文章编号：1000-5773(2006)02-0127-06

延性材料动态拉伸断裂早期连通过程的逾渗描述*

王永刚[1,2]，贺红亮[1]，王礼立[2]，经福谦[1]

(1. 中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理实验室，四川绵阳 621900；
2. 宁波大学工学院力学与材料研究中心，浙江宁波 315211)

摘要：借鉴逾渗理论，提出了新的应力松弛函数，简称 PR 函数(Percolation-Release Function)，用以描述断裂发生前由于微孔洞连通而引起的快速应力松弛过程，具有较为明确的物理意义。通过其与损伤度函数模型进行耦合，对无氧铜和 45 钢平板撞击层裂进行了数值模拟。结果表明：数值计算不仅有效地再现了界面的应力历史和自由面速度历史，而且再现了靶中的损伤分布；新的逾渗松弛函数具有较好的适用性。

关键词：逾渗理论；应力松弛；损伤演化；拉伸断裂

中图分类号：O346.5 **文献标识码**：A

1 引 言

材料的断裂破坏过程是多尺度、跨学科难题，也是固体力学研究的热点和前沿之一。材料的动态损伤与断裂现象广泛存在于许多民用工程、航空航天以及军事工程中。目前国内外很多学者对动态损伤演化和断裂进行了大量的实验和理论研究，提出了很多理论模型。其中有 Davison 和 Stevens[1] 提出的动态损伤累积模型，Seamen 等[2-3] 提出的损伤成核与成长(NAG)模型，Cochran-Banner(C-B)模型[4]，Carrol 和 Holt[5] 及 Johnson 等[6-7] 的孔洞长大模型，Perzyna[8] 提出了带损伤的动态弹塑性过应力模型，白以龙[9-10] 的统计细观损伤模型，封加波[11-12] 损伤度函数模型等。但材料损伤-断裂现象涉及从微观到宏观的多尺度的过程，特别是在介于微观与宏观之间的所谓细观层次上有丰富的现象，它们在损伤断裂问题中起关键作用。因此，目前研究热点是从细观层次上对损伤断裂机理进行研究。近来，白以龙等人还通过定义一个内禀德博拉数对损伤断裂进行了跨尺度的研究[13-15]。大量实验证实，材料的损伤-断裂过程可分为微损伤(微孔洞和微裂纹)的成核、长大、早期连通和后期灾变几个主要阶段。人们对微损伤的成核和长大规律已进行了比较多的研究，上面提到的很多模型也主要是从这两个阶段来研究材料的损伤断裂。最近，Seppälä 等[16] 采用分子动力学计算在原子尺度上对微孔洞互相连通行为进行了研究，但在连续介质力学尺度上对微损伤连通行为的研究则相对比较少。

逾渗理论[17] 是处理无序系统中相互连接程度变化所引起的效应的最好方法之一。我们尝试借用逾渗理论的研究成果，用于解释和描述延性材料在动态拉伸损伤断裂过程中微损伤之间的早期连通效应及其对应力松弛的影响。

2 逾渗与拉伸损伤断裂

设有一随机网络，由无限多结点(Site)和连接相邻结点的键(Bond)组成，其中各结点相互独立地被

* **收稿日期**：2005-03-23；**修回日期**：2005-06-30
基金项目：国家自然科学基金 NSAF 项目(10476027)
作者简介：王永刚(1976—)，男，博士研究生，主要从事材料在高应变率加载下的动态损伤和断裂研究.
通讯作者：贺红亮(1963—)，男，研究员，主要从事高压材料科学与力学研究. E-mail：honglianghe@263.net

