文章编号：1000-5773(2010)02-0120-05

泡沫态硅橡胶冲击绝热线的近似计算*

王青松

（中国工程物理研究院流体物理研究所，四川绵阳 621900）

摘要：在孔穴塌缩模型的基础上，建立了计算泡沫态硅橡胶在不同初始密度下的冲击绝热线参数的理论方法。获得了泡沫态硅橡胶在两种不同初始密度下（0.52 g/cm^3 和 0.92 g/cm^3）的冲击绝热线，并与已有的实验数据进行对比分析。结果表明，建立的理论方法对于泡沫态硅橡胶的冲击绝热线计算是适用的。

关键词：泡沫态硅橡胶；疏松材料；冲击绝热线；孔穴塌缩

中图分类号：O521.22 **文献标识码**：A

1 引 言

硅橡胶是由二甲基硅氧烷与其它有机硅单体，在酸性或碱性催化剂存在的条件下生成的一种线性高分子弹性体。与其它种类的橡胶相比，它具有使用温度范围广、耐老化性能及电绝缘性能优异等特点。通过硫化发泡后生成的泡沫态硅橡胶除了具备硅橡胶自身的特点外，还具有优异的抗冲击性能，在工程领域中有重要的应用价值，因此，进行泡沫态硅橡胶的冲击压缩性研究是非常有必要的。近年来，国内外利用锰铜计、电子学测试、光学测试等实验技术对泡沫态硅橡胶的冲击压缩性进行了研究[1-3]。不过，泡沫态硅橡胶极易压缩，在实际的应用中，其初始状态往往与外部环境存在着密切联系，要全面了解泡沫态硅橡胶在不同初始条件下的冲击压缩性，单纯地依靠实验显然是不经济的，也是不切实际的。因此，需要建立相应的理论方法来描述泡沫态硅橡胶在不同初始状态下的冲击压缩性。

泡沫态硅橡胶是一种典型的疏松材料。用于描述疏松材料在不同初始密度下的 Hugoniot 关系的理论方法比较多，常用的有 3 种方法。第 1 种方法是 Wu-J 方程[4-5]，它以密实材料的冲击绝热线为基准，沿着等压路径计算材料在其它不同初始密度下的冲击绝热线。这种方法对加载压力、材料类型以及疏松度没有任何的限制条件，原则上适用于任何固体材料，是迄今为止用于计算疏松材料状态方程较为完善的理论方法。在具体的计算过程中，这种方法需要密实材料的状态参数比较多，这一点对于一般金属疏松材料是可以满足的，但对于非金属材料，尤其是泡沫态硅橡胶类高分子聚合物，很难找到一种标准材料，使其具备如此多的状态参数以满足 Wu-J 方程计算的要求。第 2 种方法是 Mie-Grüneisen 物态方程[6]，它以密实材料的冲击绝热线为基准，沿着等比容路径计算材料在其它不同初始密度下的冲击绝热线。在计算过程中，需要引入标准材料的状态参数比较少，但它只适用于计算材料在疏松度比较小的情况下的冲击绝热线，而对于实际应用中的泡沫态硅橡胶，其初始状态变化通常比较大。第 3 种方法是 S. S. Batsanov 等人根据孔穴塌缩能量模型提出的[7-8]，这种方法需要引入参考材料的状态参数很少，对材料的疏松度没有限制，但它与上述两种方法有个共同点，即均需以密实材料为标准材料，这一点同样限制了它用于泡沫态硅橡胶冲击绝热线的计算。因为泡沫态硅橡胶的密实状态是一种理想状态，实际上是不存在的。本工作将 S. S. Batsanov 等人建立的理论方法和 Mie-Grüneisen 物态方程进行拓展，突破其必须以密实材料为标准材料的局限性，使其能够用于泡沫态硅橡胶冲击绝热线的计算，结合已有的

