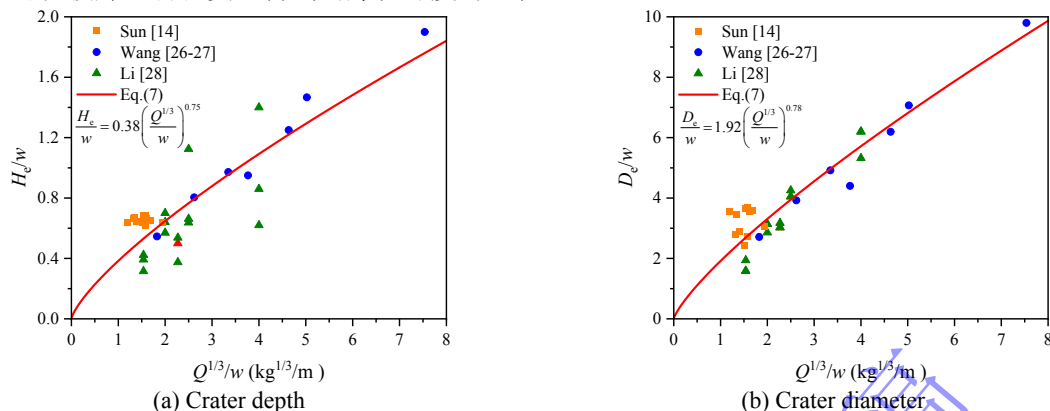


图 3 爆坑深度与直径经验公式预测值与实验数据对比图
Figure 3 Comparison between empirical formula predictions and experimental data for blast crater dimensions

1.3 多发弹序列侵爆模型

进一步通过单发弹侵彻和爆炸的理论公式的叠加, 实现对多发弹序列侵爆毁伤的预测, 具体流程如图 4 所示。首先, 基于输入的弹体参数, 采用离散网格积分计算弹体与靶体接触区域所受的总阻力与阻力矩。然后, 通过运动方程求解当前时刻的加速度, 并利用时间差分格式更新一个时间步长内弹体的运动速度与侵角。重复上述步骤直至弹体速度降为零, 输出完整的侵彻轨迹。在获得侵彻轨迹后, 依据爆炸理论模型, 以侵彻终点处的质心为爆心确定最小抵抗线, 结合炸药等效 TNT 当量, 通过爆坑形貌经验公式计算爆坑的直径与深度, 并将该爆坑几何叠加至侵彻通道末端, 构成单次“侵彻—爆炸”联合毁伤预测结果。对于多次打击, 将上一次侵爆形成的爆坑形貌作为新的初始条件, 重复执行上述侵彻轨迹计算与爆坑叠加过程, 迭代至达到预设的打击次数为止。

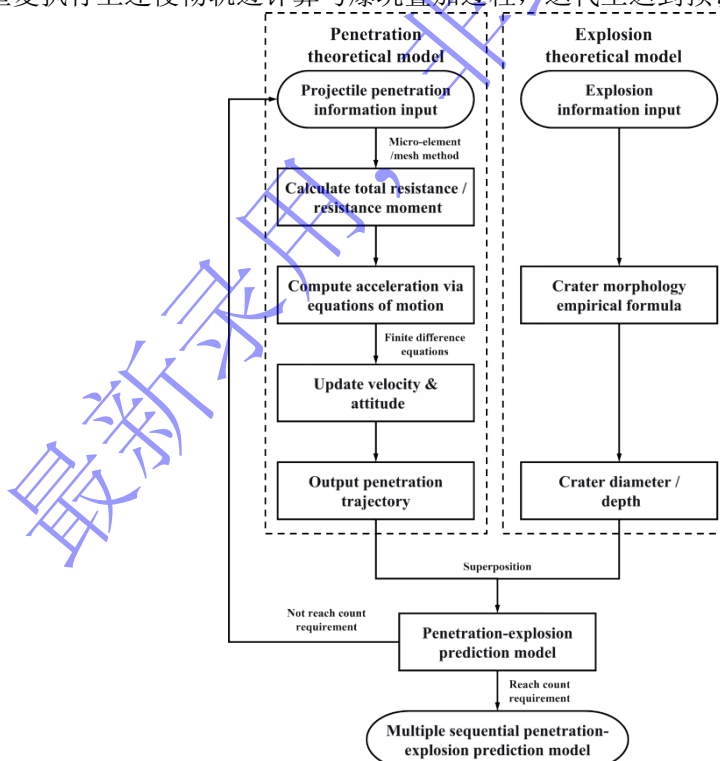


图 4 多发弹序列侵爆理论预测流程图
Figure 4 Flowchart of the theoretical prediction for sequential penetration-explosion.

下面以典型的卵形弹为例, 详细阐述多发弹序列侵爆的理论计算流程。图 5 展示了弹体在局部笛卡尔坐标系 o - xyz 中的几何构型, 其中坐标系原点 o 固定于弹尖。在该局部坐标系下, 弹体的完

整轮廓由以下一组参数共同定义：弹体总长度 l_b 、卵形头部长度 l_h 、头部曲率半径 r_h 、弹身圆柱段半径 r_b 以及弹尖至质心的距离 l_c 。基于这些在局部坐标系中定义的几何参数，弹身段表面的形状函数即为弹体的半径 r_b ，弹头段表面的形状函数可被精确描述为：

$$z = \sqrt{r_h^2 - \left(r_h - r_b + \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2} - l_h, \quad 0 < x^2 + y^2 < r_b^2 \quad (8)$$

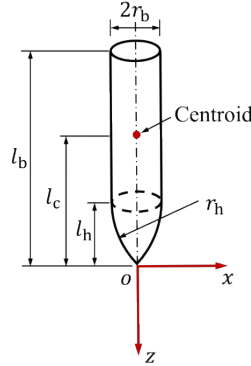


图5 弹体几何参数在局部坐标系中的定义示意图
Figure 5 Schematic of projectile geometry parameters in the local coordinate system.

