第 17 卷 第 4 期
2003 年 12 月

高 压 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF HIGH PRESSURE PHYSICS

Vol. 17, No. 4
Dec., 2003

文章编号：1000-5773(2003)04-0261-07

高速碰撞过程中应变硬化材料靶动态响应研究*

梁龙河，曹菊珍，李恩征

（北京应用物理与计算数学研究所，北京 100088）

摘要：给出了适用于可压缩、弹塑性、按幂次律应变硬化材料的动态柱形腔膨胀模型和侵彻模型，并编制了相应的计算程序。腔膨胀模型给出靶中应力分布情况，侵彻模型根据腔膨胀模型的有关结果来预估具有锥形头部的刚性弹丸侵彻半无限厚靶的最终侵彻深度以及贯穿薄靶时的弹丸剩余速度和弹道极限速度。给出了钨合金弹丸正碰 5083-H131 铝靶和钢弹丸正碰 6061-T651 铝靶的一些计算结果，计算结果与实验结果及二维拉氏弹塑性 LTZ-2D 程序的数值模拟结果符合得很好。

关键词：柱形腔膨胀；应变硬化材料；侵彻；贯穿

中图分类号：O385　　**文献标识码**：A

1 引 言

Bishop 等[1]于 1945 年及 Hill[2]于 1950 年推导了球形腔和圆柱形腔的准静态膨胀方程，并将方程的解用于估算头部为锥形的侵彻体上的载荷。后来，Goodier[3]于 1965 年提出了用于研究刚性球侵彻金属靶的模型。从 20 世纪 80 年代后期开始，柱形腔膨胀解被用于模拟对岩石[4]、混凝土[5]以及金属靶[6~9]的侵彻和穿透过程。

对侵彻问题的研究除了实验方法，常用的方法还有数值模拟方法，用于模拟的大型程序有 MEPH、EPIC、FCM、LTZ-2D 等。但这些大型计算程序，需要大型计算机系统和大量计算时间，而且因为要考虑材料的弹塑性效应就需要有较多的材料常数。而从腔膨胀理论得出的理论估算方法是一种简化模型，因此可以用微机进行处理，即快又方便，其结果也可以为完善大型计算程序提供参考数据。本研究参考文献[6,7]导出了应变硬化材料的动态柱形腔膨胀模型和侵彻模型，编制了相应的计算程序。给出了钨合金弹丸正碰 5083-H131 铝靶和马氏体时效钢弹丸正碰 6061-T651 铝靶的一些计算结果。将模型预估结果与终点弹道实验数据及二维拉氏 LTZ-2D 程序的数值模拟结果进行了比较。结果与实验结果及 LTZ-2D 程序的数值模拟结果符合得很好，从而验证了本研究方法的实用性。

2 可压材料的圆柱形腔膨胀模型

柱对称空腔的膨胀是从初始半径为零开始以常速度 V 进行的，这一膨胀过程将产生塑性和弹性响应区，如图 1 所示。塑性区的内外边界分别为 $r=Vt$ 和 $r=ct$，其中 r 为径向欧拉坐标，t 是时间，c 是弹塑性交界面的速度。类似地，弹性区的内外边界分别为 $r=ct$ 和 $r=c_d t$，其中，c_d 是弹性波速度。

为了方便问题的求解，引入相似变换：$\xi=r/(ct)$，并将变量进行如下无量纲化

$$S_r=\sigma_r/K,S_\theta=\sigma_\theta/K,T=Y/K,\bar{u}=u/(ct),U=v/c,\gamma=V/c,\lambda=c/c_p$$

* **收稿日期**：2003-02-08；**修回日期**：2003-07-15

基金项目：中国工程物理研究院基金(20020105；2002-4210501-09-03)

作者简介：梁龙河(1967—)，男，硕士，副研究员，主要研究方向：高速碰撞动力学、高温高压流体力学.

