高 压 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF HIGH PRESSURE PHYSICS
DOI:10.11858/gywlxb.20251244

两弹体错位序贯侵彻有限厚混凝土靶的速度变化规律

许宝文，张丁山，吕永柱，张博，全嘉林

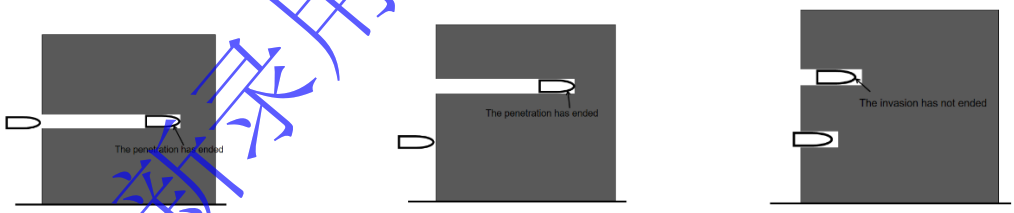
（西安近代化学研究所，陕西 西安 710065）

摘 要：为了研究错位距离和弹径对两弹体序贯侵彻中第 2 发弹体速度的影响规律，建立了描述该侵彻过程中弹体能量损耗与速度变化的理论模型，并开展了验证试验和数值仿真模拟。通过对比理论计算、试验结果与数值仿真，分析了三者之间的一致性。结果表明：错位序贯侵彻会减缓第 2 发弹体的速度下降，有利于增加第 2 发弹体的侵彻深度，随着两弹体错位距离的增加，第 1 发弹体侵彻对减缓第 2 发弹体侵彻速度下降的影响幅度减弱，当错位距离大于临界错位距离时，将不产生影响；第 1 发弹体的弹径越大，第 2 发弹体受第 1 发弹体侵彻影响的临界错位距离越大；在两弹体以 600 m/s 的初速度侵彻 1 m 厚 C40 混凝土靶的工况下，直径 50、80 和 100 mm 弹体临界错位距离最大约为 8 倍、10 倍和 14 倍弹径，第 2 发弹体速度变化的理论计算结果与试验结果的最大相对偏差约为 7.1%，仿真结果与试验结果的最大相对偏差约为 3.8%。

关键词：多弹侵彻；错位侵彻；速度变化；混凝土靶

中图法分类号：TJ55；O315；O521.9　　**文献标识码：**A

随着现代防御技术的快速发展，军事防护工程的抗侵彻能力显著提升，突破深层防御工事是战斗部侵彻领域亟待解决的关键问题。多弹打击策略因其能够显著增加侵彻深度、扩大毁伤范围，已成为应对现代防御体系的有效手段[1-3]。在实际作战应用中，多弹侵彻存在空间与时序结合的三种常见模式，如图 1 所示：同孔序贯侵彻、错位序贯侵彻以及错位协同侵彻。这些复杂工况下的弹道特性研究对提升战斗部侵彻深度和指导实际作战中的战术应用具有重要意义。



(a) Sequential penetration through the same hole (b) Sequential penetration through staggered holes (c) Synergistic penetration through staggered holes

图 1 多弹侵彻常见模式示意图

Fig.1 Schematic diagram of common modes of multiple projectile penetration

国内外学者在多弹侵彻领域已取得一定进展：宗香华等[4]通过数值仿真研究了超高性能混凝土靶在错位序贯多次打击下的损伤特性，分析了弹着点随机分布下打击次数对靶体损伤破坏与侵彻深度的影响，但其研究未对错位距离参数进行系统性的量化分析。邓国强团队[5-6]采用试验与仿真结合的方法，揭示了同孔序贯侵彻时，弹体残余金属沉积和岩体各向异性对侵彻深度的显著影响，然而其工作主要集中于同孔工况，未能拓展至错位侵彻的工况。Gomez 等[7]通过步枪弹重复侵彻试验对靶标强度参数 S 进行修正，建立了同孔序贯打击半无限混凝土靶的经验公式，其模型同样建立在同孔打击的假设之上。徐世烺等[8]针对活性粉末混凝土展开了多次侵彻实验研究与数值预测，标定了材料的 K&C

*收稿日期：2025-10-29；修回日期：2025-12-28
作者简介：许宝文（2001－），男，硕士研究生，主要从事侵彻战斗部研究. E-mail：1097209536@qq.com
通讯作者：张丁山（1984－），男，博士，研究员，主要从事侵彻战斗部研究. E-mail：dingshan19840103@sohu.com

模型参数，但其工作重点在于材料本构的验证，而非揭示多弹侵彻的破坏机制，这使得在预测错位侵彻等复杂工况时仍缺乏足够的理论依据。李金城[9]开展的错位序贯侵彻试验研究填补了 30mm 直径及以下弹体研究的空白，具有重要参考价值；然而，在适用于该工况的理论模型构建，以及更大直径（如大于 50mm）弹体的侵彻特性方面，仍存在明确的研究缺口，而这恰恰是实际作战中侵彻钢筋混凝土目标的关键尺度。理论研究方面，现有侵彻理论主要基于空腔膨胀理论构建[10-12]，这些模型虽能较好描述单发弹体侵彻行为，但当用于解释多发弹体错位侵彻时，由于难以准确表征前发弹造成的靶体损伤累积及其导致的材料强度弱化效应，其预测结果与实际情况往往存在较大偏差。

综上所述，针对有限厚混凝土靶的错位序贯侵彻问题，研究其弹体侵彻特性并发展相适应的理论分析方法，是本领域亟待深入研究的课题。本文拟采用理论建模、试验验证和数值仿真相结合的方法对弹径 50mm 及以上的弹体错位序贯侵彻开展深入研究：（1）结合空腔膨胀理论、应力波传播引起靶标内部裂纹扩张的机理和冲塞破坏准则，建立两弹体错位序贯侵彻第二发弹体速度变化的理论模型；（2）研究错位距离、弹径等参数对靶体强度变化和第二发弹体侵彻速度变化的影响规律；（3）结合靶标破坏形态观测和侵彻深度、出靶速度等测量数据，揭示错位侵彻过程中靶标损伤叠加效应对第二发弹体侵彻过程的影响范围。本研究将为多弹错位序贯侵彻模式的毁伤效能评估、作战策略优化设计提供理论支撑。