本文利用有限元法的离散思想，将弹体表面进行网格化处理^[29]。如图 6(a)所示，通过 ABAQUS 软件建立弹体的几何模型并划分表面网格，导出其 inp 文件。通过读取该文件，可获得每个网格单元的节点坐标、单元面积及外法向矢量，如图 6(b)所示。基于此，将连续的面积分离散为对有限个网格单元的求和运算，从而将式(6)转化为如下离散形式：

$$F_x = \sum_{i=1}^N \sigma_n^{(i)} n_x^{(i)} \Delta A^{(i)}, \quad F_z = \sum_{i=1}^N \sigma_n^{(i)} n_z^{(i)} \Delta A^{(i)},$$

$$M = \sum_{i=1}^N \left[(z^{(i)} - l_c) \sigma_n^{(i)} n_x^{(i)} - x^{(i)} \sigma_n^{(i)} n_z^{(i)} \right] \Delta A^{(i)} \quad (9)$$

式中， N 为与靶板接触的表面网格单元总数； $\Delta A^{(i)}$ 、 $n_x^{(i)}$ 、 $n_z^{(i)}$ 和 $x^{(i)}$ 、 $z^{(i)}$ 分别为第 i 个单元的面积、外法向矢量在局部坐标系中的分量以及单元中心坐标； $\sigma_n^{(i)}$ 为该单元所在位置的法向应力，由式(3)计算得到，其中法向速度 $v_n^{(i)}$ 需根据该点的运动速度确定。

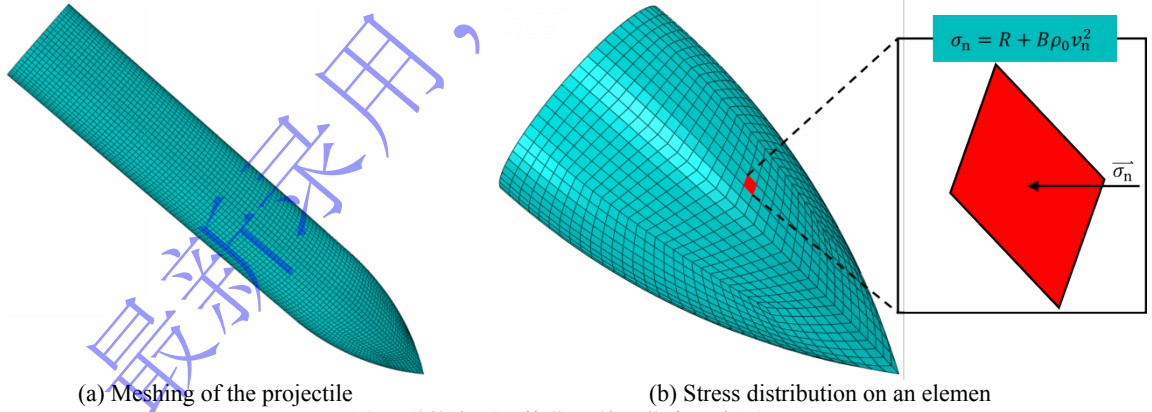


图6 弹体表面网格化及单元信息示意图

Figure 6 Schematic of projectile surface discretization and element information

弹体表面任意点的运动速度由质心平动与绕质心转动共同贡献。在局部坐标系中设弹体质心速度为 (v_{cx}, v_{cz}) ，角速度为 ω ，则第 i 个单元中心处的速度分量为：

$$v_x^{(i)} = v_{cx} + \omega (z^{(i)} - l_c), \quad v_z^{(i)} = v_{cz} - \omega x^{(i)} \quad (10)$$

该点的法向速度即为该速度矢量在单元外法向的投影：

$$v_n^{(i)} = v_x^{(i)} n_x^{(i)} + v_z^{(i)} n_z^{(i)} \quad (11)$$

而局部坐标系中的质心速度与全局坐标系中的质心速度 (V_{Cx}, V_{Cz}) 通过倾角 α 进行转换，可以得到：

$$v_{cx} = V_{cx} \cos \alpha - V_{cz} \sin \alpha, \quad v_{cz} = V_{cx} \sin \alpha + V_{cz} \cos \alpha \quad (12)$$

通过将式(2)进行时间尺度上的差分离散, 可利用当前时刻的加速度与角加速度更新下一时刻的速度与位移, 表达式如下:

$$\begin{aligned} X_C^{\text{new}} &= X_C + V_{cx} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{F_x}{m} \Delta t^2 \\ Z_C^{\text{new}} &= Z_C + V_{cz} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{F_z}{m} \Delta t^2 \\ \alpha^{\text{new}} &= \alpha + \omega \Delta t + \frac{1}{2} \frac{M}{I} \Delta t^2 \end{aligned} \quad (13)$$

式中, Δt 为差分时间步长, X_C 和 Z_C 分别为全局坐标下弹体 X 和 Z 轴的质心坐标。

由此, 通过循环执行“受力计算→运动更新”的过程, 即可数值求解出直至其速度降至零过程中弹体完整的侵彻轨迹(如 $X_C(t)$ 、 $Z_C(t)$)与侵角变化 $\alpha(t)$ 。然后基于爆炸开坑的公式(7)得到单次侵爆的爆坑形貌。为此, 单发弹的“侵彻→爆炸”效应即可被完整预测。将该破坏形貌作为靶体新的状态, 即可作为下一发弹的初始条件, 再次运行前述侵彻预测模型, 从而获得第二次侵彻结果, 再结合式(7)获得爆坑形貌, 两次爆坑形貌进行累积叠加, 取并集, 得到总的形貌特征。依此循环递推, 便可建立多发弹序列侵爆效应的完整理论框架。

2 数值模拟

为验证所建立的多发弹序列侵爆理论模型的有效性, 本节基于 ANSYS/LS-DYNA 商业有限元软件, 开展三发弹序列侵爆混凝土靶板全过程的数值模拟。通过对比爆坑形貌特征、弹道轨迹及侵彻深度等关键物理参数的模拟结果与理论预测, 检验理论模型的预测效果。

多发弹丸序列侵爆的数值模拟流程如图 7 所示。首先, 确定弹丸序列侵爆的次序与相对空间位置, 如图 7(a)所示, 本次数值模拟设置三发弹丸依次打击: 前两发弹丸呈对称布置并先后侵爆(位置①和②), 随后第三发弹丸沿两者中心轴线进行侵彻, 以获取该条件下的最终侵彻深度, 设定第一与第二发侵爆弹丸间距为 D_s ; 然后, 建立首发弹丸侵彻混凝土靶板的有限元模型, 采用拉格朗日方法进行数值模拟, 如图 7(b)所示, 获取第一发弹丸的侵彻深度; 紧接着, 侵彻计算完成后, 利用软件重启功能, 保留靶板的变形、应力、应变及损伤信息, 并利用关键字 *INITIAL_VOLUME_FRACTION_GEOMETRY 将炸药填充至弹体内部, 再通过关键字 *CONSTRAINED_LAGRANGE_IN_SOLID 设置爆炸过程的流固耦合算法, 开展爆炸模拟, 如图 7(c)所示; 最后, 爆炸模拟结束后, 再次利用重启功能, 保留此时的靶体状态。以此为基础, 开展第二次侵彻模拟, 如图 7(d)所示。重复上述“侵彻→爆炸→侵彻”的循环过程, 从而实现多发弹序列侵爆的全过程数值模拟。