式中：$c_p^2=K/\rho_0$；K 为体积模量；Y 为单轴抗压强度；σ_r 和 σ_θ 分别为径向和切向 Cauchy 应力分量；u 为位移；v 为粒子速度；ρ_0 为靶材料初始密度。

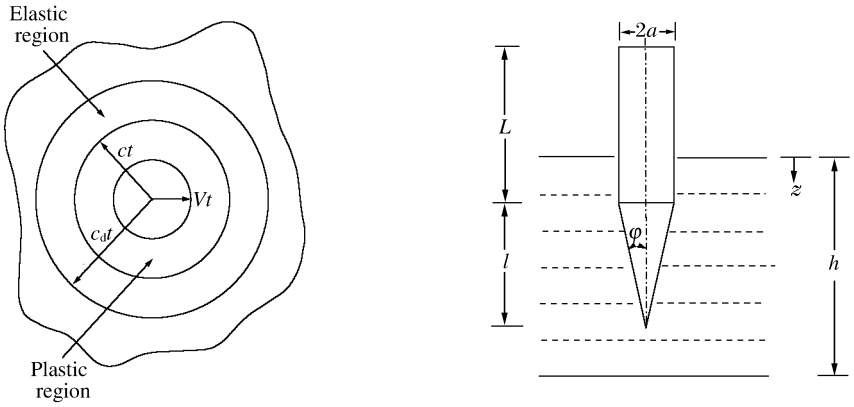

图 1 响应区及问题的几何结构

Fig. 1 Response regions and geometry of the problem

令：$\zeta=c/c_d$，其中 $c_d^2=E(1-\nu)/[\rho_0(1+\nu)(1-2\nu)]$，$E$ 为杨氏模量，ν 为泊松比。同时引进将欧拉坐标系统转换为拉氏坐标系统的新变量 $\omega=\xi-\bar{u}$。

2.1 弹性区的解

对于 Mises 屈服判据，可得弹性区 $1\leqslant\xi<1/\zeta$ 内的径向应力、粒子速度和位移的解为

$$S_r(\xi)=\frac{T\zeta^2}{\sqrt{3}(1-\zeta^2)^{1/2}}\left\{\frac{(1-\zeta^2\xi^2)^{1/2}}{\zeta^2\xi^2}+\frac{1}{1-2\nu}\ln\left[\frac{1+(1-\zeta^2\xi^2)^{1/2}}{\zeta\xi}\right]\right\} \tag{1}$$

$$U=\frac{2T(1+\nu)}{3\sqrt{3}(1-2\nu)(1-\zeta^2)^{1/2}}\frac{(1-\zeta^2\xi^2)^{1/2}}{\xi} \tag{2}$$

在弹塑性界面处，令：$(S_r)_1=S_r(\xi=1)$，$U_1=U(\xi=1)$，有

$$(S_r)_1=\frac{T}{\sqrt{3}}\left\{1+\frac{\zeta^2}{(1-2\nu)(1-\zeta^2)^{1/2}}\ln\left[\frac{1+(1-\zeta^2)^{1/2}}{\zeta}\right]\right\},U_1=\frac{2T(1+\nu)}{3\sqrt{3}(1-2\nu)} \tag{3}$$

2.2 塑性区的解

参照文献[6]中的做法，从守恒方程

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=-\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}\right)$$

$$\rho_0\frac{\partial}{\partial r}[(r-u)^2]=2\rho r$$

和幂次律应力-应变关系

$$\sigma=E\varepsilon \qquad \sigma\leqslant Y$$

$$\sigma=Y(E\varepsilon/Y)^n \qquad \sigma>Y$$

出发，利用对数应变的定义及平面应变假设条件，便可给出可压缩材料的柱形腔膨胀模型。上式中：ε 为对数应变；n 为应变硬化指数。

引入如下的变量替换关系

$$y_1(\xi)=S_r(\xi),y_2(\xi)=S_\theta(\xi),y_3(\xi)=\omega(\xi),y_4(\xi)=\mathrm{d}\omega(\xi)/\mathrm{d}\xi=\omega'(\xi) \tag{4}$$

可给出如下向量形式的适合于数值积分的常微分方程组

$$\frac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}\xi}=Q_1+Q_2\frac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}\xi} \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}\xi}=\frac{-H_2+\sqrt{H_2^2-4H_1H_3}}{2H_1} \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}y_3}{\mathrm{d}\xi}=y_4 \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}y_4}{\mathrm{d}\xi}=y_4\left[\frac{1}{\xi}-\frac{y_4}{y_3}+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}\xi}+\frac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}\xi}\right)\right] \tag{8}$$

