

文章编号: 1000-5773(2001)04-0249-05

电弧等离子体一维非定常数值模拟

刘东尧, 周彦煌

(南京理工大学弹道研究所, 801 室, 江苏南京 210094)

摘要: 通过对毛细管内等离子体工作过程的分析给出了电弧等离子体的一维非定常数学模型, 以热力学参量描述了非理想条件下等离子体的状态方程和电导率计算方法。利用差分法求解该数学方程组, 给出了毛细管内电弧等离子体特征参量在毛细管内沿轴向随时间的变化规律。对数值模拟结果作相应的分析, 并将部分模拟结果与实验数据作了比较。

关键词: 电热发射; 等离子体; 数值模拟

中图分类号: TJ012.1; O53 **文献标识码:** A

1 引言

电热发射过程中, 毛细管内电弧等离子体的生成和流动是一个典型的轴对称二维非定常问题。目前的理论研究通常结合实验研究条件进行必要的简化假设, 以得到便于数值处理的数学模型。作者曾利用零维不定常模型描述了毛细管内等离子体电压、电流和压力等集总参量的变化规律^[1]。Loeb A 等在假定脉冲功率源定常放电、等离子体准定常流动且轴向温度梯度为零的条件下, 给出了一维稳态模型^[2]。在考虑了等离子体的非定常运动特性时, 可以推导出非定常流动模型^[3,4]。为了使数学模型构成封闭解, 必须确定等离子体的状态方程及其电导率, 国外有关文献给出了几种描述等离子体状态方程及其电导率的方法^[3,5]。

根据我们的实验条件和研究结果^[6], 在参考国内外文献的基础上建立了等离子体的一维非定常数学模型, 选择合理的等离子体状态方程和电导率的描述方法, 确定等离子体状态参量的分布规律并将计算结果与实验作了比较。

2 数学模型

2.1 基本假设和守恒方程

根据毛细管的结构和等离子体的生成及流动过程^[1]可知, 在轴对称二维非定常流动的毛细管中, 等离子体的轴向流动表现为等离子体向喷嘴方向流动并从喷嘴流出, 而径向流动表现为烧蚀掉的毛细管壁面材料进入等离子体主流。对于长径比一般大于 10 的毛细管, 等离子体沿轴向的流动远大于径向。因此可作如下简化假设: (1) 毛细管内等离子体的流动是一维的, 沿轴向任一截面上等离子体的特征量相等; (2) 等离子体由毛细管壁面聚乙烯材料的烧蚀、电离产生的碳、氢原子和离子组成, 碳原子最多被二次电离; (3) 等离子体的热辐射损失以烧蚀掉材料的热焓形式返回等离子体毛细管内; (4) 忽略等离子体的粘性、电磁作用力、质量力等

收稿日期: 2001-02-01; 修回日期: 2001-04-23

基金项目: 国家自然科学基金(10072029)

作者简介: 刘东尧(1969—), 男, 博士。

次要因素的影响;(5) 忽略等离子体的轴向热传导,将等离子体视为灰体。

在以上假设条件的基础上,对二维守恒方程流动参量取径向平均,可以得到毛细管内等离子体一维流动守恒方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} = \rho_a \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho(e + u^2/2)] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho u(h + u^2/2)] = \frac{j^2}{\sigma} \quad (3)$$

上述方程中 ρ 、 p 、 u 和 e 分别为等离子体的密度、压力、速度和比内能; j 和 σ 分别为电流密度和电导率; h 为等离子体的比焓;由能量守恒原理可以得到壁面材料的烧蚀速率 $\rho_a = 2\delta\sigma_B T^4 / [r_b(e + p/\rho)]$ 。

2.2 状态方程和辅助关系式^[3,5]

2.2.1 状态方程

由热力学理论和假设(2)可以写出以粒子密度和热力学温度表示的等离子体混合物的状态方程

$$p = n_C(1 + x_{1C} + 2x_{2C})kT + n_H(1 + x_{1H})kT \quad (4)$$

式中: n_C 和 n_H 分别表示单位体积中碳和氢的重粒子的摩尔数,对于由聚乙烯产生的等离子体有 $n_H = 2n_C$, $n_C = \rho / (m_C + m_H)$,其中 m_C 和 m_H 分别为碳和氢的相对原子质量; $x_{j\alpha}$ 表示元素 α 第 j 次电离产生的离子的相对密度,可以由 Saha 方程给出

$$x_{j\alpha} = K_{j\alpha} x_{j-1,\alpha} \quad (5)$$

$$K_{j\alpha} = \frac{2}{n_e} \frac{u_{j\alpha}}{u_{j-1,\alpha}} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h_p^2} \right)^{3/2} \cdot \exp \left[- \frac{I_{j\alpha} - \Delta I_{j\alpha}}{kT} \right] \quad (6)$$

$$u_{j\alpha} = \sum_i g_{jai} \exp \left(- \frac{W_{jai}}{kT} \right) \quad (7)$$

式中: $u_{j\alpha}$ 为相应的电子配分函数; m_e 和 n_e 分别为电子的质量和密度; h_p 为普朗克常数; $I_{j\alpha}$ 为元素 α 第 j 次电离的电离势, $\Delta I_{j\alpha}$ 为等离子体非理想效应引起的电离势的降低; W_{jai} 为元素 α 的 j 种离子的第 i 个电子状态的能级, g_{jai} 是相应能级的简并度。由等离子体混合物的电荷守恒效应有 $n_e = n_{1H} + n_{1C} + 2n_{2C}$ 。