1 理论建模

本文主要研究两弹体错位序贯侵彻混凝土靶过程对第二发弹体的速度变化影响规律。该问题的复杂性在于，前一发弹体的侵彻会在靶体内形成损伤区，此区域材料强度的变化将直接影响后续弹体的侵彻行为。为构建适用于该工况的简化理论模型，基于经典单弹体侵彻理论，通过引入混凝土靶体在损伤区内的强度修正，来描述前发弹体对后发弹体的影响，进而建立两弹体错位序贯侵彻的理论模型。

1.1 基本假设

为简化计算，作如下基本假设：

1)弹体侵彻中视为刚体；

2)靶标破坏区域以外的靶材性能不受影响；

3)在极短的时间增量内，弹体与钢筋混凝土相互作用的物理状态未显著改变，故弹体在侵彻过程短时间 dt 内速度线性变化；

4)钢筋拉伸强度 f_s、靶板厚度 H 等参数在侵彻过程中保持不变；

5)第一发弹体对第二发弹体侵彻开坑区与塞块区的影响范围与错位距离 L 之间具有固定的几何关系，影响程度按重叠区域比例计算；

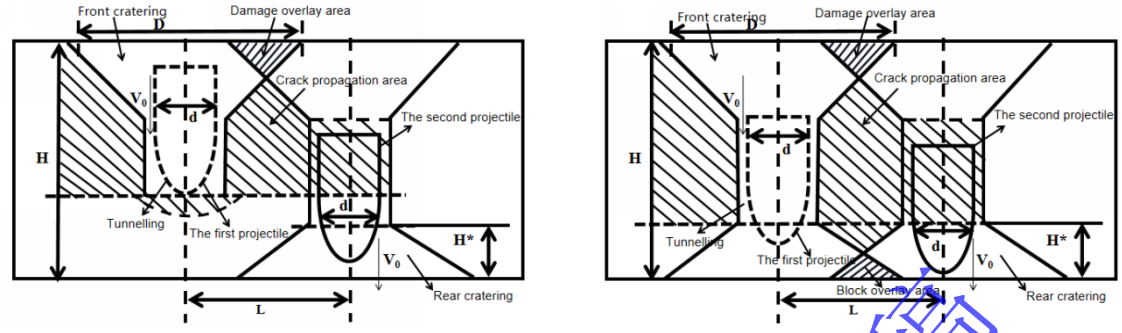
6)避免第二发弹体弹着点位于第一发弹道的破碎区引起弹体大幅度偏转，只考虑 2 倍弹径以外的序贯侵彻问题。

1.2 两发弹体错位序贯侵彻理论模型

Chen 等人[13-14]根据动态空腔膨胀理论和冲塞机理建立了单发弹体侵彻工况的初始开坑区、隧道区和塞块区的三阶段力学模型。基于 Chen 模型并考虑多弹侵彻对混凝土靶的毁伤特性，本文针对单发弹体无法穿透靶板、需采用两弹序贯侵彻的工况，建立了错位序贯侵彻中第二发弹体速度变化的理论模型。该模型适用于第一发弹体未能完全穿透靶板，而第二发弹体利用其造成的靶体损伤，进一步增加侵彻深度并最终实现穿透的情形。

定义两发弹体弹着点之间的水平距离为错位距离 L。单发弹体对混凝土靶的初始开坑区域可近似为直径 D 的圆形区域。当 $0 < L < D$ 时，两弹体的初始开坑区域存在重叠，形成损伤叠加区；当 $L \geq D$ 时，两弹体在开坑阶段互不影响，不形成损伤叠加区。在错位侵彻条件下，第一发弹体侵彻后会在

隧道区周边引发混凝土裂纹扩展，形成裂纹扩展区。该区域导致混凝土靶体强度降低，从而减小第二发弹体侵彻时的阻力与能量损耗。若第一发弹体侵彻过程中穿透靶板，两弹体错位序贯侵彻还将形成塞块叠加区。图 2 为两弹体错位序贯侵彻混凝土靶理论模型的示意图。



(a) The first projectile penetrates　　(b) The second projectile penetrates

图 2 两弹体错位序贯侵彻混凝土靶理论模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of the theoretical model of the two projectiles penetrating the limited concrete target in a dislocation sequence

模型依据经典理论将弹体的能量耗散分为开坑、隧道以及冲塞三个阶段，并定义了损伤叠加区、裂纹扩张区和塞块叠加区。三个区域分别对第二发弹体侵彻过程产生影响，但影响因素与程度不同。结合三个区域中弹体对混凝土靶的破坏特性修正混凝土靶的强度，从而计算出第二发弹体侵彻过程中的耗能并得到速度变化：

a.第二发弹体侵彻初始开坑区耗能计算

两弹体错位侵彻时，损伤重叠区大小是影响第二发弹体开坑阶段混凝土靶强度的主要因素，而损伤重叠区大小与两弹体轴线水平距离有着直接的关系，如图 3 所示。

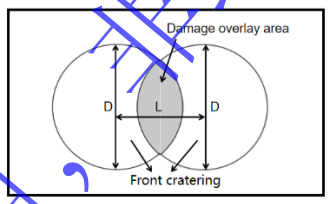


图 3 损伤叠加区示意图

Fig.3 Schematic diagram of the damage overlay area

基于 Forrestal 公式[15]，建立第二发弹体开坑阶段耗能为：

$$E_1=\int_0^{kd}c_1x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}c_1k^2d^2 \qquad c_1=\frac{\pi d}{4k}\frac{\left(S_1f_{c1}+N^*\rho V_0^2\right)}{\left(1+\left(\pi kd^3/4m\right)N^*\rho\right)} \tag{1}$$

式中：x 表示瞬时侵彻深度，m；弹体开坑深度为 kd，d 为弹体直径，m；Li 和 Chen 等[16]基于滑移线理论建议 $k=(0.707+h/d)$，h 为弹体头部长度，m；对于锥形弹头 $N^*=1/[1+4(h/d)^2]$；

$S_1=72.0f_{c1}^{-0.5}$，MPa　m 为弹体质量，kg；V_0 为弹体初始速度，m/s；ρ 是混凝土靶的密度，kg/m3；

f_{c1} 为第二发弹体开坑过程中混凝土靶抗压强度，Pa：

$$f_{c1}=\lambda f_c=(1-\frac{A_{\mathrm{overlap}}}{A_0}\quad f_c=\left(1-\frac{1}{90}\arccos\left(\frac{L}{D}\right)+\frac{2L}{\pi D^2}\sqrt{D^2-L^2}\right)f_c \tag{2}$$