其中 Q_1、Q_2、H_1、H_2、H_3 的表达式为

$$Q_1=\frac{1}{\xi}\left[\frac{\lambda^2y_3^3}{\xi y_4}-\lambda^2y_3^2-(y_1-y_2)\right]\Big/\left(1-\frac{\lambda^2y_3^3}{2\xi y_4}\right)$$

$$Q_2=\frac{\lambda^2y_3^3}{2\xi y_4}\Big/\left(1-\frac{\lambda^2y_3^3}{2\xi y_4}\right)$$

$$H_1=W_2^2-W_4^2+W_6W_8$$

$$H_2=2(W_1W_2-W_3W_4)+W_6W_7+W_5W_8$$

$$H_3=W_1^2-W_3^2+W_5W_7$$

而 $W_1\sim W_8$ 的定义为

$$W_1=\frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{\bar{E}_{\mathrm{p}}(y)}\right)Q_1,\qquad W_2=\frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{\bar{E}_{\mathrm{p}}(y)}\right)(Q_2-1),$$

$$W_3=3(1-2\nu)\left(\frac{1}{\xi}-\frac{y_4}{y_3}\right)+\frac{1}{2}(2-7\nu)Q_1,\quad W_4=\frac{1}{2}[(2-7\nu)Q_2+(4-5\nu)],$$

$$W_5=\frac{3}{2}(1-2\nu)Q_1,\qquad W_6=\frac{3}{2}(1-2\nu)(Q_2+1),$$

$$W_7=3(1-2\nu)\left(\frac{1}{\xi}-\frac{y_4}{y_3}\right)+\frac{1}{2}(1-5\nu)Q_1,\quad W_8=\frac{1}{2}[(1-5\nu)Q_2+3(1-\nu)]$$

式中:$\bar{E}_{\mathrm{p}}(y)=n[(y_1-y_2)/T]^{-(1-n)/n}$,$n$ 为材料的应变硬化指数。

求解塑性区的边界条件为:在空腔表面处,有

$$y_3(\xi=\gamma)=0$$

在弹-塑性区交界面处,有

$$y_1(\xi=1)=(S_r)_2=(S_r)_1+\frac{(1-2\nu)\lambda^2[(S_r)_1-T/\sqrt{3}\ ]}{3(1-\lambda^2)}$$

$$y_2(\xi=1)=(S_\theta)_2=(S_r)_1-\frac{2T}{\sqrt{3}}+\frac{(1-2\nu)\lambda^2[(S_r)_1-T/\sqrt{3}\ ]}{3(1-\lambda^2)}$$

$$y_3(\xi=1)=\omega(\xi=1)=\left[\frac{\rho_2}{\rho_0}(1-U_2)\right]^{1/2}$$

$$y_4(\xi=1)=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\xi}(\xi=1)=\left[\frac{\rho_2}{\rho_0(1-U_2)}\right]^{1/2}$$

其中

$$U_2=U_1+\frac{(1-2\nu)\lambda^2[(S_r)_1-T/\sqrt{3}\ ]}{3(1-\lambda^2)}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_0}=\frac{3(1-\lambda^2)}{3(1-\lambda^2)-[(S_r)_1-T/\sqrt{3}\ ][3-2(1+\nu)\lambda^2]}$$

$(S_r)_1=S_r(\xi=1)$,$U_1=U(\xi=1)$由(3)式给出。

3　侵彻模型

头部为锥形体的刚性长杆弹丸以初速 V_{i} 正碰均质靶并以刚体速度 V_z 向前侵彻靶板,如图 1 所示。

柱形腔膨胀近似将靶体理想化为由许多垂直于侵彻方向的独立的薄层组成，在分析的过程中将问题简化为一维径向运动。顶角为 2φ 的锥形弹头沿径向扩展一层靶板材料，并以初始半径为零开始以径向速度 V 开辟孔腔，其中 $V=V_z\tan\varphi$。