* **收稿日期**：2009-03-09；**修回日期**：2009-05-21

作者简介：王青松（1974－），男，硕士，助理研究员，主要从事实验加载技术研究. E-mail：wqswwh123@yahoo.cn

实验结果进行分析讨论，验证由孔穴塌缩能量理论建立的计算方法的可行性。

2　理论方法

20 世纪 90 年代初，S. S. Bastanov 等人根据孔穴塌缩能量模型提出了一种计算疏松材料冲击绝热线的方法。它假定疏松材料中的孔穴为空气，在单位质量的疏松材料中，密实材料占有的体积为 v_0，孔穴的体积为 v_v，则单位质量的总体积为 $v_{00}=v_0+v_v$；其次，假定疏松材料被冲击压缩时的总内能可以表达为密实材料的冲击压缩能和孔穴塌缩之和。若冲击压缩时孔穴中的空气（初始体积为 v_v）被一次绝热压缩达到极限压缩度 h（终态体积为 v_v/h），利用多方体积压缩特性，可得

$$h=(k+1)/(k-1) \tag{1}$$

式中：k 为空气的多方指数。对于空气，$k=1.4$。

根据上述理论，选取两种不同初始状态的泡沫态硅橡胶，其比容分别为 v_{01} 和 v_{02}，则

$$v_{01}=v_0+v_1 \tag{2}$$

$$v_{02}=v_0+v_2 \tag{3}$$

式中：v_0 为泡沫态硅橡胶在密实状态（理论状态）下的比容，v_1、v_2 为两种泡沫态硅橡胶的孔穴体积。在任一给定冲击压缩压力 p_H 下，两种材料的孔穴塌缩需要做功为

$$p_H(v_1-v_1/h)=2p_Hv_1/(k+1) \tag{4}$$

$$p_H(v_2-v_2/h)=2p_Hv_2/(k+1) \tag{5}$$

若把疏松材料看作是密实材料和空气的混合物，则疏松材料的总动能应等于两者动能之和。利用冲击压缩波总功均匀分配于内能和动能的特点，两种泡沫态硅橡胶材料的总能量为

$$2\times(\frac{1}{2}u_1^2)=2\times(\frac{1}{2}u_p^2)+\frac{2p_Hv_1}{k+1} \tag{6}$$

$$2\times(\frac{1}{2}u_2^2)=2\times(\frac{1}{2}u_p^2)+\frac{2p_Hv_2}{k+1} \tag{7}$$

式中：u_1、u_2 为两种疏松材料的粒子速度，u_p 为密实态的硅橡胶粒子速度。(6)式和(7)式的等号左方表示冲击波压缩疏松材料时所做的总功，包括内能和动能两部分，等于动能的 2 倍；等号右方第一项表示密实材料被压缩时冲击波做的总功，等于密实材料动能的 2 倍；等号右方第二项为孔穴被压缩时冲击波做的功。

由于泡沫态硅橡胶密实态是一种理想状态，其冲击绝热线无法确定，因此假定初始状态 v_{01} 的 Hugoniot 关系是已知的，将其作为标准材料，则(7)式可以变换为

$$u_2^2=u_p^2+\frac{2p_Hv_1}{k+1}+\frac{2p_H(v_2-v_1)}{k+1}=u_1^2+\frac{2p_H(v_2-v_1)}{k+1} \tag{8}$$

由(2)式和(3)式可知

$$v_2-v_1=v_{02}-v_{01} \tag{9}$$

令

$$m=v_{02}/v_{01} \tag{10}$$

则(8)式可简化为

$$u_2^2=u_1^2+2p_Hv_{01}(m-1)/(k+1) \tag{11}$$

由于泡沫态硅橡胶（初始状态 v_{01}）的 Hugoniot 关系 $p_H(u)$ 是已知的，则由(11)式可以计算出泡沫态硅橡胶在其它初始状态 v_{02} 下的冲击绝热关系 $p_H(u)$。

(11)式与 S. S. Bastanov 等人根据孔穴塌缩能量提出的计算疏松材料冲击绝热线方法在形式上是一致的，但其中的一些物理量发生了变化。(11)式所选用的参考材料可以是疏松材料，$p_H(u)$ 不再仅仅局限为密实材料的 Hugoniot 线。另外，m 不是疏松度，因为泡沫态硅橡胶类高分子有机物的疏松度通常是很难定义的。从某种意义上讲，(11)式的应用范围更广。

假定标准材料的 Hugoniot 关系中冲击波速度 D 和粒子速度 u 为线性关系，即

$$D=c_0+\lambda u \tag{12}$$

式中：c_0、λ 为 Hugoniot 参数。则(11)式可表示为

$$\begin{cases} u_2^2=u_1^2+2(c_0+\lambda u_1)u_1(m-1)/(k+1) \\ p_{\mathrm{H}}=\rho_{01}(c_0+\lambda u_1)u_1 \end{cases} \tag{13}$$

式中：ρ_{01}为标准材料的初始密度。如果其 Hugoniot 参数是已知的，则利用(13)式就可以计算出在其它任意初始密度下的 Hugoniot 关系 $p_{\mathrm{H}}(u)$。