式中：λ 为第二发弹体侵彻时，损伤叠加区的损伤系数，根据两发弹体开坑重合面积进行修正；f_c 为未受损的混凝土靶抗压强度，Pa　；L 为两弹体轴线水平距离，m；A_0 为弹体单独侵彻靶板时破坏面积，$A_0=\pi D^2/4$，m^2，A_{overlap} 为两弹体开坑重合面积，随错位距离 L 的变化而改变。当 $L>D$ 时，

A_{overlap}=0，因此 λ=1；当 0<L<D 时，损伤叠加区面积：

$$A_{\text{overlap}}=\frac{\pi D^2}{360}\arccos\left(\frac{L}{D}\right)-\frac{L}{2}\sqrt{D^2-L^2} \tag{3}$$

式中 D 为弹体开坑直径，结合文献[17-18]中的 11 组侵彻开坑试验数据应用 MATLAB 软件进行拟合，得到开坑直径 D 的经验计算公式：

$$D=0.016\left(\frac{0.78}{\mathrm{d}^2}\right)^{-0.16}\left(\frac{\mathrm{m}V_0^2}{f_c}\right)^{0.41} \tag{4}$$

忽略文献[19-20]中复合材料对开坑的影响，将文献中的参数代入公式（3）计算，计算结果见表 1。从表中可以看出，计算结果与试验结果吻合较好。

表 1 文献中弹靶参数及开坑直径

Table 1 Projectile and target parameters in the reference and crater diameter

References	d/mm	m/kg	fc/MPa	V_0/(m·s^{-1})	Test results	Theoretical results
					D/mm	D/mm
[19]	3.81	0.0095	130	830	21	14
	3.81	0.0095	130	830	23	14
[20]	12.65	0.33	94	563	54	73
	12.65	0.33	141	557	51	61

b.第二发弹体侵彻隧道区耗能计算

弹体在隧道区侵彻过程中阻力做功引起能量耗散，对阻力进行位移积分：

$$E_2=\int_{\mathrm{kd}}^{H-H^*}\frac{\pi \mathrm{d}^2}{4}\left(Sf_{c2}+N^*\rho V_1^2\right)=\frac{\pi \mathrm{d}^2}{4}\left(Sf_{c2}+N^*\rho V_1^2\right)\left(H-H^*-kd\right)$$
$$V_1=\sqrt{\frac{4\mathrm{m}V_0^2-\pi \mathrm{kd}^3 S\mathrm{f}_{\mathrm{c}}}{4\mathrm{m}+\pi \mathrm{kd}^3 N^*\rho}} \tag{5}$$

式中：V_1 为第二发弹体进入隧道区时的速度，m/s；f_{c2} 为第二发弹体侵彻裂纹扩张区时混凝土的抗压强度，Pa。

在错位序贯侵彻问题中，先侵弹体撞击瞬间激发的应力波是导致混凝土靶体产生初始损伤的根本原因。该应力波在传播过程中，其拉伸波会导致微裂纹在靶内缺陷处萌生、扩展并汇聚，最终形成宏观的损伤区[21]，此损伤区将显著改变靶体的力学响应，如图 4 所示。为此，本文基于应力波传播理论，对上述波致损伤区内的混凝土等效抗压强度进行了理论修正。该模型将应力波传播过程中所消耗的能量与混凝土的损伤及其宏观力学性能的劣化相对应。通过引入波阵面面积，量化应力波能量密度在空间上的衰减规律，进而建立其与材料强度折减之间的定量关系。考虑到波阵面面积决定了能量密度的空间分布，从冲击源到损伤区内某点的波阵面面积比可作为表征能量密度相对衰减的几何度量。基于此，本文提出了以指数衰减函数形式表达的强度修正公式：

$$f_{c2}=\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{A_2}{A_1}}\right)f_c=\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{32\theta L^2V_0^2}{\mathrm{m}\pi \mathrm{d}^2V^2\left[1-\cos(180\theta/\pi)\right]}}\right)f_c \tag{6}$$

式中 A_1 为初始波面面积，　$A_1=m\pi d^2V^2/4V_0^2$，m^2；V 为第一发弹体侵彻的瞬时速度，m/s；A_2 为距离第一发弹体水平距离 L 处的波面面积，$A_2=8\theta L^2/[1-\cos(180\theta/\pi)]$，$m^2$；$\theta$ 为弹体质心和弹体头部两个弧直交界点连接的夹角，rad。

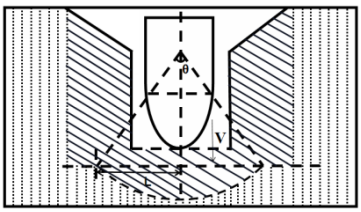


图 4 裂纹扩张示意图

Fig.4 Schematic diagram of crack expansion

c.第二发弹体侵彻塞块区耗能计算

在弹体侵彻过程中，靶板背部因剪切效应而形成塞块。该塞块在弹体的持续冲击下获得加速，最终与弹体一同被抛掷而出。当两发弹体相继穿透同一靶板时，将形成一个共同的塞块叠加区。第二发弹体仅需剪切一个截面面积显著减小的塞块。这使得第二发射体在冲塞阶段所需克服的剪切阻力和所需赋予塞块的动能都大幅降低，其能量耗散因此显著减少。塞块叠加区的示意图如图 5 所示。

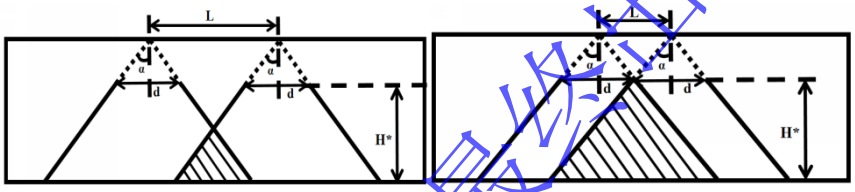


图 5 塞块叠加区示意图

Fig.5 Schematic diagram of the plug overlay area

冲塞阶段的能量损失为混凝土剪切失效和钢筋的拉伸损失的能量之和，则第二发弹体冲塞阶段能量损失为：

$$E_3=\eta\frac{\pi f_c}{\sqrt{3}\cos^2\alpha}*\left[\left(\varepsilon\tan\alpha-\frac{1}{3}\varepsilon^3\tan\alpha\right)H^{*3}+\left(\varepsilon\mathrm{d}-\varepsilon^2\mathrm{d}\right)H^{*2}\right]$$
$$+\pi H\rho_s f_s\varepsilon\sin\alpha\left(H^*\mathrm{d}+H^{*2}\tan\alpha\right) \tag{7}$$