用如下形式的表达式对空腔表面处的径向应力进行曲线拟合

$$S_C=\frac{\sigma_r(\xi=\gamma)}{Y}=A_C+B_C\left(\frac{\rho_0}{Y}\right)V^2 \tag{9}$$

参照文献[7,10]，我们导出了计算侵彻过程中锥形弹头处的轴向力 F_z 为

$$F_z=\pi a^2Y(1+\mu/\tan\varphi)\left[A_C+B_C\left(\frac{\rho_0}{Y}\right)\tan^2\varphi V_z^2\right] \tag{10}$$

将(10)式代入

$$V_z\frac{\mathrm{d}V_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}V_z}{\mathrm{d}z}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=\frac{F}{m}$$

作适当积分，可导出相应的弹道极限 V_{bl}、剩余速度 V_r 以及侵彻深度 P_z 的表达式分别为

$$V_{bl}=\left[\left(\frac{Y}{\rho_0}\right)\left(\frac{A_Cl^2}{B_Ca^2}\right)\right]^{1/2}\left\{\exp\left[\frac{2\pi ha^4\rho_0B_C}{ml^2}(1+\mu l/a)\right]-1\right\}^{1/2} \tag{11}$$

$$V_r=(V_i^2-V_{bl}^2)^{1/2}\exp\left[-\frac{\pi ha^4\rho_0B_C}{ml^2}(1+\mu l/a)\right] \tag{12}$$

$$P_z=\frac{ml^2}{2\pi a^4\rho_0B_C(1+\mu l/a)}\ln\left[1+\frac{B_Ca^2}{A_Cl^2}\frac{\rho_0}{Y}V_i^2\right] \tag{13}$$

式中：a、φ、h 和 l 的定义见图 1；μ 为滑移面的摩擦系数；m 为弹丸的质量。

4 数值计算及结果

4.1 钨弹丸侵彻 5083-H131 铝板

前面说过，侵彻模型需要知道空腔表面处的径向应力与腔膨胀速度之间的变化关系。因此，在图 2 中画出了计算得到的径向应力变化曲线。为了简化侵彻模型的计算，将腔膨胀模型给出的空腔表面处的径向应力用公式(9)进行拟合，最好的拟合曲线为取 $A_C=4.09$ 和 $B_C=2.61$，其拟合曲线也在图 2 中。A_C 和 B_C 确定以后，研究了质量 0.026 kg 的 94%钨合金弹丸以不同碰速侵彻 5083-H131 铝装甲板的情况。钨合金弹丸的几何尺寸为：$L=20.70$ mm，$l=14.83$ mm，$2a=8.31$ mm。所使用的 5083-H131 铝装甲的材料常数分别为：$\rho_0=2660$ kg/m^3，$E=70.3$ GPa，$Y=276$ MPa，$\nu=1/3$。

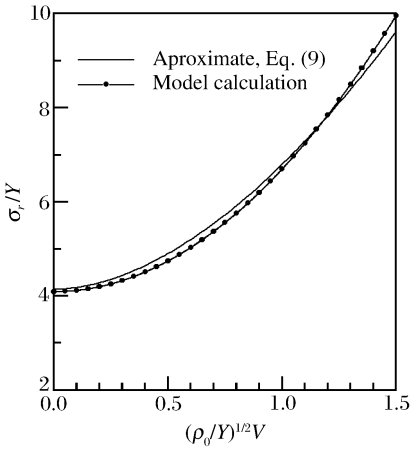

图 2 5083-H131 铝材料腔表面处径向应力随腔膨胀速度的变化及拟合曲线

Fig. 2 Radial stress at the cavity surface versus cavity expansion velocity for 5083-H131 aluminum

图 3 中给出了 $(\rho_0/Y)^{1/2}V=0.79$ ($V=254.5$ m/s)情况下腔膨胀模型给出的径向应力剖面。图 4 中比较了 12.7 mm、50.8 mm 和 76.2 mm 三种靶厚情况下，$\mu=0.0$ 和 0.02 时剩余速度的预估结果及实验测量结果[7]。对所有三种靶板厚度，模型预估结果和实验测量结果符合得很好。