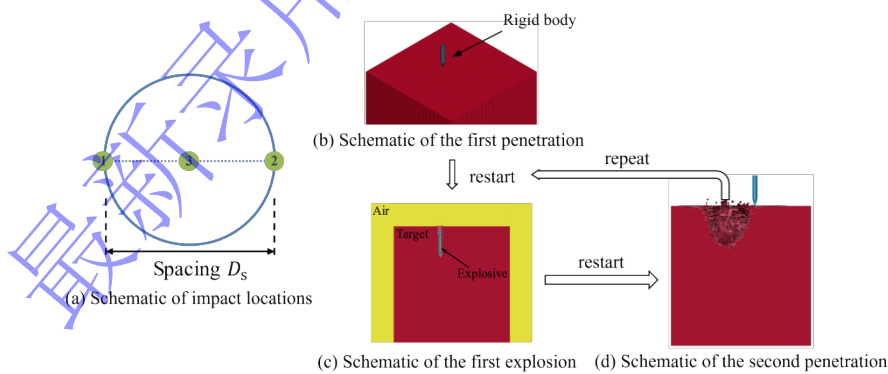


图 7 多发弹序列侵爆数值模拟流程示意图

Fig. 7 Schematic of the numerical simulation process for sequential projectile penetration-explosion

弹壳材料为 G50 钢, 重 2.71 kg, 侵彻速度为 440 m/s, 侵彻过程中弹体设置为刚体; 靶板材料为 C40 混凝土, 尺寸为 2.5 m×2.5 m×2.5 m, 为消除靶板边界效应的影响, 在其四个侧面及底面均施加无反射边界条件。通过网格敏感性分析, 最终确定混凝土靶板的网格尺寸为 15 mm, 弹体网格尺寸为 2.5 mm, 为此, 可以统计得到靶板和弹体单元总数分别为 4657463 个和 32208 个; 炸药选用 JH-2 炸药, 等效 TNT 当量为 0.45 kg。炸药域设置为欧拉网格, 起爆点位于弹体尾部中心, 炸药依据弹壳几何形状进行填充, 其中体积填充法的采样点数量取默认值 3, 以兼顾计算精度与效率

[27]。

混凝土靶板在冲击载荷下的力学响应采用适用于动态加载分析的 Riedel–Hiermaier–Thoma (RHT)本构模型进行模拟。该模型通过定义弹性极限面、破坏强度面和残余强度面，能够准确刻画混凝土从初始屈服、强度最大值到最终残余强度的全过程力学行为。C40 混凝土 RHT 本构模型的具体参数如表 1 所示^[30]。

表 1 C40 混凝土靶板 RHT 本构模型参数^[30]
Table 1 RHT model parameters of C40 concrete^[30]

Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
Initial density $\rho_0(\text{kg/m}^3)$	2314	Failure surface parameter A	1.6	EOS parameter B_0	1.22
Uniaxial compressive strength $f_c(\text{GPa})$	40	Failure surface exponent n	0.61	EOS parameter B_1	1.22
Shear modulus $G(\text{GPa})$	16.7	Tens./Comp. meridian ratio Q_0	0.6805	EOS parameter $T_1(\text{GPa})$	35.27
Shear/Comp. strength ratio f_s^*	0.18	Lode angle parameter B	0.0105	EOS parameter $T_2(\text{GPa})$	0
Tens./Comp. strength ratio f_t^*	0.1	Comp. strain rate exponent β_c	0.032	Hugoniot coefficient $A_1(\text{GPa})$	35.27
Comp. yield surface param. g_c^*	0.53	Tens. strain rate exponent β_t	0.036	Hugoniot coefficient $A_2(\text{GPa})$	39.58
Tens. yield surface param. g_t^*	0.7	Residual stress parameter A_f	1.6	Hugoniot coefficient $A_3(\text{GPa})$	9.04
Shear modulus reduction factor ζ	0.5	Residual stress exponent n_f	0.61	Initial porosity α_0	1.1884
Failure comp. strain rate $\dot{\epsilon}^c (\text{ms}^{-1})$	3×10^{22}	Initial damage parameter D_1	0.04	Porosity exponent N	3.0
Failure tens. strain rate $\dot{\epsilon}^t (\text{ms}^{-1})$	3×10^{22}	Damage parameter D_2	1	Pore crushing pressure $p_{el}(\text{GPa})$	0.0233
Reference comp. strain rate $\dot{\epsilon}_0^c (\text{ms}^{-1})$	3×10^{-8}	Min. failure strain ϵ_p^m	0.01	Pore compaction pressure $p_{comp}(\text{GPa})$	0.6
Reference tens. strain rate $\dot{\epsilon}_0^t (\text{ms}^{-1})$	3×10^{-9}				

弹体材料的力学行为采用 Johnson–Cook (JC)动态本构模型描述。该模型能表征金属材料在大应变、高应变率及绝热升温条件下的流动应力，所以我们使用该模型模拟弹体在爆炸过程中的动态响应和破坏过程。为了防止计算过程中网格发生畸变，控制弹体材料的失效应变值为 1.0。G50 钢材的 JC 本构模型参数见表 2 所示^[31]。

表 2 G50 钢弹壳材料 JC 本构模型参数^[31]
Table 2 Parameters of the Johnson-Cook constitutive model for G50 steel projectile^[31]

Basic Parameters	Initial density $\rho_0(\text{kg/m}^3)$	Elastic modulus $E(\text{GPa})$	Poisson's ratio ν		
Value	7800	210	0.3		
JC Model Parameters	$A(\text{GPa})$	$B(\text{GPa})$	C	m	n
Value	1.445	1.326	0.025	1.09	0.356

空气在数值模拟过程中被视为理想可压缩气体，其状态方程考虑压缩内能变化和体积应变的影响，采用经典的线性多项式状态方程来描述，其方程表达为：

$$p = C_0 + C_1\mu + C_2\mu^2 + C_3\mu^3 + (C_4 + C_5\mu + C_6\mu^2)e \quad (14)$$

式中， p 为压力， μ 为压缩度，表达为 $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ (ρ_0 为初始密度)， e 为单位体积比内能，初始值 $e_0 = 0.25 \text{ MPa}^{[27]}$ ， $C_0 \sim C_6$ 为多项式方程系数。该方程适用于描述爆炸冲击波在空气中的传播，其参数见表 3 所示^[27]。

表 3 空气材料多项式状态方程参数^[27]
Table 3 Parameters of the polynomial equation of state for air material^[27]

Parameters	Initial density $\rho_0(\text{kg/m}^3)$	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
Value	1.29	0	0	0	0	0.4	0.4	0

炸药的爆轰过程采用经典的 Jones–Wilkins–Lee (JWL) 状态方程进行描述。该方程能精确表征爆轰产物膨胀过程中压力 p 、相对体积 V 与单位体积比内能 e 之间的关系，其形式为：

$$p = A_0 \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V} \right) e^{-R_1 V} + B_0 \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V} \right) e^{-R_2 V} + \frac{\omega e}{V} \quad (15)$$

式中， A_0 、 B_0 、 R_1 、 R_2 、 ω 为炸药特征常数； V 为爆轰产物的相对体积。采用 JH-2 炸药，相关参数详见表 4 所示^[32]。

表 4 JH-2 炸药 JWL 状态方程参数^[32]
Table 4 Parameters of the JWL equation of state for JH-2 explosive^[32]