式中：α 为混凝土靶板背部表面崩落锥形塞块半锥角，tan　α=2.256；后坑高度 $H^*=2.5d$[22]；ρ_s 为混凝土靶面配筋率，0.03~0.06；f_s 为钢筋的拉伸强度，270MPa~435MPa；ε 为钢筋混凝土的失效应变，0.18~0.38。

根据两次侵彻锥形塞的截面重合面积与第二次侵彻锥形塞面积的比值得到损失系数 η：

$$\eta=\begin{cases}\dfrac{4L}{45\mathrm{d}} & 0\le L<\mathrm{d}\\ \dfrac{4L}{45\mathrm{d}}-\dfrac{4\left(L-\mathrm{d}\right)^2}{1845\mathrm{d}^2} & \mathrm{d}\le L<21.5\mathrm{d}\\ 1 & L\ge 21.5\mathrm{d}\end{cases} \tag{8}$$

若第一发弹体未形成冲塞块，此时第二发弹体冲塞阶段能量损失系数 η=1；若两发弹体均未穿透靶板，则第二发弹体冲塞阶段能量损失 E_3=0。

d.错位序贯侵彻第二发弹体剩余速度公式

第二发弹体侵彻钢筋混凝土靶损失的总能量由三部分组成：弹体开坑阶段耗能、隧道阶段耗能以

及剪切冲塞阶段耗能，表达式为：

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 + E_3 \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{c_1 k^2 d^2} + \frac{\pi \mathrm{d}^2}{4}\left(Sf_{c2} + N^* \rho V_1^2\right)\left(H - H^* - kd\right) + \\ &\eta \frac{\pi \mathrm{f_c}}{\sqrt{3}\cos^2\alpha} * \left[\left(\varepsilon \tan\alpha - \frac{1}{3}\varepsilon^3 \tan\alpha\right) H^{*3} + \left(\varepsilon \mathrm{d} - \varepsilon^2 \mathrm{d}\right) H^{*2}\right] + \\ &\pi H \rho_s f_s \varepsilon \sin\alpha \left(H^* \mathrm{d} + H^{*2} \tan\alpha\right) \end{aligned} \tag{9}$$

根据能量守恒可以求解出错位序贯侵彻中第二发弹体穿透钢筋混凝土靶的剩余速度 V_r：

$$V_{\mathrm{r}} = \sqrt{V_0^2 - 2E/\mathrm{m}} \tag{10}$$

2 试验验证

2.1 试验设计

为验证理论模型的准确性，设计了错位序贯侵彻试验：弹体总长 250mm，弹径 50mm，头部长度 40mm，弹重 3.2kg。靶标尺寸为长 1m×高 1m×厚 1m，靶标强度 40MPa。试验共三发：第一发弹体对靶标中心位置进行侵彻；第二发弹体以 2 倍弹径的错位距离，在第一发弹体侵彻弹道一侧进行侵彻；第三发弹体以 5 倍弹径的错位距离，在第一发弹体侵彻弹道另一侧进行侵彻。错位序贯侵彻的试验示意图如图 6 所示。试验选用 57　mm 口径火炮作为发射平台，并采用两台高速摄影系统分别对弹体的着靶速度与出靶速度进行测量。试验现场布局示意图如图 7 所示。

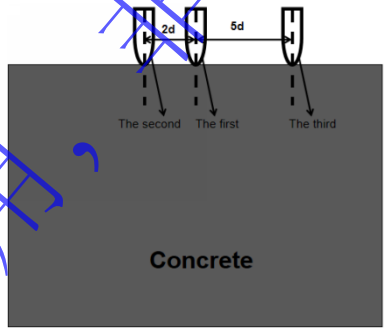


图 6 侵彻试验示意图

Fig 6 Schematic diagram of the experiment

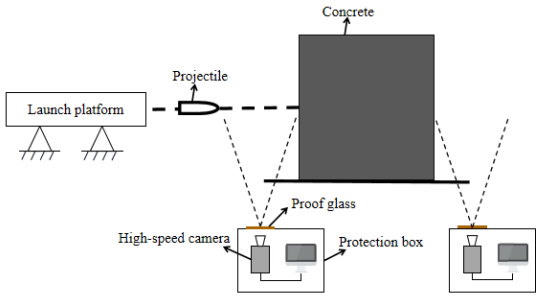


图 7 试验现场布置示意图

Fig 7 Schematic diagram of the test site layou

2.2 试验结果与分析

试验后靶标照片如图 8 所示。靶板正面出现大面积涂覆层剥落，并伴有明显的放射状裂纹分布。第二发弹体与第一发弹体的弹坑区域存在明显重合，而第三发与第一发之间弹坑重合区域不明显。在侵彻效果方面，第一发和第三发弹体均未穿透靶板；第二发弹体则成功穿透靶板，并在靶板背部形成冲塞破坏。具体试验数据与理论计算结果的对比分析见表 2。

(a) Front surface　　(b) Back surface

图 8 试验后混凝土靶(a)正面和(b)背面破坏情况

Fig 8 Damage conditions of the concrete target after the test: (a) front and (b) back

表 2 理论计算结果与试验结果对比

Table2 Comparison of theoretical calculation results with experimental results

Test	Distance	Initial velocity /(m·s^{-1})	Test depth /m	Theoretical depth /m	Test residual velocity /(m·s^{-1})	Theoretical residual velocity /(m·s^{-1})	Deviation / %
1	-	596.3	0.77	0.81	0	0	5.2
2	2*d*	598.1	1(through)	1(through)	200.6	214.8	7.1
3	5*d*	598.6	0.89	0.93	0	0	4.5

Note: The theoretical calculation results are all computed values based on the model established in this paper.