同样的道理，Mie-Grüneisen 物态方程也可以以泡沫态硅橡胶(初始状态 v_{01})为标准材料，若其状态方程 $p_{\mathrm{H}}(v)$是已知的，则由 Mie-Grüneisen 物态方程得出其它初始状态的 Hugoniot 关系 $p'_{\mathrm{H}}(v)$为

$$p'_{\mathrm{H}}(\mathrm{v})=\frac{1-\dfrac{\gamma}{2\mathrm{v}}(\mathrm{v}_{01}-\mathrm{v})}{1-\dfrac{\gamma}{2\mathrm{v}}(\mathrm{v}_{02}-\mathrm{v})}\mathrm{p}_H(\mathrm{v}) \tag{14}$$

由于 Grüneisen 系数 γ 是比容 v 的函数，其关系很难确定。为方便计算，一般引入其经验关系式 $\gamma/v=\gamma_0/v_{01}$，其中 γ_0 为标准材料的 Grüneisen 系数。结合(12)式，(14)式可以进一步简化为[9]

$$\begin{cases} c_0'^2=c_0^2\dfrac{(1-\varphi)^2}{(1-\lambda\varphi)^3}[1+(\lambda-\gamma_0)\varphi] \\ \lambda'=\dfrac{1-\varphi}{4(1-\lambda\varphi)}\dfrac{1}{1+(\lambda-\gamma_0)\varphi}[\lambda^2\varphi(2-\gamma_0\varphi)+\lambda(4-2\gamma_0\varphi+\gamma_0^2\varphi^2)-\gamma_0^2\varphi] \end{cases} \tag{15}$$

式中：$\varphi=1-v_{02}/v_{01}$。当标准材料的初始比容、Grüneisen 系数以及 Hugoniot 参数已知时，由(15)式可直接计算出泡沫态硅橡胶(初始比容 v_{02})的 Hugoniot 参数 c_0'、λ'。

由于利用 Mie-Grüneisen 物态方程计算时需引用 Grüneisen 系数 γ 的经验关系式，为确保计算精度，原则上要求待计算材料的初始比容 v_{02} 与标准材料的初始比容 v_{01} 相差较小，这极大限制了该方法的使用范围。考虑到在实际应用中，外部环境对泡沫态硅橡胶初始状态的影响通常比较大，因此 Mie-Grüneisen物态方程并不是用于计算泡沫态硅橡胶冲击绝热线的常用方法。这里之所以将其列出，主要原因是将其作为一种辅助方法，用于后面的理论计算分析，以验证基于孔穴塌缩能量理论推导出的计算泡沫态硅橡胶 Hugoniot 关系的理论方法的可行性。

3 计算与分析

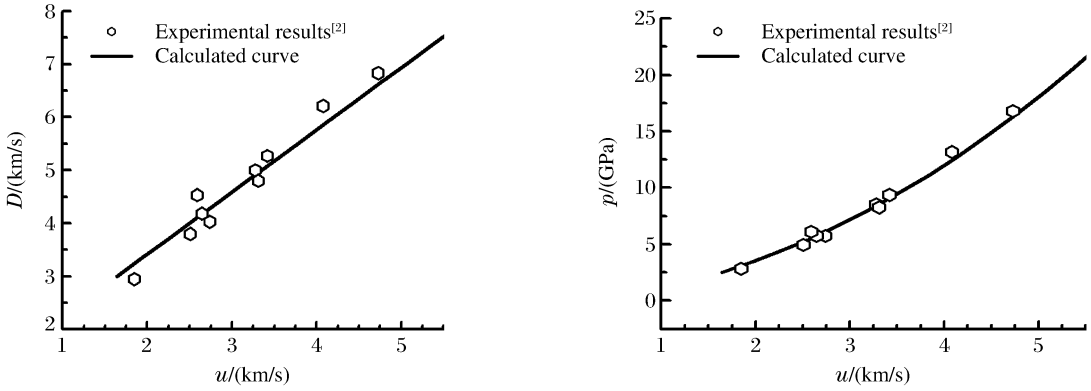
目前，泡沫态硅橡胶的 Hugoniot 实验数据比较少，并且由于材料中气泡的不均匀性，使得实验数据的分散性比较大，可比性比较差。因此，建立相应的理论方法验证这些数据的有效性和可靠性是很有意义的。