Basic Parameters	Initial density $\rho_0(\text{kg/m}^3)$	Detonation velocity $D(\text{m/s})$	CJ pressure $P_{CJ}(\text{GPa})$			Initial specific internal energy $e_0(\text{MPa})$
Value	1820	8315	28.6			
JWL EOS Parameters	$A_0(\text{GPa})$	$B_0(\text{GPa})$	R_1	R_2	ω	
Value	524.23	7.678	4.2	1.1	0.34	8499

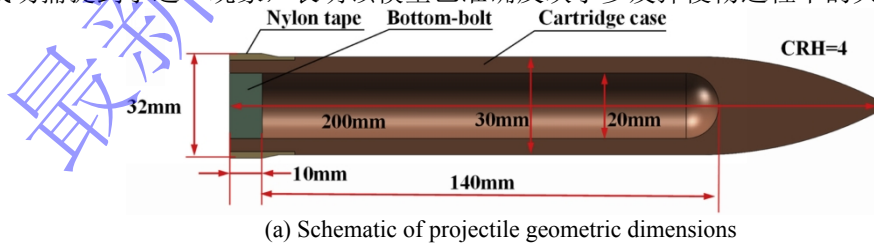
3 结果和讨论

3.1 理论模型的验证

3.1.1 与两发弹侵爆实验结果的比较

为验证本文理论模型的可靠性，本节选取 Gao 等人已发表的侵爆后二次侵彻实验数据^[21]进行对比分析。该实验采用超高性能混凝土（直径与厚度均为 1.2 m，抗压强度 120.96 MPa），弹体质量 610 g，装药为 77 g 圆柱形 8701 炸药。静阻力强度折减因子取为 $\lambda = 0.85$ 。选取了其中两组典型工况：工况一为低速打击（首次着速 348 m/s，二次着速 316 m/s，两次间距 6.0 cm）；工况二为高速打击（首次着速 659 m/s，二次着速 666 m/s，两次间距 13.5 cm）。

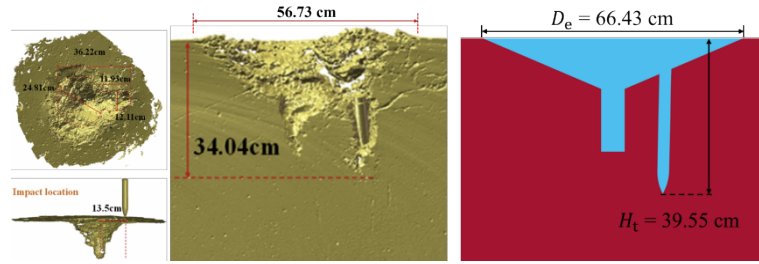
图 8 展示了理论模型预测与实验结果的形貌对比。在工况一中，实验测得两次打击后爆坑直径为 31.95 cm，侵彻深度为 17.13 cm；模型对应预测值分别为 27.91 cm 与 16.38 cm，相对误差依次为 12.64% 与 4.38%。在工况二中，实验爆坑直径为 56.73 cm，侵彻深度为 34.04 cm；模型预测值分别为 66.43 cm 与 39.55 cm，相对误差为 17.10% 与 16.19%。理论模型在两个工况中对侵彻深度的预测误差均在 17% 以内，爆坑直径误差均小于 20%。在工况一中，第二发侵彻弹体的轨迹出现明显偏转，理论模型成功捕捉到了这一现象，表明该模型已准确反映了多发弹侵彻过程中的关键影响因素。



(a) Schematic of projectile geometric dimensions



(b) Results comparison for Case 1 (low speed): Left: experimental result; Right: theoretical prediction



(c) Results comparison for Case 2 (high speed): Left: experimental result; Right: theoretical prediction

图 8 侵爆后二次侵彻理论模型预测与实验结果^[21]对比

Fig. 8 Comparison between theoretical and experimental results^[21] of secondary penetration after a penetration-explosion event

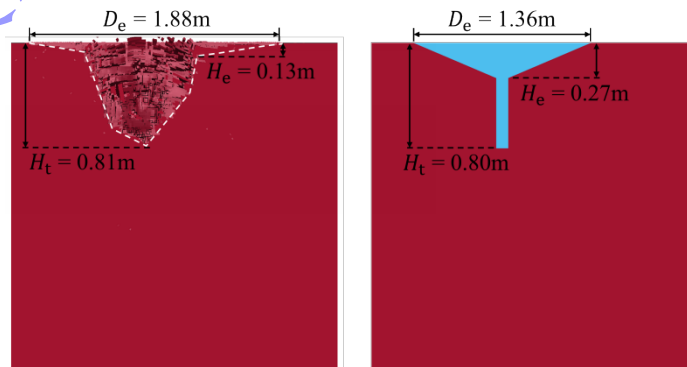
3.1.2 与三发弹侵爆数值模拟结果的比较

为进一步验证多发弹序列侵爆理论预测模型的准确性，利用该模型计算了标准工况（间距 $D_s = 0.5$ m）下三发弹的序列侵爆结果，并与对应的全过程数值模拟结果进行对比，数值模拟选取的炸药当量更大，破坏效果更显著。弹体形状为卵形弹，尺寸参考文献中的弹型^[26]，具体为：弹长 $l_b = 272.5$ mm，弹头长度 $l_h = 78.8$ mm，弹径 $r_b = 23.125$ mm，弹头曲率半径 $r_h = 145.82$ mm。弹重为 2.71 kg，打击速度为 440 m/s。靶板材料选用 C40 混凝土，其单轴无约束抗压强度 f_c 为 40 MPa。炸药等效 TNT 当量为 0.45 kg。静阻力强度折减因子依据 3.1.1 节取为 $\lambda = 0.85$ 。第一和第二发弹为完整的“侵彻—爆炸”过程，第三发弹仅进行侵彻。比较主要包括前两发弹爆炸形成的最终爆坑形貌和第三发弹的侵彻深度。

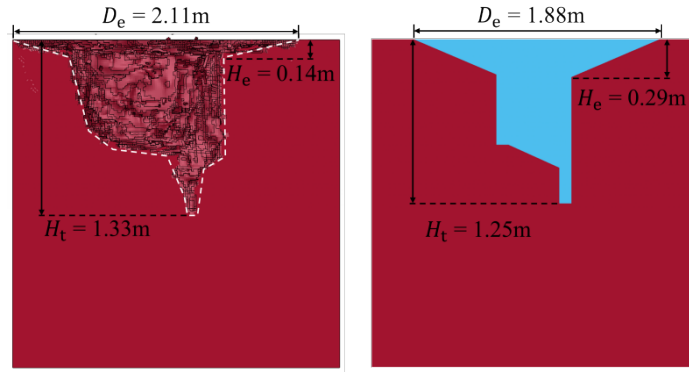
三发弹序列侵爆理论模型和数值模拟的预测结果的比较如图 9 所示。如图 9(a)所示，第一发弹体侵爆后形成的爆坑轮廓在理论预测与数值模拟结果中表现出基本一致的深度特征，表明理论模型在成坑深度预测方面具有可靠性。然而，在爆坑尺寸与轮廓形态方面，二者存在一定差异：数值模拟得到的坑口直径明显大于理论预测值，且其整体轮廓更接近于典型漏斗形；而理论模型结果则呈现明显的隧道区与漏斗区两段式几何特征。该差异主要源于理论建模过程中对爆炸成坑形态进行的理想化几何分解，即明确区分漏斗区与隧道区并进行简化描述。尽管如此，理论模型与数值模拟在总深度上的良好吻合表明，该模型能够有效反映侵爆成坑的主要影响因素。