图 5 中比较了预估和实测的弹道极限速度与靶板厚度之间的关系，由图可见，两结果符合得很好。图 6 中给出了模型预估的侵彻半无限厚靶板时的侵彻深度 P_z 随碰撞速度 V_i 的变化曲线。为了比较，图 6 中也给出了几个不同速度时弹丸对薄靶的极限穿深的实验结果，由图中看出，预估结果小于极限穿

深实验结果,这是合理的。

4.2　钢弹丸侵彻 6061-T651 铝板

研究了质量分别为 0.024 kg 和 2.96 kg 的马氏体时效钢弹丸以不同碰速侵彻半无限厚 6061-T651 铝装甲板的情况,并将计算结果与相应的实验结果[9]或二维拉氏弹塑性数值模拟结果进行了对比,结果符合较好。研究中所使用的 6061-T651 铝装甲板的材料常数分别为:$\rho_0=2710\ \mathrm{kg/m^3}$,$E=68.95$ GPa,$Y=400$ MPa,$\nu=1/3$。0.024 kg 弹丸尺寸为:$L=71.10$ mm,$l=10.70$ mm,$2a=7.10$ mm。2.96 kg 弹丸尺寸为:$L=60$ cm,$l=13$ cm,$2a=10$ cm。

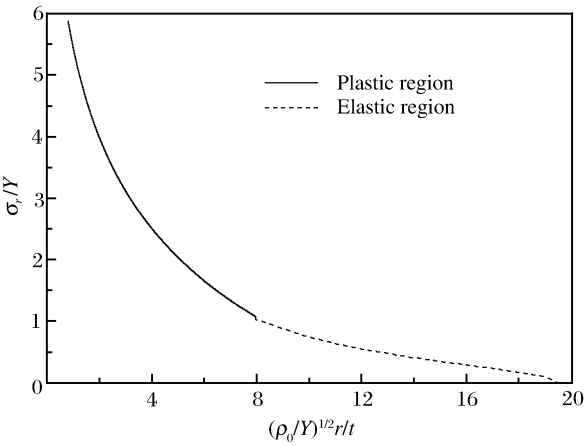

图 3　$(\rho_0/Y)^{1/2}V=0.79$ 时 5083-H131 铝材料中的径向应力剖面

Fig. 3　Radial stress profiles for 5083-H131 aluminum for $(\rho_0/Y)^{1/2}V=0.79$

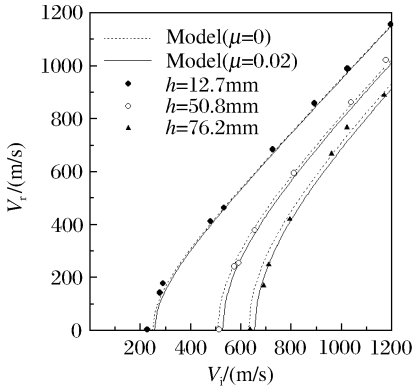

图 4　对不同厚度 5083-H131 铝靶预估和实测的剩余速度的比较

Fig. 4　Comparison of predicted and measured residual velocity for 5083-H131 aluminum target

图 7 给出了由腔膨胀模型给出的该种 6061-T651 铝装甲材料的腔表面处的径向应力结果及用公式(9)拟合的曲线。图 7 中取拟合参数分别为 $A_C=3.128$ 和 $B_C=2.454$。A_C 和 B_C 的选择应以尽可能使拟合曲线整体上接近腔表面处的应力结果为原则。图 8 中给出了模型预估的 0.024 kg 弹丸侵彻半无限厚靶板时的侵彻深度 P_z 随碰撞速度 V_i 的变化曲线。为了比较,图 8 中同时也给出了文献[10]中的实验结果和计算结果。需要指出的是,文献[10]中所使用的应力拟合参数分别为 $A_C=2.758$ 和 $B_C=1.837$。由图 8 可见,本研究的计算结果比文献[10]给出的计算结果更好地逼近了实验结果。图 9 中给出了模型预估和由二维拉氏弹塑性程序 LTZ-2D 数值模拟的 2.96 kg 钢弹丸侵彻半无限厚靶板时的侵彻深度 P_z 随碰撞速度 V_i 的变化曲线,可以看出,两结果相一致。