根据表 2 可以得出以下结果与分析：

（1）第二发弹体在 2 倍错位距离下实施序贯侵彻，成功贯穿靶标，其侵彻深度较第一发弹体提高了 30% 以上。这一显著增益主要源于第一发弹体在靶体内造成的预损伤效应，包括开坑区压缩变形、隧道区裂纹扩展及背部冲塞趋势，导致靶体强度与侵彻阻力下降，从而显著增强了第二发弹体的侵彻能力。

（2）第三发弹体在 5 倍错位距离下进行序贯侵彻，侵彻深度较第一发提升了 15.6%。与 2 倍错位距离相比，增益效果明显减弱。该现象说明，随着弹体间错位间距增大至 5 倍弹径，第二发弹体所处的靶体区域受前一发起始裂纹与塑性区的影响减弱，靶体材料响应更接近原始状态，因而侵彻深度增幅下降。这表明错位序贯侵彻的增益效果随间距增大而衰减，存在一个临界影响范围。

（3）理论计算结果与试验数据整体趋势一致，最大偏差为 7.1%，表明所建立的理论模型具有较高的可靠性。

3 数值仿真研究

3.1 仿真模型及工况

应用 LS-DYNA 建立两弹体错位序贯侵彻钢筋混凝土靶仿真模型，弹体与钢筋采用 MAT_PLASTIC_ KINEMATIC 弹塑性材料，混凝土靶采用 RHT 本构模型。材料参数见表 3、表 4。建立二分之一对称模型进行分析，靶标尺寸为 4m×4m×1m，基本网格尺寸为 1cm。弹体网格尺寸为 0.2cm，弹体与混凝土靶采用侵蚀接触，通过设置接触的失效参数以及防止侵彻过程中产生负体积。钢筋采用 BEAM 梁单元，基本网格尺寸为 0.5cm，采用关键字 CONSTRAINED_BEAM_IN_SOLID

对钢筋与混凝土之间的连接进行定义。采用重启动技术模拟弹体错位序贯侵彻，对混凝土模型添加失效准则 MAT_ADD_EROSION，使其在重启动计算时第一发弹体对混凝土靶已造成的破坏更准确。

表 3 弹体和钢筋部分材料参数[23]

Table3 Material parameters of the projectile and rebar

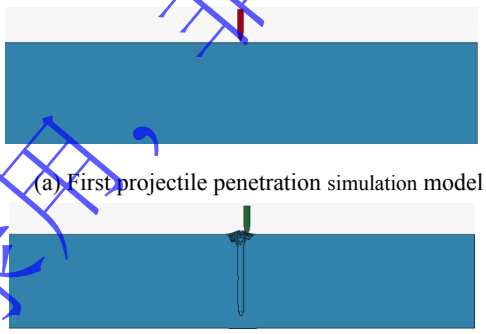
Material	ρ/(g·cm^{-3})	E /GPa	υ
Projectile	7.85	207	0.3
Rebar	7.80	210	0.3

表 4 混凝土 RHT 模型部分参数[24]

Table4 Partial parameters of the concrete RHT model

Parameters	Value	Parameters	Value
ρ/(g·cm^{-3})	2.30	A	1.6
E/GPa	16.7	N	0.61
f_c/MPa	40	B_0	1.22
f^*_s	0.18	A_1/GPa	35.27
f^*_t	0.1	A_2/GPa	39.58
D_1	0.04	A_3/GPa	9.04
D_2	1.0	T_1/GPa	35.27

为探究错位序贯侵彻中第二发弹体的速度变化规律，通过仿真模型计算了不同弹径与错位距离条件下弹体的侵彻深度与速度变化。基于仿真结果，揭示了错位距离、弹径等因素对侵彻行为的影响规律，并将该规律与理论模型预测结果及试验数据进行对比验证，证明所建理论模型及相关规律的准确性。仿真模型如图 9 所示。



(a) First projectile penetration simulation model

(b) Second projectile penetration restart simulation model

图 9 错位序贯侵彻(a)第一发和(b)第二发重启动仿真模型

Fig. 9 Staggered sequential penetration: (a) first projectile and (b) second projectile restart simulation model

3.2 模型验证

为验证仿真模型的可靠性，将相同工况下的仿真计算结果与试验结果进行对比。表 5 给出了三种工况下弹体侵彻深度（对于未出靶弹体）或出靶速度（对于出靶弹体）的对比情况。仿真结果与试验数据的最大偏差为 3.8%，说明二者吻合良好。同时，本文对理论预测与仿真模拟得到的弹体速度变化曲线进行了对比，如图 10 所示。图中显示，理论曲线与仿真曲线在弹体减速阶段、运动停止时间及出靶速度等方面均较为一致。以上对比结果表明，所建立的仿真模型具有较好的预测精度，可用于两弹体错位序贯侵彻问题的进一步分析。此外，图 11 展示了不同错位距离下弹体侵彻的数值模拟损伤图像，可直观反映靶标内部的损伤特征。

表 5 仿真结果与试验结果对比

Table 5 Comparison of simulation calculation results with experimental results

Test	Distance	Initial velocity /(m·s^{-1})	Test depth /m	Simulation depth /m	Test residual velocity /(m·s^{-1})	Simulation residual velocity /(m·s^{-1})	Deviation / %
1	-	596.3	0.77	0.75	0	0	2.5
2	2*d*	598.1	1(through)	1(through)	200.6	208.2	3.8
3	5*d*	598.6	0.89	0.87	0	0	2.2

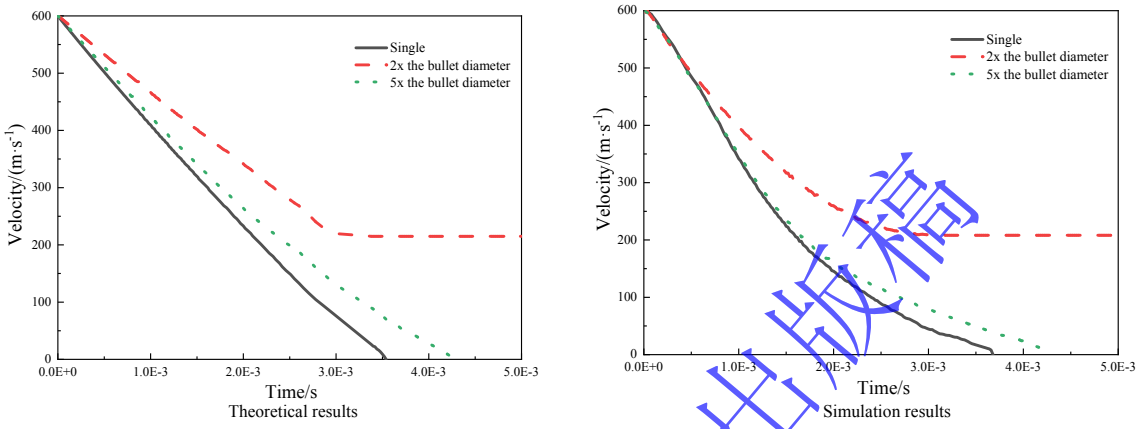
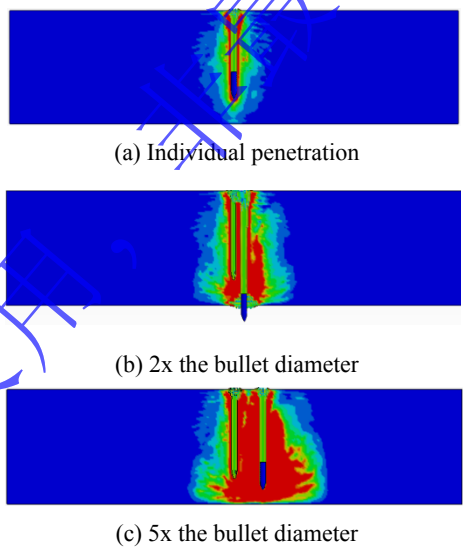