如图 9(b)所示，第二发弹丸侵爆后的爆坑轮廓在理论模型与数值模拟结果之间已趋于一致。两者在成坑深度方面基本吻合，且尽管数值模拟所得的爆坑尺寸仍略大于理论预测值，但二者差距相较于第一发弹侵爆结果已显著缩小。此外，理论模型与数值模拟所呈现的爆坑轮廓形态特征基本一致，均清晰表现出漏斗区、基于第一发弹侵爆累积破坏形成的连续影响区，以及第二发爆炸所生成的隧道区。上述结果表明，随着侵爆弹丸数量的增加，靶体在前期已形成的损伤与变形基础上继续响应，理论模型的预测结果与数值模拟之间的误差呈现减小趋势，理论预测精度随之逐步提高。

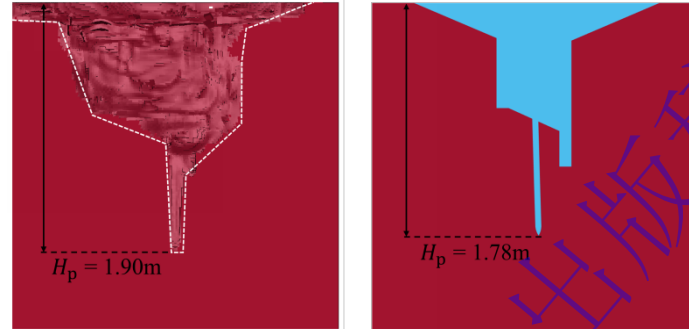
如图 9(c)所示，第三发弹侵彻深度的理论预测与数值模拟结果基本一致，吻合良好。尽管着弹点区域因前期侵爆作用已形成显著的地形起伏与累积损伤，本文理论模型通过引入地形修正与材料动态强度折减机制，仍较为准确地捕捉到该条件下的侵彻深度这一关键毁伤指标。该结果进一步验证了所建立的理论模型在处理序列侵爆耦合问题上的有效性。



(a) Results after the first penetration-explosion event: Left: numerical results; Right: theoretical results



(b) Results after the second penetration-explosion event: Left: numerical results; Right: theoretical results



(c) Results after the third penetration: Left: numerical results; Right: theoretical results

图9 三发序列侵爆理论模型预测与数值模拟结果对比

Fig. 9 Comparison of theoretical predictions and numerical simulations for a three-projectile sequence

为量化评估理论模型的预测精度并揭示毁伤效应的累积规律，对比了单发、双发及三发序列侵爆打击下的关键毁伤参数。结果表明：第一发侵爆、第二发侵爆及第三发侵彻深度的预测误差分别为1.23%、6.02%和6.32%，均小于10%；爆坑直径的预测误差随打击次数增加而显著减小，首次打击后为27.66%，第二次打击后已降至10.90%。第一发弹侵爆总深度为0.8 m，第一发弹侵彻深度为0.67 m，爆炸造成的总深度增加0.13 m；第二次侵爆的深度为1.33 m，第一发侵爆形成的打击点距地面高度为0.09 m，靶板损伤造成第二发侵爆深度增加0.44 m；三发弹序列打击侵彻的总深度为1.78 m，前两发弹丸侵爆造成的打击点距地面高度为0.89 m，靶板损伤造成第三发弹丸打击侵彻深度增加了0.22 m。以上分析表明，靶板损伤会明显造成弹丸侵爆深度的增加。

需要指出的是，通过理论模型完成上述的计算过程仅需几分钟，而全过程数值模拟在16核计算服务器上需耗时约100小时。为此，理论模型在保障工程应用精度的情况下实现了多发弹序列侵爆的快速评估。

3.2 典型序列侵爆分析

本节将利用该模型讨论三种典型的序列打击情况下，相对侵彻深度随着打击位置的变化规律。

第一种情况旨在探究第一发弹侵爆效应后，第二发弹丸在不同位置侵彻时对侵彻深度的影响规律。如图10(a)所示，给出了第二发弹相对于第一发爆坑位置的打击位置示意图，共设置三种典型打击区域：侵爆弹坑隧道区域附近、漏斗区内及其外边界附近区域。采用第二发与第一发弹着点间距(D_s)与第一发侵爆漏斗区半径(R_e)之比 D_s/R_e 作为描述第二发弹的相对打击位置的无量纲数；同时，通过第二发弹侵彻后的实际侵彻深度(H_p)与第一发弹丸的基准侵彻深度(H_{p0})之比 H_p/H_{p0} ，来表征不同打击位置下相对侵彻深度。

如图10(b)所示，第二发弹的无量纲侵深变化下降程度 H_p/H_{p0} 随无量纲打击位置 D_s/R_e 的变化呈现三个特征阶段：当 $D_s/R_e < 0.11$ 时，随着第二次侵彻位置逐渐偏离弹坑隧道区域，侵彻深度呈现急剧下降趋势。两发弹丸连续打击同一位置时，总侵彻深度约为第一发弹丸侵彻深度的2.35倍，其中爆炸效应直接贡献的侵深增量约占20%，而侵爆引起的混凝土损伤所导致的侵深增加约占15%。当第二发弹丸侵彻至隧道区边界($D_s/R_e = 0.11$)时，其侵彻深度下降至第一发侵彻深度的约1.5倍。由于该下降过程的涉及的因素复杂，理论模型难以描述，采用线性近似进行简化分析。可以看出，第二发弹丸打击位置在第一发弹隧道区域附近时，其侵彻深度对打击位置极为敏感，打击偏差会导致侵彻效能显著降低，这反映出在序列侵爆过程中弹丸精准打击的重要性。

当 $0.11 < D_s/R_e < 1$ 时, 随着第二发弹侵彻位置从隧道区边界往漏斗区外边界区域偏移, 其侵彻深度会逐渐缓慢下降。当打击位置偏离到漏斗区外边界处时($D_s/R_e = 1$), 此时第二发侵彻深度约为第一发弹丸的 1.15 倍。此时, 爆炸形成的爆坑造成侵彻深度的增加效果已基本消失, 侵彻深度的增加完全源于先前侵爆作用导致的混凝土预损伤, 即靶体材料强度整体降低所致。

当 $1 < D_s/R_e < 1.2$ 时: 第二发弹打击点位于第一发弹爆坑外边界附近, 仍处于侵爆效应影响范围内, 此时侵彻深度趋于稳定。该阶段侵彻能力的提升主要源于第一发弹侵爆造成的混凝土预损伤, 导致靶体整体强度下降。