质点占据率为 p，不被占据率为 $1-p$。根据逾渗理论，随着 p 由 0 到 1 的变化，无限随机网络将呈现临界现象：当 p 小于某一临界值 p_c 时，网络中占据结点的所有质点呈现局部随机分布状态，没有贯通整个网格的质点族存在；而当 p 大于 p_c 时，网络中的质点之间开始连接形成贯通整个网格的质点族。从细观角度来看，真实的受损材料内部所存在的大量微缺陷原始呈无序的分布。在损伤发展初期，材料内部的微损伤成核和长大均呈随机分布，不发生连通；随着损伤进一步发展，材料内部微损伤密度不断增大，当达到某一损伤临界值时，一些微损伤开始连通；微损伤之间的连通效应会突然地增强，并很快发展到导致材料的断裂。材料的损伤累积并导致材料断裂的过程与逾渗过程具有很大相似性。材料损伤演化中微损伤之间开始发生连通时的损伤临界值与逾渗理论中逾渗阈值相对应。Strachan 等[18]采用分子动力学方法对金属 Ta 和 Ni 的层裂破坏进行了计算，计算得到的最大孔洞体积随时间的变化如图 1 所示。从材料损伤发展过程上来看，最大孔洞体积的变化体现了微孔洞之间的连通效应。从图 1 中可以看到在临界时间 t_c 以前，最大孔洞的体积很小，这表明在 t_c 以前，微孔洞几乎都是孤立地成核、长大，没有相互连通形成大孔洞；而在 t_c 以后，最大孔洞体积随着时间很快增大，意味着此时微孔洞之间开始连通，形成大孔洞，这时的损伤演化过程表现出明显的逾渗行为。

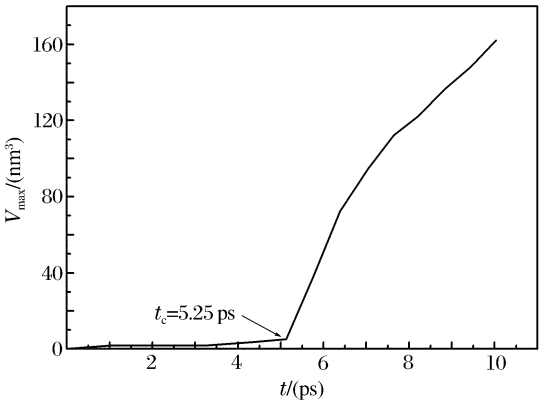

图 1 最大孔洞的体积随时间的变化曲线[18]

Fig. 1 Time evolution of the volume of the largest void[18] under a tensile loading

3 应力松弛函数

细观层次损伤演化模型中通常采用的是一种体积平均化手段，把微损伤的成核和长大表述为体积平均的场变量来描述[9]。但这样的理论描述，有两个问题值得磋商和讨论：(1) 平均化场变量在什么样的损伤度范围内是有效的；(2) 损伤达到什么程度才能断裂。我们认为，平均化手段在损伤初期微孔洞成核、长大阶段是适用的，该阶段损伤演化可由适当的损伤演化方程进行描述；当损伤发展到一定程度，即超过某一临界损伤阈值以后，由于孔洞之间的早期相互作用，即早期连通过程，损伤演化方程不能有效地描述，而必须引入新的物理模型。为此，有的作者，例如 Johnson[6-7]认为，损伤达到一个临界值时，应力就突然松弛到零。在 NAG 模型中也采用类似方法，当孔洞的相对体积达到 0.5 时，应力松弛到零。我们认为，从物理本质上讲，孔洞早期连通而引起的应力松弛应该经历一个过程，而不是瞬时的 Cut-off 截断形式，分子动力学模拟结果[18]也证实了这一点。

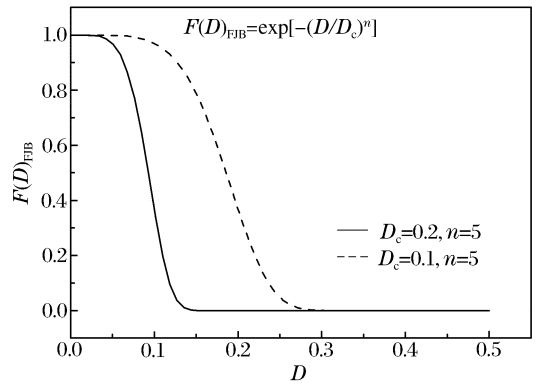

图 2 $F(D)_{FJB}$ 随着 D 的变化曲线

Fig. 2 $F(D)_{FJB}$ versus D in FJB model

封加波提出了损伤失稳因子函数，用于描述损伤后期由于孔洞之间连通而引起应力松弛的过程，其具体表达式为[11]

$$F(D)_{FJB}=\exp[-(D/D_c)^n] \tag{1}$$

式中：D 为损伤度，定义为微孔洞的相对体积，D_c 是材料发生损伤失稳的临界损伤度，n 是常数。为了讨论方便，这里假定 $n=5$，在 $D_c=0.2$ 和 $D_c=0.1$ 两种情况下，$F(D)_{FJB}$ 随 D 的变化如图 2 所示。从图中可以看出：$F(D)_{FJB}$ 在损伤发展初期变化较缓慢，然后进入快速下降过程；这个函数特性能够部分反映损伤后期的应力松弛过程。但从图中还可以看出：当损伤达到临界损伤 D_c 时，$F(D)_{FJB}$ 已经下降约 60%。然而，我们认为应力松弛过程应该主要发