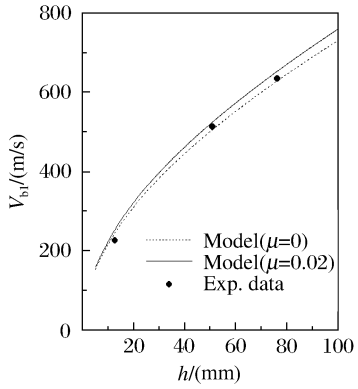

图 5　预估和实测的弹道极限速度与 5083-H131 铝靶厚度的关系

Fig. 5　Comparison of predicted and measured ballistic-limit velocity for 5083-H131 aluminum target

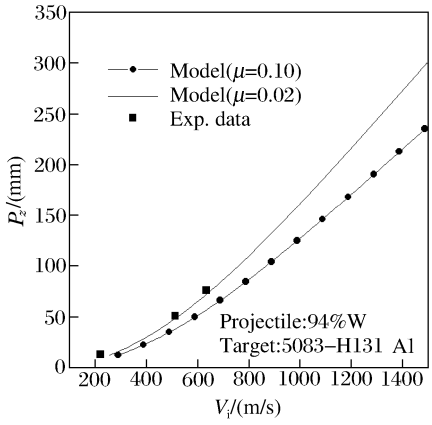

图 6 预估和实验测量的钨弹丸对 5083-H131 铝装甲板的穿深随碰速的变化

Fig. 6 Depth predictions and measurements versus impact velocity for a W projectile penetrating into the 5083-H131 aluminum target

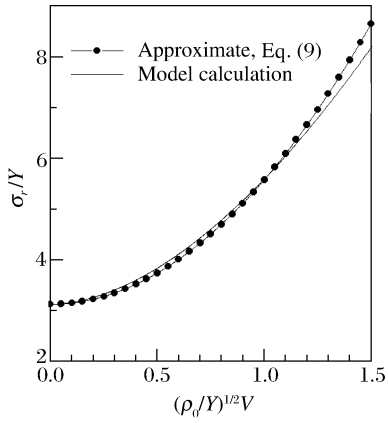

图 7 6061-T651 铝材料腔表面处径向应力随腔膨胀速度变化及其拟合曲线

Fig. 7 Radial stress at the cavity surface versus cavity expansion velocity for 6061-T651 aluminum

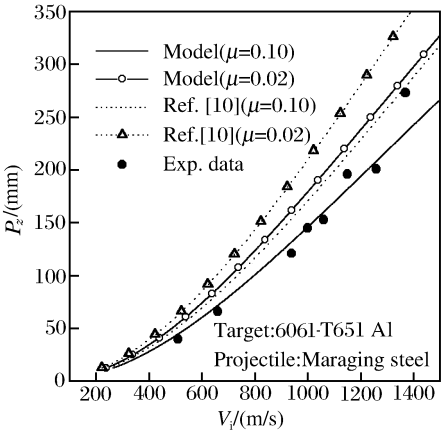

图 8 预估和实测的 24 g 钢弹对 6061-T651 铝装甲板的穿深随碰速的变化

Fig. 8 Depth predictions and measurements versus impact velocity for a 24 g steel projectile penetrating into the 6061-T651 aluminum target

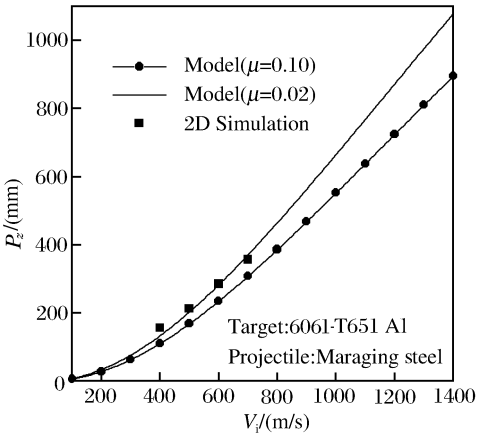

图 9 预估和二维 LTZ-2D 程序数值模拟的 2.96 kg 钢弹对 6061-T651 铝装甲板的穿深随碰速的变化

Fig. 9 Depth predictions and 2-D simulations versus impact velocity for a 2.96 kg steel projectile penetrating into the 6061-T651 aluminum target