图 10 不同错位距离下直径 50mm 弹体理论预测与仿真模拟速度变化对比图

Fig10 Comparison of velocity variation between theoretical prediction and simulation for projectiles with a diameter of 50 mm under different staggered distances



(a) Individual penetration

(b) 2x the bullet diameter

(c) 5x the bullet diameter

图 11 弹体(a)单独、(b)错位 2 倍弹径和(c)错位 5 倍弹径侵彻混凝土的损伤情况

Fig11 Damage conditions of projectile penetrating concrete: (a) single-shot, (b) staggered by 2 times diameter, and (c) staggered by 5 times diamete

3.3 仿真结果及分析

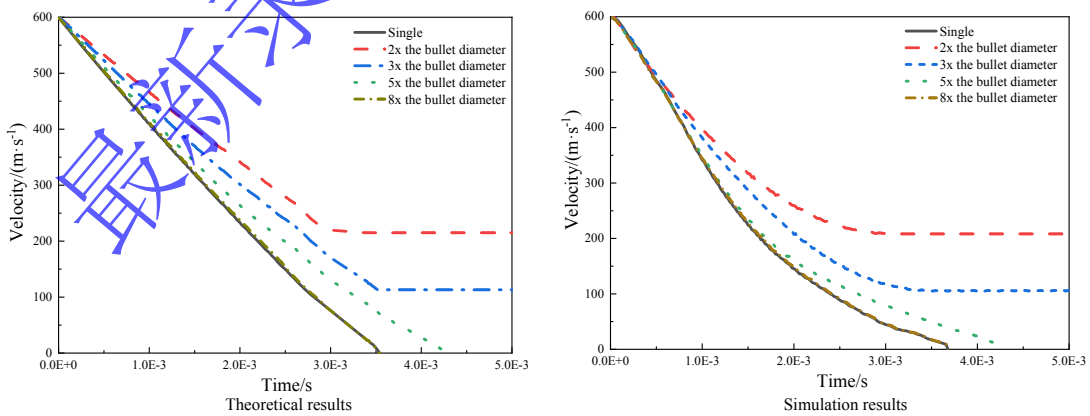
基于弹体以 600m/s 的初速度侵彻 1m 厚靶标的条件，分别计算了弹径为 50mm，80mm 和 100mm 弹体不同错位距离（2 倍、3 倍、5 倍、10 倍弹径等）下共 17 种工况。具体工况及计算结果见表 6。

表 6 仿真结果与理论结果对比

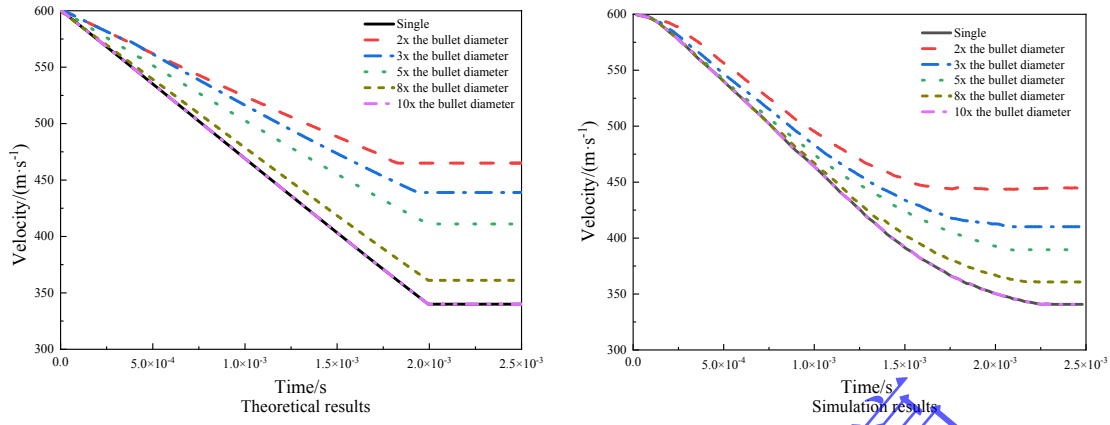
Table 6 Comparison of simulation calculation results with theoretical results

Simulation	*d*/mm	*m*/kg	Distance	Simulation velocity /(m·s^{-1})	Increase over the first projectile / %	Theoretical velocity /(m·s^{-1})	Deviation / %	RMSE
1	50	3.2	-	0(0.75m)	-	0(0.81m)	7.4	13.782
			2d	208.2	Over 25	214.8	3.1	
			3d	106.2	Over 25	112.9	5.9	
			5d	0(0.87m)	14.8	0(0.93m)	6.5	
			8d	0(0.82m)	1.2	0(0.81m)	1.2	
2	80	12.8	-	341.8	-	340.2	0.5	
			2d	444.7	30.1	465.0	4.4	
			3d	410.8	20.2	438.9	6.4	
			5d	389.6	13.9	411.0	5.2	
			8d	360.8	5.5	361.1	0.1	
			10d	342.1	0.1	340.2	1.0	
3	100	24.6	-	422.1	-	408.1	3.4	
			2d	521.9	23.6	532.2	2.0	
			3d	490.1	16.1	513.3	4.5	
			5d	466.9	10.6	487.5	4.2	
			10d	444.9	5.4	447.8	1.0	
			14d	422.3	0	408.1	3.5	