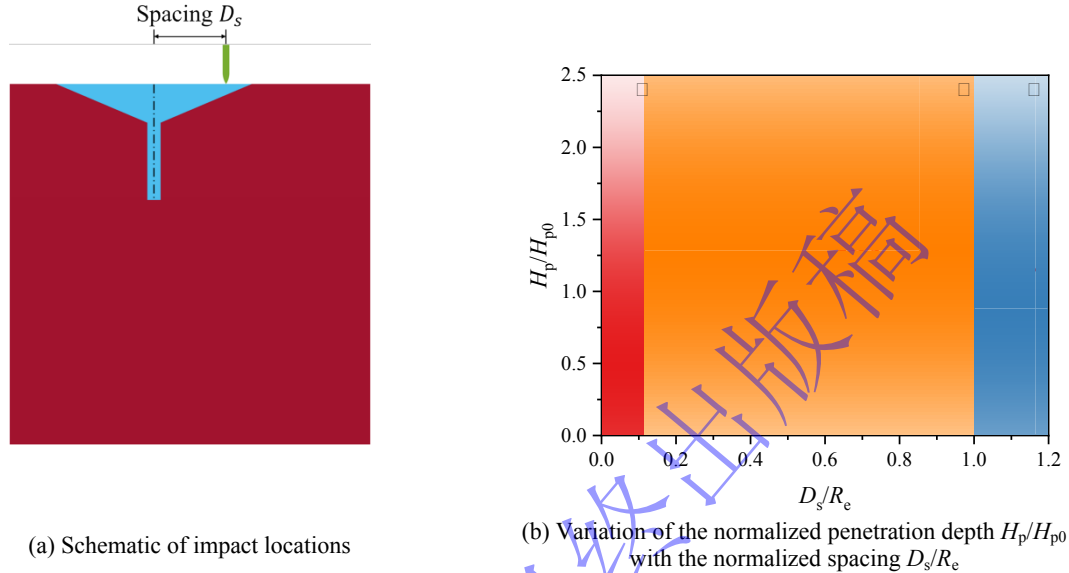


图 10 第二发弹侵彻深度随打击位置的变化
Fig. 10 Variation of second-projectile penetration depth with impact location

第二种情况重点研究第三发弹丸精确打击在第二发弹爆坑最深处时, 侵彻深度随打击间距的变化规律, 如图 11(a)所示。第三发弹的相对侵彻深度 H_p/H_{p0} 随 D_s/R_e 的变化仍可分为三阶段规律, 如图 11(b)所示。三发连续命中同一位置时, 总侵深达单发的 4.3 倍, 前序侵爆引起的混凝土预损伤造成深度增加 0.61 m, 占第一发侵彻深度(0.67 m)的 91%, 表明混凝土前序损伤对侵爆深度的影响极为明显。至隧道区边界($D_s/R_e = 0.11$)时, 侵深降至 3.5 倍; 在漏斗区外边界($D_s/R_e = 1$)处, 侵深仍保持 3.1 倍, 其增益完全来源于前两次侵爆造成的靶体强度整体下降。

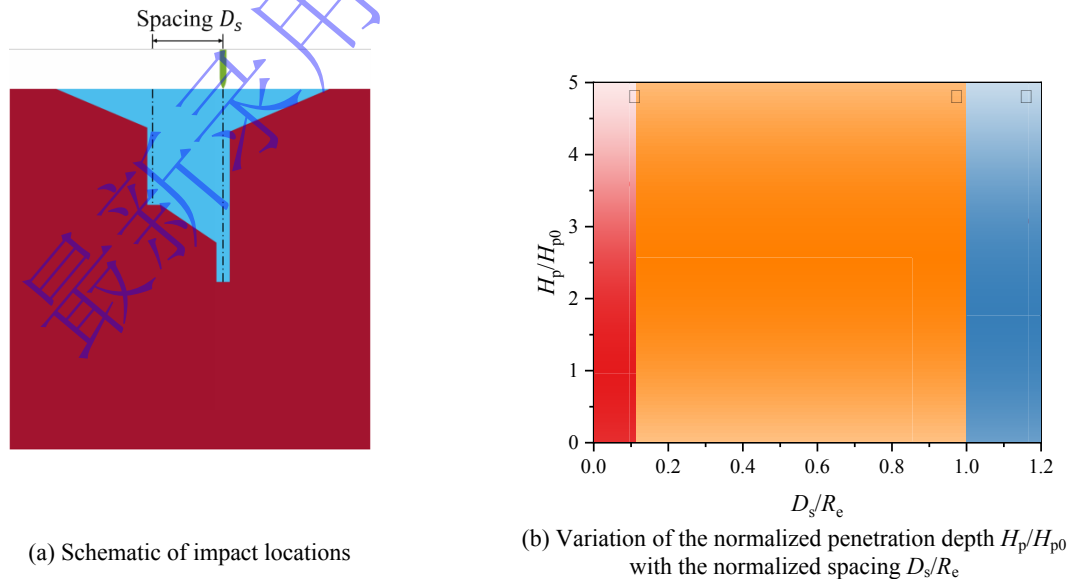


图 11 第三发弹 (于前弹坑底) 侵彻深度随打击位置的变化
Fig. 11 Variation of third-projectile penetration depth with impact location (strike at prior crater bottom)

第三种情况研究第三发弹丸打击于前两坑中间位置时的侵深变化, 如图 12(a)所示。第三发弹的侵彻深度 H_p/H_{p0} 随 D_s/R_e 的变化可分为四阶段, 与前两种工况相比, 其特殊之处在于, 当两坑间

距较近($0.11 < D_s/R_e < 0.38$)时, 打击点处斜坡斜率过大从而引发跳弹, 使弹体落入相邻爆坑底部。如图 12(b)所示, 在 $D_s/R_e = 0.33$ 的跳弹临界点处, 侵深分别为 3.4 倍(发生跳弹)与 2.7 倍(未跳弹), 体现出地形扰动对毁伤积累的显著影响。其余阶段($D_s/R_e < 0.11$ 、 $0.38 < D_s/R_e < 1$ 及 $1 < D_s/R_e < 1.2$)侵深变化趋势与前述情况类似, 在 $D_s/R_e = 1$ 处侵深约为 2.6 倍。