生于临界损伤之后,所以说这与材料应力松弛过程的物理本质也有冲突;其次,对于不同的临界损伤 D_c,当损伤达到临界损伤时,(1)式定义的 $F(D)_{FJB}$ 总是下降大约 60%,这显然也不是很合理的,临界损伤 D_c 的物理含义不明确。由此可见,封加波选用的损伤失稳因子虽然对描述损伤后期的应力松弛过程具有一定实用性,但理论依据不足。

基于上述分析和讨论,为此在分析了损伤演化发展的早期孔洞连通过程后,借鉴逾渗理论的研究成果对这一问题进行讨论。由逾渗理论临界准则知[17]:

(1) 对于 $p>p_c$(p_c 为逾渗阈值)时,有

$$\theta(p) \propto (p-p_c)^{\beta} \qquad \beta>0 \tag{2}$$

$\theta(p)$表示逾渗概率,β 为常数。

(2) 对于 $p<p_c$时,有

$$\theta(p)=\exp[-\alpha(p_c-p)^{-\gamma}] \qquad \alpha>0,\gamma>0,p<p_c \tag{3}$$

式中:α、γ 为常数,但上式很小,近似为零,因此近似有

$$\theta(p)=\begin{cases}0 & p<p_c\\ k(p-p_c)^{\beta} & \beta>0,\quad p>p_c\end{cases} \tag{4}$$

对应于材料损伤演化过程来说,损伤值 D 对应于占据率 p,我们定义微孔洞连通开始时的临界损伤 D_{c0} 对应于逾渗阈值 p_c。因此,根据方程(4)构建了如下应力松弛特性函数 $F(D)$,用于描述由于孔洞早期连通效应而导致应力快速松弛的过程及其对材料本构的影响,简称 PR 函数(Percolation-Release Function)

$$F(D)=1-\theta(D)=\begin{cases}1 & D<D_{c0}\\ 1-k\left(\dfrac{D}{D_{c0}}-1\right)^{\beta} & \beta>0,\quad D_f\geqslant D\geqslant D_{c0}\end{cases} \tag{5}$$

边界条件

$$F(D)=0,D=D_f$$

式中:D_f 为损伤失稳断裂时临界损伤值,β 为与逾渗特性相关的材料参数,k 为调试参数,控制 $F(D)$的下降速率。取 $D_{c0}=0.2$,k 分别为 1.0、0.8、0.6 时 $F(D)$随 D 的变化曲线如图 3 所示。由图 3 可见,当 $D\leqslant D_{c0}$ 时,$F(D)$等于 1,损伤主要由不计微损伤之间连通效应的损伤演化方程控制;当 $D>D_{c0}$ 时,$F(D)$快速下降,此时损伤将快速增长,难以用不计微损伤之间连通效应的损伤演化方程来描述,通过设定的应力松弛函数 $F(D)$则可能很好地描述断裂灾变前应力向零应力松弛的过程。另外,通过我们提出的 PR 应力松弛函数,也能很好地解答上面提到的细观损伤模型存在的问题,当 $D\leqslant D_{c0}$ 时以前损伤演化方程是有效的,当 $D=D_f$ 时发生灾变式断裂。通过以上工作可知,方程(5)给出的 PR 函数对 D_{c0} 和 D_f 两个材料损伤断裂参数给出了明确的物理意义。

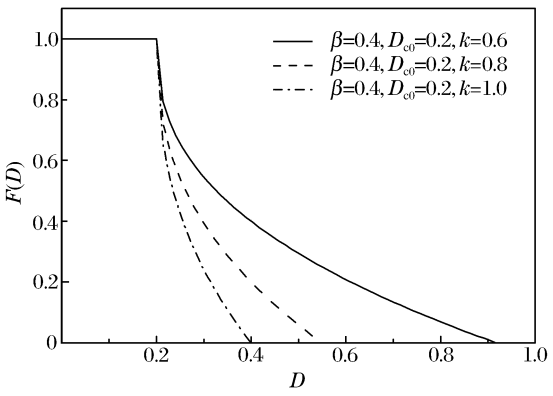

图 3　$F(D)$随 k 和 D 值的变化关系

Fig. 3　The change of $F(D)$ versus k and D

4　PR 函数应用于层裂的分析

为了验证所提出的损伤后期应力松弛函数的合理性,我们把它应用到封加波提出的损伤度函数模型中,对平板撞击一维应变条件下 OFHC 铜和 45 钢层裂实验进行了数值模拟。损伤度函数模型详见文献[12],下面简单介绍一下。