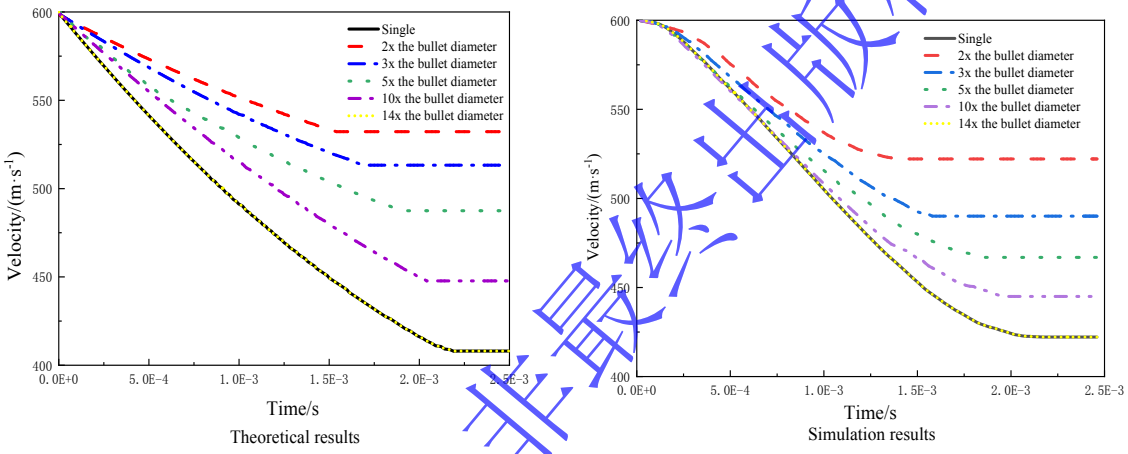
根据计算结果得出：错位序贯侵彻会减缓第二发弹体的速度下降，有利于增加第二发弹体的侵彻深度，当错位距离为 2 倍弹径时，50mm 弹体第二发剩余速度达 208.2m/s（首弹未贯穿）；80mm 与 100mm 弹体的第二发剩余速度分别较首弹提高 30.1%和 23.6%。错位侵彻影响随错位距离增大而衰减。所有弹径下，第二发弹体剩余速度（侵彻深度）均随错位距离增加而逐渐趋近于首弹值。当错位距离分别超过 8 倍（50mm）、10 倍（80mm）和 14 倍（100mm）弹径时，前一发弹体侵彻的影响可忽略不计。弹径尺寸显著影响侵彻作用范围。较大弹径形成的损伤区范围更广，因此其错位侵彻影响区间越大。理论模型与仿真结果吻合良好，最大偏差不超过 7.4%，均方根误差（RMSE）为 13.78，验证了理论分析方法的可靠性，可用于该类问题的工程预测。理论模型与仿真结果计算结果对比如图 12 所示。



(a) Projectile with a diameter of 50mm



(b) Projectile with a diameter of 80mm



(c) Projectile with a diameter of 100mm

图 12 不同弹径(a)50mm、(b)80mm 和(c)100mm 错位侵彻理论结果与仿真结果对比

Fig12 Comparison of theoretical results and simulation results of staggered penetration under different projectile diameters: (a) 50mm, (b) 80mm, and (c) 100mm

4 结 论

本文通过理论建模、试验验证和数值模拟相结合的方法，系统研究了两弹体错位序贯侵彻混凝土靶第二发弹体的速度变化规律。综合考虑开坑、隧道和冲塞三个阶段混凝土靶标的损伤叠加效应建立了第二发弹体侵彻速度变化模型。研究结果表明：

1）两弹体以 600m/s 的初速度侵彻 1m 厚 C40 混凝土靶工况下，不同弹径理论模型计算结果与试验数据的最大偏差为 7.1%，而仿真结果与试验数据的吻合度更高，最大偏差仅为 3.8%，验证了所建立模型的可靠性。

2）错位序贯侵彻能有效减缓第二发弹体的速度衰减，从而提高其侵彻深度；随着弹体错位距离增大，第一发弹体对第二发弹体的影响逐渐减弱，当错位距离超过临界值后，这种影响可忽略不计；

3）错位距离的影响范围与弹径呈正相关：弹体以 600m/s 速度侵彻 1m 厚 C40 混凝土靶时，50mm、80mm 和 100mm 弹体对应的临界错位距离分别约为 8 倍、10 倍和 14 倍弹径。

当前研究仅针对两弹体以 600m/s 初速度侵彻 1m 厚混凝土靶进行研究，对于不同速度、不同靶标厚度等参数的影响将在后续工作中进一步研究。本研究为多弹体侵彻问题提供了理论参考，对武器系统设计和毁伤评估具有重要指导意义。

参考文献

[1] ANTOUN T H，LOMOV I N，GLENN L A. Simulation of the penetration of a sequence of bombs into granitic rock[J]. International Journal of Impact Engineering,2003,29(1):81-94.

[2] 刘双喜，徐小平，黄伟，等.国外多弹协同项目发展及关键技术展望[J].航空兵器,2024,31(6):1-13.
Liu S X, Xu X P, HUANG W, et al. Development and key technologies outlook of foreign multi-missile collaboraive projects[J]. Aem Weaponry,2024,31(6):1-13.

[3] 韩华烨,王高辉,卢文波,等.水下多弹爆炸打击下混凝土重力坝的累积毁伤效应研究[J].振动与冲击,2022,41(13):172-179.
HAN H Y, WANG G H, LU W B, et al. Cumulative damage effect of concrete gravity dam under underwater multi-bomb explosion [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022,41(13):172-179.

[4] 宗香华,王银,孔祥振,等.错位多次打击下 UHPC 靶体损伤破坏效应的数值模拟研究[J].高压物理学报,2024,38(03):161-173.
ZONG C H, WANG Y, KONG X Z, et al. Numerical investigation on damage and failure of UHPC targets[J] Acta Hyperbaric Physica,2024,38(03):161-173.

[5] 邓国强，杨秀敏.工程岩体中多弹重复打击效应的数值模拟分析[J]. 爆炸与冲击, 2014, 34(3): 361-366.
DENG G Q, YANG X M. Numerical simulation of the effect of multiply EPW into engineering rock[J]. Explosion and Shock Waves, 2014, 34(3): 361-366.

[6] 邓国强，杨秀敏.钻地弹重复打击效应现场试验研究[J].防护工程, 2012, 34(5): 1-5.
DENG G Q, YANG X M.Experimental investigation into damage effects of repeated attacks of precision-guided penetration weapons [J]. Protective Engineering, 2012, 34(5): 1-5.