5 结 论

本研究给出了一种适用于可压缩、弹塑性的、与速率无关且按幂次律应变硬化材料的动态柱形腔膨胀和侵彻模型，并编制了相应的计算程序。应用该程序对不同质量的头部为锥形的刚性长杆形钨合金弹丸正碰 5083-H131 铝靶和钢弹丸正碰 6061-T651 铝靶问题进行了研究，给出了靶中应力沿径向的分布、对半无限厚靶的侵彻深度以及弹丸贯穿薄靶时的剩余速度和弹道极限速度等结果。由图 4、图 5、图 6、图 8 和图 9 中的比较可知，本研究的计算结果与相应的终点弹道实验结果和二维拉氏 LTZ-2D 程序的数值模拟结果相一致。因此，本研究方法用于预估刚性或高强度弹丸侵彻应变硬化材料靶的最大侵彻深度、剩余速度等相关数据是可信的、也是很实用的。

References:

[1] Bishop R F, Hill R, Mott N F. The Theory of Indentation and Hardness Tests [A]. The Proceedings of the Physical Society [C]. 1945, 57(3): 47－59.

[2] Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity [M]. London: Oxford University Press, 1950.

[3] Goodier J N. On the Mechanics of Indentation and Cratering in Solid Targets of Strain-Hardening Metal by Impact of Hard and Soft Spheres [A]. Proceedings of the 7th Symposium on Hypervelocity Impact, (Ⅲ) [C]. New York: AIAA, 1965. 215－259.

[4] Forrestal M J. Penetration into Dry Porous Rock [J]. Int J Solids Struct, 1986, 2(12): 1485－1500.

[5] Luk V K, Forrestal M J. Penetration into Semi-Infinite Reinforced-Concrete Targets With Spherical and Ogival Nose Projectiles [J]. Int J Impact Eng, 1987, 6(4): 291－301.

[6] Luk V K, Forrestal M J, Amos D E. Dynamic Spherical Cavity Expansion of Strain-Hardening Materials [J]. ASME JAppl Mech, 1991, 58: 1－6.

[7] Forrestal M J, Luk V K, Brar N S. Perforation of Aluminum Armor Plates with Conical-Nose Projectiles [J]. Mech Mater, 1990, 10(1-2): 97－105.

[8] Rosenberg Z, Forrestal M J. Perforation of Aluminum Plates with Conical-Nosed Rods-Additional Data and Discussion [J]. ASME J Appl Mech, 1988, 55: 236－238.

[9] Forrestal M J, Luk V K. Dynamic Spherical Cavity-Expansion in a Compressible Elastic-Plastic Solid [J]. ASME J Appl Mech, 1988, 55: 275－2279.

[10] Forrestal M J, Okajima K, Luk V K. Penetration of 6061-T651 Aluminum Targets with Rigid Long Rods [J]. ASME J Appl Mech, 1988, 55: 755－760.

Study of the Dynamic Response of Strain-Hardening Target in High-Velocity Impact

LIANG Long-He, CAO Ju-Zhen, LI En-Zheng

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing* 100088, *China*)

Abstract: A dynamic cylindrical cavity expansion penetration model for compressible, elastic-plastic, rate-independent materials with power-law strain-hardening was presented. A fortran code using this model was written. We used the code to calculate the stress distribution in the target. We also used the code to predict residal velocities and ballistic limits for rigid, conical-nose projectile perforating strain-hardening target plates, and to predict the penetration depth for the same projectile penetrating into strain-hardening targets with semi-infinite thickness. We compared the model predictions of residal velocities and ballistic limits with the data from experiments with 0.026 kg tungsten projectiles impacting normally 5083-H131 aluminum armor plates. We also compared the predicted penetration depths with the experimental data or the 2-D numerically simulated results by LTZ-2D code for the 0.024 kg and the 2.96 kg maraging steel projectiles impacting normally semi-infinite 6061-T651 aluminum armor targets. Good agreements were obtained in both comparisons.

Key words: cylindrical cavity expansion; strain-hardening materials; penetration; perforation