定义的损伤度函数 $D(x,t,\sigma)$为[12]

$$D(x,t,\sigma)=V_V(x,t,\sigma)/V(x,t,\sigma) \tag{6}$$

式中:V_V 为微孔洞总体积,V 为基体体积。

损伤演化方程为[12]

$$\frac{\partial D}{\partial t}=(1-D)D\frac{P_s^2-\sigma_0^2}{(4/3)B(\lambda/C_b)} \tag{7}$$

式中:P_s 为基体材料在拉伸状态下的压力,σ_0 为孔洞长大的阈值应力,B 为基体材料的体模量,λ 为表面功,C_b 为介质的体积声速。计及损伤对材料本构以及应力松弛效应的影响

$$P=P_s[\rho(1-D),E](1-D)\cdot F(D) \tag{8}$$

$$G=G_s[1-D(15B+20G_s)/(9B+8G_s)]\cdot F(D) \tag{9}$$

$$Y=Y_s(1-4D)\cdot F(D) \tag{10}$$

式中:ρ 为基体材料的密度,E 为材料的内能,G_s 为基体材料的剪切模量 ,Y_s 为基体材料的屈服强度。

关于 OFHC 铜和 45 钢层裂实验情况详见文献[3]和文献[19],这里简单说明,见表 1。计算中材料采用流体弹塑性本构方程和 Grüneisen 状态方程,材料本构参数和断裂参数分别见表 2、表 3。PR 函数中参数 k、D_{c0} 和 β 选取原则是:β 根据逾渗理论和文献[18]的分子动力学模拟取 0.4,D_{c0} 可以根据对回收样品进行显微观察实验测量,但这里主要根据计算结果与实验结果相比较来调试确定,k 值也通过调试取值。D_0 为材料的初始损伤值,选用这个参数可以作为对被忽略了的成核效应的一种补偿,一般选择为 10^{-4} 左右[3]。模型其它参数可查有关文献或材料手册。图 4 是采用 PR 函数后计算得到应力波形(实线)与实测结果(点划线)和NAG模型计算结果(点线)的比较。由图4可见,本模型与NAG模型计算结果都能较好地与实测结果相吻合,但 NAG 模型中参数确定需要对回收样品进行大量的显微观测工作,并且参数较多。文献[3]中,Curran 等人对回收的 OFHC 铜样品作了定量显微观测,给出实测的样品中损伤分布。为了进一步考察模型的适用性,图 5 给出了本工作计算得到的样品中损伤分布与实测结果以及 NAG 模型计算结果的比较。从图上看出,计算结果也与实测结果符合很好。另外,从样品后自由面速度波形也可反映样品中发生的损伤破坏过程。下面再以对 45 钢的层裂实验为例,通过比较计算的与实测的自由面速度波形来再次检验理论模型的合理性。图 6 给出了计算得到的自由面速度波形与实测结果的比较,符合程度也很好。耦合了 PR 函数的损伤度函数模型,各断裂参数具有较为明确的物理内涵,考虑了损伤成核、长大和连通三个阶段,计算结果表明在动态拉伸损伤断裂研究上具有很好的适用性。

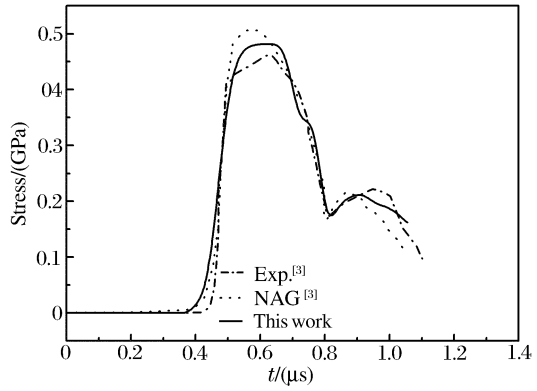

图 4 应力剖面的数值计算结果与实验结果比较

Fig. 4 Comparison of stress profile between calculation and experimental data

表 1 层裂实验条件

Table 1 Parameters for the experiments

Material	Target thickness /(mm)	Flyer thickness /(mm)	Impact velocity /(m/s)
OFHC[3]	1.578	0.622	158.5
45 Steel[19]	3.997	1.995	657