利用(13)式，计算两种泡沫态硅橡胶(初始密度分别为 0.52 g/cm^3 和 0.92 g/cm^3)的冲击绝热线，并与已有的实验数据[2-3]进行对比，结果如图 1、图 2 所示。计算中，选用 Sylard 184 硅橡胶为标准材料，其状态参数为：$\rho_0=1.037$ g/cm^3，$c_0=1.863$ km/s，$\lambda=1.596$，$\gamma_0=0.87$[3]。

从图中可以看出，由(13)式计算得到的泡沫态硅橡胶的冲击波速度和粒子速度有很好的线性关系。图 1 中，$p(u)$线与实验数据吻合得非常好，D-u 数据分散性较大，但大致分布在理论线上，实验结果与理论计算结果大体上是一致的，说明由孔穴塌缩能量理论建立的计算方法是基本适用的。图 2 中，压力较低的实验数据与计算结果相差较小，高压数据与计算结果的差异明显。这种现象比较反常。理论上讲，图 2 中材料的孔隙度比图 1 中材料的孔隙度小得多，其孔洞的不均匀性对实验结果造成的误差较小，因此原则上图 2 中的实验数据精度应该比图 1 中的高，但实际上图 2 中的实验数据与理论线的符合程度远不及图 1。针对这种情况，下面我们对图 2 作进一步分析。

图 2 中材料的初始密度为 $\rho_0=0.92$ g/cm^3，而计算过程中选用的标准材料的初始密度为 $\rho_0=1.037$ g/cm^3，这两种材料的初始密度相差很小，因此原则上 Mie-Grüneisen 物态方程也可以计算这种

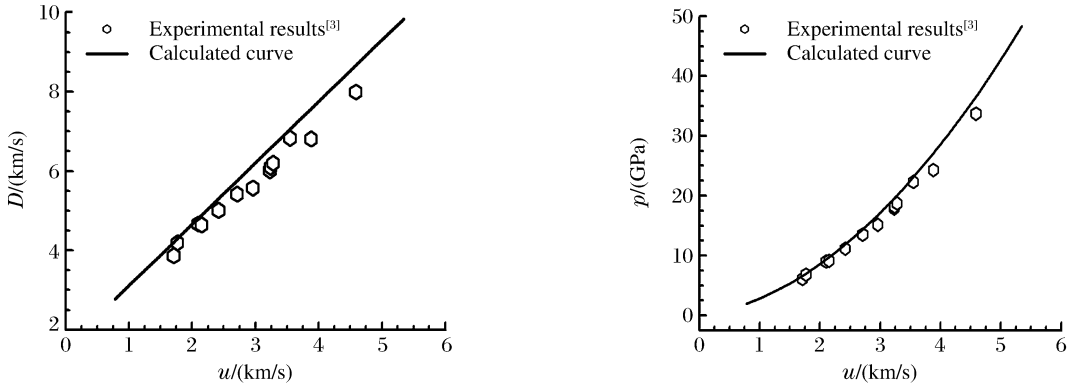
材料的 Hugoniot 关系。利用(13)式、(15)式以及已有的实验数据[3],拟合得到泡沫态硅橡胶(ρ_0 = 0.92 g/cm^3)的 Hugoniot 参数 c_0'、λ',结果列于表 1。



(a)　Shock velocity versus particle velocity　　(b)　Shock pressure versus particle velocity

图 1　泡沫态硅橡胶的冲击绝热关系

Fig. 1　Hugoniot relation of silicon rubber foam (ρ_0 = 0.52 g/cm^3)



(a)　Shock velocity versus particle velocity　　(b)　Shock pressure versus particle velocity

图 2　泡沫态硅橡胶的冲击绝热关系

Fig. 2　Hugoniot relation of silicon rubber foam (ρ_0 = 0.92 g/cm^3)

从表 1 可以看出,两种理论方法得到的计算结果是一致的。这进一步验证了本研究建立的用于计算泡沫态硅橡胶 Hugoniot 关系的理论方法的合理性,同时也说明 Mie-Grüneisen 物态方程在一定条件下,也可以用于泡沫态硅橡胶状态方程的计算。李欣竹等人用实验数据拟合出的 Hugoniot 参数[3]与用两种理论方法得到的计算结果差异比较大,考虑到这些实验数据是利用锰铜计测试技术获得的,因此这种实验方法用于材料的物态方程研究存在着一些问题,如压力的标定、样品材料在冲击压缩下的局部电离等,这些因素均降低了实验数据的可信度。我们将使用一种新的实验方法——非接触式光学测试技术,测量这种材料的冲击压缩性,检验文献[3]中实验数据的可靠性。图 1 中的实验数据虽然与理论计算结果一致,但由于数据点较少、压力范围小且分散性比较大,因此未来我们将补充一些数据,以提高拟合参数的精度。