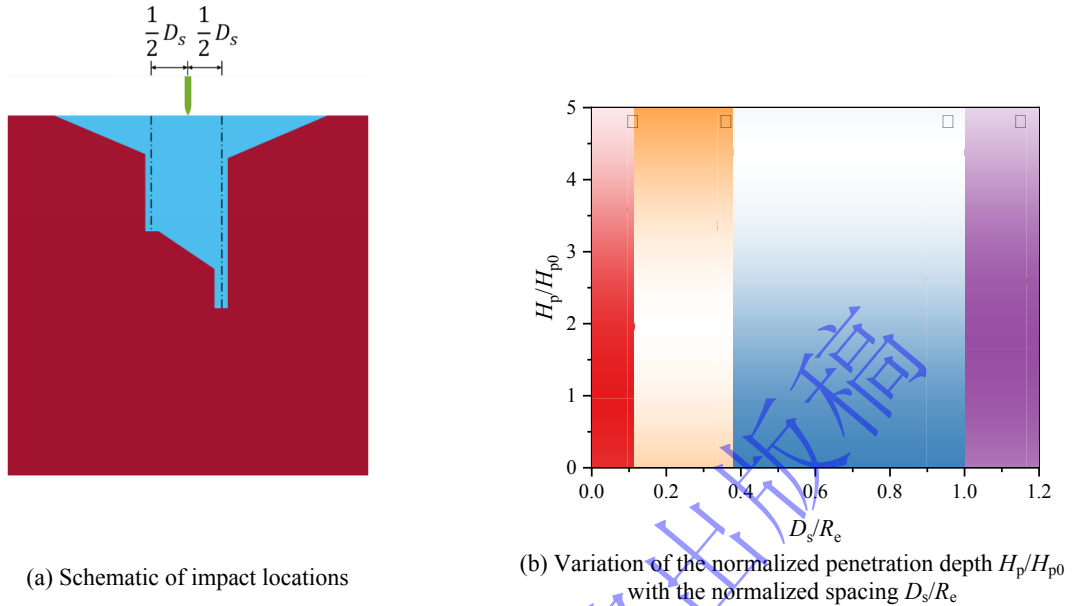


图 12 第三发弹(于两坑中间)侵彻深度随打击位置的变化
Fig. 12 Variation of third-projectile penetration depth with impact location (strike between two prior craters)

4 结 论

本文针对多发弹序列侵爆混凝土靶板耦合毁伤效应问题, 建立了相应的理论模型, 并通过与两发弹侵爆实验结果和三发弹序列侵爆的全过程数值模拟验证了其可靠性, 探讨了典型工况下, 多发弹序列侵爆的规律, 系统研究了打击位置对毁伤效应的影响规律。主要结论如下:

(1) 构建了一个适用于预测多发弹序列侵爆混凝土靶板毁伤全过程的理论模型。侵彻过程基于动态空腔膨胀理论, 并考虑弹体倾角及前序损伤对靶板强度的影响; 爆坑形貌则根据经验公式进行估算。通过递推框架, 将前序打击形成的爆坑形貌作为后续打击的初始条件, 从而实现了序列侵爆累积毁伤效应的快速预测。该模型具有计算高效的特点, 可实现多发序列弹侵爆的快速评估, 具有良好的工程应用前景。

(2) 验证了模型在多发弹序列侵爆混凝土靶板侵彻深度和成坑形貌预测方面的可靠性。较小当量侵爆下, 理论模型与实验结果侵彻深度和开坑形貌均吻合较好; 较大当量侵爆下, 理论预测结果与三发弹序列侵爆全过程数值模拟结果在侵彻深度方面吻合得很好, 爆坑形貌随着侵爆次数增加, 理论模型预测精度会显著提高。该模型能有效预测多发弹序列侵爆混凝土靶板的毁伤效应。

(3) 基于对三种典型弹序打击工况的系统分析, 揭示了打击位置对后续弹侵彻能力的影响规律。前序弹丸侵爆造成的混凝土损伤累积会显著提升后续弹丸的侵彻深度, 当后续弹落点位于先发爆坑的隧道区时, 侵彻深度增益最大, 但对打击精度敏感; 当落点位于漏斗区时, 侵深增益随打击间距增大而缓慢衰减; 当侵彻位置落于双坑间倾斜过渡区时可能会发生跳弹现象, 导致弹体落入先前爆坑的底部, 增加其侵彻能力。

参考文献

- [1] 高伟亮, 孙桂娟, 杨建超, 等. 国外钻地武器侵彻试验用弹等效模拟技术研究 [J]. 防护工程, 2022, 44(5): 21-25.
GAO W L, SUN G J, YANG J C, et al. Research on equivalent simulation technology of a foreign Earth-penetrating weapon trial projectile [J]. Protective Engineering, 2022, 44(5): 21-25.
- [2] 魏庆栋, 王忠, 江光德, 等. 导弹打击目标的毁伤效果评估方法研究综述 [J]. 战术导弹技术, 2023, (3): 76-88.
WEI Q D, WANG Z, JIANG G D, et al. Review on damage effect evaluation method of missile attacking target [J]. Tactical Missile Technology, 2023(3): 76-88.
- [3] 党爱国, 李晓军. 国外钻地武器发展回顾及展望 [J]. 飞航导弹, 2014, (6): 35-39.

- DANG A G, LI X J. Review and prospect of foreign earth-penetrating weapons development [J]. *Aerospace Technology*, 2014, (6): 35-39.
- [4] 刘双喜, 徐小平, 黄伟, 等. 国外多弹协同项目发展及关键技术展望 [J]. *航空兵器*, 2024, 31(6): 1-13.
- LIU S X, XU X P, HUANG W, et al. Development and key technologies outlook of foreign multi-missile collaborative projects [J]. *Aero Weaponry*, 2024, 31(6): 1-13.
- [5] FORRESTAL M J, LUK V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid [J]. 1988, 55(2): 275-279.
- [6] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395-405.
- [7] FORRESTAL M J, FREW D J, HANCHAK S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996, 18(5): 465-476.
- [8] FORRESTAL M J, TZOU D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 34(31-32): 4127-4146.
- [9] HE T, WEN H M, GUO X J. A spherical cavity expansion model for penetration of ogival-nosed projectiles into concrete targets with shear-dilatancy [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2011, 27(6): 1001-1012.
- [10] CHEN X W, LI X L, HUANG F L, et al. Normal perforation of reinforced concrete target by rigid projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, 35(10): 1119-1129.
- [11] WEI H, ZHANG X, LIU C, et al. Oblique penetration of ogive-nosed projectile into aluminum alloy targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2021, 148: 103745.
- [12] WEI H, ZHANG X, LIU C, et al. A three-dimensional penetration trajectory model for ogive-nosed projectile into metal targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2021, 157: 103998.
- [13] 钱秉文, 周刚, 李进, 等. 钨合金柱形弹超高速撞击水泥砂浆靶的侵彻深度研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2019, 39(8): 139-147.
- QIAN B W, ZHOU G, LI J, et al. Penetration depth of hypervelocity tungsten alloy projectile penetrating concrete target [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2019, 39(8): 139-147.
- [14] SUN S, LU H, YUE S, et al. The composite damage effects of explosion after penetration in plain concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2021, 153: 103862.
- [15] GENG H, LU H, SUN S, et al. Experimental study and damage effect analysis of concrete structures under the combined loadings of penetration and explosion [J]. *Shock and Vibration*, 2020, 2020(1): 2137945.
- [16] 李述涛, 魏万里, 陈叶青, 等. 基于体积填充法的弹体侵爆一体毁伤效应研究 [J]. *振动与冲击*, 2023, 42(12): 194-204.
- LI S T, WEI W L, CHEN Y Q, et al. A study on damage effect of projectile penetration and explosion integration based on a volume filling method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(12): 194-204.
- [17] 王银, 孔祥振, 方秦, 等. 弹体对混凝土材料先侵彻后爆炸损伤破坏效应的数值模拟研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2022, 42(1): 60-73.
- WANG Y, KONG X Z, FANG Q, et al. Numerical investigation on damage and failure of concrete targets subjected to projectile penetration followed by explosion [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2022, 42(1): 60-73.
- [18] 赖欣, 刘亚洵, 刘立胜, 等. 基于近场动力学理论的准脆性材料损伤预测和断裂研究进展 [J]. *力学进展*, 2025, 55(4): 908-947.
- LAI X, LIU Y X, LIU L S, et al. The progress of damage prediction and fracture analysis of quasi-brittle materials based on peridynamic theory [J]. *Advances in Mechanics*, 2025, 55(4): 908-947.
- [19] GOMEZ J T, SHUKLA A. Multiple impact penetration of semi-infinite concrete [J]. *International journal of impact engineering*, 2001, 25(10): 965-979.
- [20] WANG S P, TAN J Z, SU C H, et al. Numerical simulation on continuous penetrating/blasting behavior of multi-projectiles against concrete target [C]//*Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2020, 1507(3): 032054.
- [21] GAO C, YAN J, LIU Y, et al. Secondary penetration behavior in UHPC targets after penetration-explosion events [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2026, 212: 105652.
- [22] 王博, 余健, 丁怀平, 等. 攻坚弹与云爆弹复合打击钢筋混凝土建筑的数值和试验研究 [J]. *兵器装备工程学报*, 2025, 46(6): 73-82+106.
- WANG B, YU J, DING H P, et al. Numerical and experimental study on the combined impact of anti-