表 2 材料本构参数

Table 2 Parameters for the constitutive relations of the materials

Material	ρ/(g/cm^3)	C_0/(km/s)	S_0	Y_s/(GPa)	G_s/(GPa)	γ
OFHC	8.924[6]	3.910[6]	1.510[6]	0.30[7]	46.6[7]	2.0[6]
45 Steel	7.800[19]	4.693[11]	1.339[11]	0.8[11]	77[11]	1.68[11]

Note: C_0 and S_0 are the intercept and the coefficient of slope in the $D(u)$ curve, respectively; γ is the Grüneisen parameter.

表 3　断裂模型参数

Table 3　Parameters for fracture model

Material	B/(GPa)	λ/(kJ/m^2)	σ_0/(GPa)	β	k	D_{c0}	D_f	D_0
OFHC	135.5[12]	0.9[12]	0.34[12]	0.4[18]	1.0	0.08	0.16	10^{-4}[12]
45 Steel	164.2[19]	1.0[11]	0.35[19]	0.4[18]	0.8	0.008	0.02	10^{-4}[11]

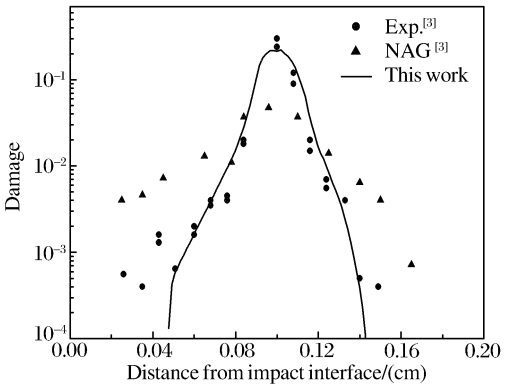

图 5　样品中计算得到的和实测的损伤分布

Fig. 5　Calculated and experimental damage distribution in the target

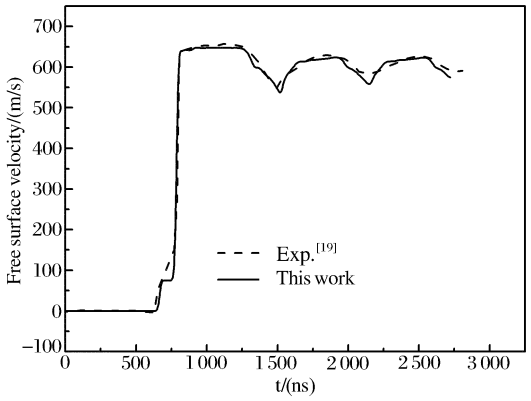

图 6　计算所得自由面速度波形与实测结果的比较

Fig. 6　Comparison of free surface velocity profile between calculation and experimental data

5　结　论

材料的动态拉伸断裂过程通常包含微损伤成核、长大和连通等阶段,其中长大阶段向连通阶段的转变过程,可以视为损伤累积导致断裂的逾渗行为。损伤后期的连通过程是个快速发展的过程,本研究借鉴分子动力学研究结果和逾渗临界理论,提出了新的应力松弛函数,用以描述断裂发生前由于微孔洞早期连通引起的快速应力松弛过程,具有较为明确的物理内涵。通过对 OFHC 铜和 45 钢层裂问题的数值计算及与实验的比较,结果表明,PR 函数能很好地反映断裂突变发生前微孔洞连通效应而导致应力向零应力的快速松弛过程。耦合了 PR 函数的损伤度函数模型在动态拉伸损伤断裂研究上具有很好的适用性。

References:

[1] Davision L, Stevens A L. Continuum Measures of Spall Damage [J]. J Appl Phys, 1972, 43: 988-994.

[2] Seaman L, Curran D R, Shockey D A. Computational Models for Ductile and Brittle Fracture [J]. J Appl Phys, 1976, 47(11): 4814-4824.

[3] Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic Failure of Solid [J]. Phys Rep, 1987, 147: 253-388.