表 1　泡沫态硅橡胶的 Hugoniot 参数

Table 1　Hugoniot parameters of silicon rubber foam (ρ_0 = 0.92 g/cm^3)

Method	c_0'	λ'
Eq. (13)	1.559	1.591
Eq. (15)	1.534	1.591
Experimental result[3]	1.686	1.367

4 结 论

基于孔穴塌缩能量理论,建立了计算泡沫态硅橡胶冲击绝热线的半经验方法。该方法只需已知材料在某种初始状态下的冲击绝热线,即可计算出其它任意初始状态下的冲击绝热线,弥补了目前几种常用的计算疏松材料冲击绝热线理论方法需以密实材料冲击绝热线为参考的局限性。结合实验数据和其它理论方法,对比分析结果表明该方法是可行的。虽然此方法是针对泡沫态硅橡胶材料的特点建立起来的,但是很显然原则上对于其它疏松材料它也是适用的,其应用范围非常广。不过这种方法存在一个假设前提,即材料孔穴中的气体冲击压缩后达到终极压缩状态,因此当加载压力极低时,它是不适用的。

References:

[1] Zhernokletov M V, Lebedeva T S, Medvedev A B, et al. Thermodynamic Parameters and Equation of State of Low-Density SiO_2 Aerogel [A]//Furnish M D, Thadhani N N, Horie Y. Shock Compression of Condensed Matter-2001 [C]. New York: AIP, 2002: 763-765.

[2] Zeng J R, Liu Y, Du B G, et al. Measurement of Shock-Hugoniot Curve of Low-Density Silastic [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 1996, 10(4): 299-303. (in Chinese)
曾鉴荣,刘 勇,杜保国,等. 低密度硅橡胶冲击雨贡纽曲线测量 [J]. 高压物理学报, 1996, 10(4): 299-303.

[3] Li X Z, Wu Q, Zhang H Z, et al. Study on the Shock Compression of Foam Silicon Rubber [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 1998, 12(4): 291-297. (in Chinese)
李欣竹,吴 强,张汉钊,等. 泡沫硅橡胶冲击压缩性实验研究 [J]. 高压物理学报, 1998, 12(4): 291-297.

[4] Wu Q, Jing F Q. Thermodynamic Equation of State and Application to Hugoniot Predications for Porous Materials [J]. J Appl Phys, 1996, 80(8): 4343-4349.

[5] Geng H Y, Tan H, Wu Q. A New Hugoniot Equation of State for Shocked Porous Materials [J]. Chin Phys Lett, 2002, 19(4): 531-533.

[6] Tan H. Introduction to Experimental Shock Wave Physics [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2007: 33-34. (in Chinese)
谭 华. 实验冲击波物理导引 [M]. 北京:国防工业出版社, 2007: 33-34.

[7] Batsanov S S. Effects of Explosions on Materials [M]. New York: Springer, 1994: 192-193.

[8] Fu H, Li J H, Tan D W, et al. Calculation of the Hugoniot of Unreacted Explosives [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2008, 22(3): 329-332. (in Chinese)
傅 华,李金河,谭多望,等. 未反应炸药冲击绝热线的近似计算 [J]. 高压物理学报, 2008, 22(3): 329-332.

[9] Wang Q S, Lan Q, Wu J. Simplification of M-G Model and Experimental Result Analysis of Preheated Mo [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2008, 22(4): 409-413. (in Chinese)
王青松,蓝 强,吴 静. M-G 模型的简化以及预热 Mo 实验结果分析 [J]. 高压物理学报, 2008, 22(4): 409-413.

Calculation of the Hugoniot of Silicon Rubber Foam

WANG Qing-Song

(*Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: Based on the pore collapse energy model, a new thermodynamic equation of state was derived to predict and describe the Hugoniot behavior of the silicon rubbers foam with different initial states. The model was tested on the silicon rubbers foam with initial densities of 0.52 g/cm^3 and 0.92 g/cm^3, respectively. Compared with the corresponding experimental data published previously, the results showed that this Hugoniot model can satisfactorily predict the Hugoniot behavior of silicon rubber foam.

Key words: silicon rubber foam; porous materials; shock Hugoniot; pore collapapse