[7] GOMEZ J T, SHUKLA A. Multiple impact pen-etration of semi-infinite concrete[J]. Internationa Journal of Impact Engineering, 2001,25(10): 965-979.

[8] 徐世烺,吴平,周飞,等.活性粉末混凝土抗多次侵彻实验研究及数值预测[J].爆炸与冲击,2021,41(06):68-83.
XU S L, WU P, ZHOU F, et al. Experimental investigation and numerical prediction on resista nce of reactive powder concrete to multiple penetration[J]. Explosion and Shock Waves,2021,41(06):68-83.

[9] 李金城.射弹两次打击混凝土介质的累积侵彻效应研究[D].南京：南京理工大学，2018.
LI J C. Study on the cumulative penetration effect of two projectiles striking concrete media[D].Nanjing: Nanjing University of Science and Technology,2018.

[10] 李鹏程,张先锋,王桂吉,等.弹体正侵彻混凝土靶动态开坑作用过程[J].爆炸与冲击,2023,43(09):43-59.
LI P C, ZHANG X F, WANG G J, et al. Dynamic cratering process during the penetration of the rigid projectile into the concrete targets [J]. Explosion and Shock Waves, 2023,43(09):43-59.

[11] 刘均伟,张先锋,刘闯,等.空腔膨胀理论靶体阻力模型及其应用研究进展[J].爆炸与冲击,2021,41(10):4-30.
LIU J W,ZHANG X F,LIU C, et al. Research progress of target resistance model of cavity expansion theory and its application [J]. Explosion and Shock Waves,2021,41(10):4-30.

[12] 武海军, 张爽, 黄风雷. 钢筋混凝土靶的侵彻与贯穿研究进展 [J]. 兵工学报, 2018, 39(1): 182–208.
WU H J, ZHANG S, HUANG F L. Research progress in penetration/perforation into reinforced concrete targets [J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(1): 182–208.

[13] CHEN X W, FAN S C, LI Q M. Oblique and normal perforation of concrete targets by a rigid projectile[J], International Journal of Impact Engineering, 2003, 30 (2004) : 617-637.
[14] CHEN X W, LI X L, HUANG F L, et al. Normal perforation of reinforced concrete target by rigid projectile [J], International Journal of Impact Engineering, 2008, 35 (2008): 1119-1129.
[15] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive nose projectiles into concrete targets [J]. International Journal of Impact Engineering, 1994, 15(4): 395-405.
[16] LI Q M, CHEN X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(1): 93-116.
[17] 王可慧，周刚，李明，等.弹体高速侵彻钢筋混凝土靶试验研究[J].爆炸与冲击,2021,41(11):92-99.
WANG K H, ZHOU G, LI M,et al. Experimental research on the mechanism of a high-velocity projectile penetrating into a reinforced concrete target[J]. Explosion and Shock Waves, 2021,41(11):92-99.
[18] 薛建锋，沈培辉，王晓鸣.弹体侵彻混凝土开坑阶段阻力的计算[J].高压物理学报,2016,30(06):499-504.
XUE J F, SHEN P H, WANG X M. Resistance during cratering for projectile penetrating into concrete target[J] Acta Hyperbaric Physica, 2016,30(06):499-504.
[19] LIU J, LI J, FANG J G, et al. Ultra-high performance concrete targets against high velocity projectile impact-a-state-of-th e-art review [J], International Journal of Impact Engineering, 2022, 160: 104080.
[20] YU R, SPIESZ P, BROUWERS H J H, Energy absorption capacity of a sustainable ultra-high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC) in quasi-static mode and under high velocity projectile impact [J], Cement and Concrete Composites, 2016, 68: 109-122.
[21] 刘志林,史文卿,蒋东,等.基于混凝土拉伸损伤的侵彻混凝土数值模拟研究[J].弹道学报,2023,35(03):55-60.
LIU Z L, SHI W Q, JIANG D, et al.Numerical study on penetrating concrete targets using dynamic constitutive considering tensile damage[J]. Journal of Ballistics,2023,35(03):55-60.
[22] PENG Y, WU H, FANG Q, et al. A note on the deep penetration and perforation of hard projectiles into thick targets[J]. International Journal of Impact Engineering, 2015, 85: 37-44.
[23] 马天宝,武珺,宁建国.弹体高速侵彻钢筋混凝土的实验与数值模拟研究[J].爆炸与冲击,2019,39(10):83-93.
MA T B,WU J,NING J G. Experimental and numerical study on projectiles’ high-velocity penetration into reinforced concrete[J]. Explosion and Shock Waves, 2019,39(10):83-93.
[24] 聂铮玥，彭永，陈荣等.侵彻条件下岩石类材料 RHT 模型参数敏感性分析[J].振动与冲击,2021,40(14):108-116.
NIE Z Y,PENG Y,CHEN R,et al.Sensitivity analysis of RHT model parameters for rock materials under penetrating condition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021,40(14),108-116.

Velocity Variation Law of Two Projectiles in Staggered Sequential Penetration into Concrete Targets with Limited Thickness

XU Baowen, ZHANG Dingshan, LYU Yongzhu, ZHANG Bo, QUAN Jialin

(Xi'an Modern Chemistry Research Institute, Xi'an 710065, Shaanxi, China)

Abstract: To investigate the effects of staggered distance and projectile diameter on the velocity variation of the second projectile during the sequential penetration of a concrete target, a theoretical model was developed to characterize the energy loss and velocity change during the displaced penetration process. Validation experiments were designed, and a comparative analysis was conducted among theoretical predictions, experimental data, and numerical simulations. The results indicate that: staggered sequential penetration can reduce the velocity decay of the second projectile, thereby enhancing its penetration depth. As the staggered distance increases, the beneficial influence of the first projectile on the second projectile's velocity retention diminishes. Beyond a critical dislocation distance, this effect becomes negligible. A larger diameter of the first projectile corresponds to a greater critical staggered distance. Under test conditions involving penetration of a 1 m thick C40 concrete target at an initial velocity of 600 m/s, the critical staggered distances for projectile diameters of 50 mm, 80 mm, and 100 mm were approximately 8d, 10d, and 14d, respectively. The maximum deviations between theoretical predictions and experimental results for the second projectile's velocity were about 7.1%, while numerical simulations deviated by approximately 3.8% from the experimental data.

Keywords: multiple projectile penetration; staggered penetration; velocity variance; concrete target