- hard target projectile and fuel air explosive on reinforced concrete buildings [J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2025, 46(6): 73-82, 106.
- [23] 张智宇, 陈春超, 黄永辉, 等. 爆破漏斗鼓包运动模型的构建及验证 [J]. *北京理工大学学报*, 2020, 40(8): 810-817.
ZHANG Z Y, CHEN C C, HUANG Y H, et al. Construction and validation for the model of bulging movement in explosion [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2020, 40(8): 810-817.
- [24] 胡榕, 姜春兰, 卢广照, 等. 机场跑道内爆炸毁伤效应及工程化函数模型 [J]. *兵工学报*, 2023, 44(4): 929-939.
HU R, JIANG C L, LU G Z, et al. Explosion damage effect and engineering function model in airport runway [J]. *Acta Armamentarii*, 2023, 44(4): 929-939.
- [25] 李国杰, 冯顺山, 曹红松, 等. 小型侵爆战斗部毁伤多层靶板威力分析与仿真 [J]. *系统仿真学报*, 2007, (20): 4634-4638.
LI G J, FENG S S, CAO H S, et al. Analysis and numerical simulation on damage effect of minitype penetrate-blast warhead to multi-layer target [J]. *Journal of System Simulation*, 2007, (20): 4634-4637.
- [26] WANG L, BAI Z, QIAN B, et al. The damage of sequential explosions in reinforced concrete: Experimental and numerical investigation [J]. *Defence Technology*, 2025, 48: 284-297.
- [27] WANG L, BAI Z, QIAN B, et al. Research on the damage effects of buried explosions concerning the crater size and peak wave [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2025, 206: 105410.
- [28] 李健钰. 不同强度混凝土爆破漏斗形态实验研究 [D]. 西南科技大学, 2018: 37-61.
LI J Y. Experimental study on blasting funnel shape of concrete with different strength [D]. Mianyang: Southwest University of Science and Technology, 2018: 37-61.
- [29] 彭永, 卢芳云, 李翔宇. 针对侵爆弹的毁伤效能评估方法 [J]. *兵器装备工程学报*, 2024, 45(1): 159-165.
PENG Y, LU F Y, LI X Y. Evaluation of damage effectiveness method for earth penetrating bomb [J]. *J. Ordn. Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2024, 45(1): 159-165.
- [30] 李洪超. 岩石 RHT 模型理论及主要参数确定方法研究 [D]. 中国矿业大学(北京), 2016: 20-22.
LI H C. The study of the rock RHT model and to determine the values of main parameters [D]. Beijing: China University of Mining & Technology, 2016: 20-22.
- [31] PENG H, SHOUQIAN W, XIAOWEI F, et al. Experimental investigation on failure behaviors of G50 ultra-high strength steel targets struck by tungsten alloy spherical fragments at high velocity [J]. *Frontiers in Materials*, 2021, 7: 618771.
- [32] ZHENG Y, SU C, GUO H, et al. Chain damage effects of multi-spaced plates by reactive jet impact [J]. *Defence Technology*, 2021, 17(2): 393-404.

Theoretical Modeling and Coupling Effects of Multiple Projectile Penetration–Explosion in Concrete Targets

ZHU Junlong¹, LI Yuan¹, WANG Zihao¹, QIAN Bingwen², ZHENG Zhijun¹
(1. CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China;
2. Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China)

Abstract: Penetration and explosion in sequential strikes by multiple projectiles is a complex multi-physics coupling process. However, a corresponding theoretical prediction model is currently lacking. To address this, a theoretical model is established based on a decoupling-modeling approach for predicting the entire process of multiple projectiles sequentially penetrating and exploding in concrete targets. The model separately described the penetration and explosion stages. Dynamic cavity-expansion theory is employed to construct a resistance function for the penetration process, which accounts for the influence of projectile inclination and prior damage, and solves the projectile trajectory by explicit finite-difference integration of the equations of motion. Crater morphology is estimated using empirical formulas, and serves as the initial condition for the next strike, thereby enabling rapid prediction of cumulative damage throughout the

sequential penetration-explosion process. Full-process numerical simulations of a three-projectile sequence are conducted, and the theoretical predictions under typical scenarios are validated by comparison with experimental and numerical results. The results demonstrate that the theoretical model can accurately predict the sequential penetration depth and crater morphology. With larger explosive charges, deviations in crater morphology occur during the first penetration–explosion event. However, prediction accuracy improves significantly for subsequent projectiles. The penetration depth of later projectiles is enhanced by concrete pre-damage. The greatest gain is achieved within the crater tunnel zone, which is highly sensitive to impact-point location, while inside the funnel zone the gain gradually decays with increasing inter-projectile spacing. The proposed theoretical model is computationally efficient, enables rapid damage assessment for multi-projectile sequential strikes, and holds significant practical guidance value.

Key words: sequential penetration-explosion; damage effects; theoretical model; concrete target; penetration depth; cumulative damage

最新录用，非最终出版稿