[4] Cochran S, Banner D. Spall Studies in Uranium [J]. J Appl Phys, 1977, 48: 2729-2737.

[5] Carroll M M, Holt A C. Static and Dynamic Pore-Collapse Relations for Ductile Porous Materials [J]. J Appl Phys, 1972, 43: 1626-1635.

[6] Johnson J N. Dynamic Fracture and Spallation in Ductile Solids [J]. J Appl Phys, 1981, 52: 2812-2825.

[7] Johnson J N, Addessio F L. Tensile Plasticity and Ductile Fracture [J]. J Appl Phys, 1988, 64: 6699-6712.

[8] Perzyna P. Internal State Variable Description of Dynamic Fracture of Ductile Solids [J]. Int J Solids Struct, 1986, 22: 797-818.

[9] Bai Y L, Xia M F, Ke F J, et al. Statistical Microdamage Mechanics and Damage Field Evolution [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2001, 37: 1-10.

[10] Bai Y L, Bai J, Li H L. Damage Evolution, Localization and Failure of Solids Subjected to Impact Loading [J]. Int J Impact Eng, 2000, 24: 685-701.

[11] Feng J B. Damage-Level Function of the Dynamic Fracture in Ductile Metals [D]. Beijing: Beijing Uiversity of Technology, 1992. (in Chinese)
封加波. 金属动态延性破坏的损伤度函数模型 [D]. 北京: 北京理工大学, 1992.

[12] Feng J B, Jing F Q, Zhang G R. Dynamic Ductile Fragmentation and the Damage Function Model [J]. J Appl Phys, 1997, 81: 2575-2578.

[13] Bai Y L, Xia M F, Ke F J, et al. Closed Trans-Scale Statistical Microdamage Mechanics [J]. Acta Mechanica Sinica, 2002, 18(1): 1-17.

[14] Xia M F, Ke F J, Bai Y L. Threshold Diversity and Trans-Scale Sensitivity in a Finite Nonlinear Evolution Model of Materials Failure [J]. Phys Lett A, 1997, 236: 60-64.

[15] Wang H Y, Bai Y L, Xia M F, et al. Spallation Analysis with a Closed Trans-Scale Formulation of Damage Evolution [J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 20(4): 400-407.

[16] Seppälä E T, Belak J, Rudd R E. Onset of Void Coalescence during Dynamic Fracture of Ductile Metals [J]. Phys Rev Lett, 2004, 93: 245503.

[17] Stauffer D. Intrduction to the Percolation Theory [M]. London: Taylor and Francis, 1985.

[18] Strachan A, Cagin Tahir, Goddard W A Ⅲ. Critical Behavior in Spallation Failure of Metals [J]. Phys Rev B, 2001, 63: 060103-1-4.

[19] Zhang L, Zhang Z G, Qing X Y, et al. Dynamic Fracture and Mechanical Property of D6A, 921 and 45 Steels under Low Shock Pressure [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2003, 17(4): 305-310. (in Chinese)
张 林, 张祖根, 秦晓云, 等. D6A、921、和 45 钢的动态破坏与低压冲击特性 [J]. 高压物理学报, 2003, 17(4): 305-310.

Percolation Description for the Early Stage of Void Coalescence during Dynamic Tensile Fracture in Ductile Materials

WANG Yong-Gang[1,2], HE Hong-Liang[1], WANG Li-Li[2], JING Fu-Qian[1]

(1. *Laboratory for Shock Wave and Detonation Physics Research, Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*;
2. *Mechanics and Materials Science Research Center, Ningbo University, Ningbo* 315211, *China*)

Abstract: Based on the frame of percolation theory, a new stress release function named as Percolation Release (PR) function has been proposed to describe the course of stress release during the early stage of void coalescence until the final or catastrophic fracture occurring. A clearly physical meaning is given for D_{c0}, the critical damage for the initiation of void coalescence, and D_f, the fracture critical damage. Coupled with damage function model proposed previously, PR function is applied to simulate the spall behaviors of OFHC copper and 45 steel as examples. Compared with the experimental measurements, numerical results indicate that the calculated stress profile and free surface velocity profile as well as the damage distribution in the materials being studied are consistent well with the experiments, and PR function has a good ability for describing the stress release just before the catastrophic fracture occurs.

Key words: percolation; stress release; damage evolution; tensile fracture