2.2.2 内能关系式

在考虑聚乙烯材料的烧蚀、电离等因素后,可以写出如下的等离子体比内能和温度的关系式

$$e = \rho^{-1} \left\{ \frac{3}{2} kT \sum_{\alpha} n_{\alpha} (1 + x_{1\alpha} + 2x_{2\alpha}) + \sum_{\alpha} [(I_{1\alpha} - \Delta I_{1\alpha}) n_{\alpha} x_{1\alpha} + (I_{1\alpha} - \Delta I_{1\alpha} + I_{2\alpha} - \Delta I_{2\alpha}) n_{\alpha} x_{2\alpha} + n_{\alpha} (1 + x_{1\alpha} + 2x_{2\alpha}) W_{0\alpha} + n_{\alpha} x_{1\alpha} W_{1\alpha} + n_{\alpha} x_{2\alpha} W_{2\alpha}] \right\} + e_V + e_D \quad (8)$$

式中: e_V 和 e_D 分别是等离子体混合物的比汽化能和比裂解能, $W_{j\alpha}$ 是元素 α 的第 j 种离子的电子激活能, $W_{j\alpha} = -kT^2 \partial(\ln u_{j\alpha}) / \partial T$ 。

2.2.3 等离子体电导率

由电导率的定义并考虑电子和中性粒子的碰撞对电导率的影响可得

$$\sigma = n_e Q_e^2 / [m_e (\nu_{ei} + \nu_{en})] \quad (9)$$

式中: ν_{ei} 和 ν_{en} 分别表示电子-离子和电子-中子的碰撞频率; Q_e 为电子的电量。考虑等离子体的非理想效应,采用修正的库仑对数可以得到

$$\nu_{ei} = 38 Z n_e Q_e^2 \ln(1 + 1.4 \Lambda_m^2)^{1/2} / (\gamma_e m_e T^{3/2}) \quad (10)$$

式中: Z 为离子的有效电荷数,对于二次电离度远小于一次电离度的聚乙烯等离子体 $Z \approx 1$; γ_e 是考虑电子与电子碰撞引入的修正系数,在 $Z \approx 1$ 的条件下, $\gamma_e = 0.58$;

$$\Lambda_m = \frac{12\pi\epsilon_0 kT}{Z Q_e^2} \left[\frac{\epsilon_0 kT}{n_e Q_e^2} + \left(\frac{3}{4\pi n_+} \right)^{2/3} \right]^{1/2} \quad (11)$$

式中: ϵ_0 为真空介电常数; n_+ 表示正离子的密度, $n_+ = n_C(x_{1C} + x_{2C}) + n_H x_{1H}$ 。

电子-中性粒子的碰撞频率包括电子与碳和氢原子的碰撞,在忽略电子的截面积时,可以写出以中性粒子截面积表示的碰撞频率

$$\nu_{en} = v_e [(1 - x_{1C} - x_{2C}) n_C A_C + (1 - x_{1H}) n_H A_H] \quad (12)$$

式中: A_C 和 A_H 分别表示碳原子和氢原子的碰撞截面积,可分别由原子的玻尔半径求出, $A_C = 30\pi a_0^2$, $A_H = 17\pi a_0^2$, 其中玻尔半径 a_0 约为 $5.29 \times 10^{-11} \text{m}$, v_e 表示电子的平均运动速度, $v_e = [8kT/(\pi m_e)]^{1/2}$ 。

2.2.4 电流密度的求解

在已知等离子体电导率的前提下,通过建立放电回路的电压平衡方程可以求解出电流密度

$$(R + R_s) i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_c \quad (13)$$

式中: R 为等离子体电阻; R_s 为放电回路杂散,通常认为是常量; L 、 C 分别是回路电感和电容; U_c 为储能电容器组充电电压值。

3 数值模拟及结果分析

上述守恒方程组和辅助方程构成了描述等离子体一维流动过程中各参量变化的封闭方程组。给定初始条件和边界条件,可求解该方程组。

3.1 初始条件和边界条件

放电初期毛细管内有较为复杂的金属引爆丝的电爆炸过程,但时间相对放电过程很短,其阻抗特性对全部放电过程影响很小。因此以金属丝完全汽化后毛细管内的参量值作为计算的初始条件,即 $t = 0$ 时, $\rho = \rho_0$, $u = 0$, $T = T_0$ 。

不计电极的烧蚀效应时,毛细管封闭端格点可采用镜面反射法计算。阴极喷嘴处有剪切膜片,膜片破孔后认为等离子体在喷嘴处形成临界流,可以采用外插法或局部特征线法求解边界格点的参量。

3.2 模拟结果与分析

为验证数学模型的可靠性,参照脉冲功率源电压为 5000V 的实验研究条件^[6],进行了数值模拟。图 1~图 4 分别给出了毛细管内等离子体部分参量的变化趋势。

由图可见等离子体的密度和温度值沿轴向基本上保持相等,温度在靠近喷嘴处有一定的梯度,这说明某些理论研究所作的等温假设是一个不坏的近似。等离子体的速度沿毛细管底部到喷嘴呈线性分布,封闭端为零,喷嘴处以当地音速流动。等离子体压力从毛细管底部最大值沿轴向加速下降。

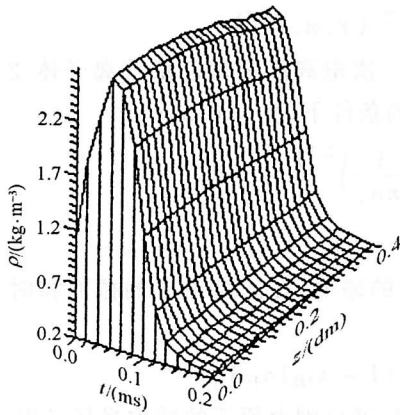


图1 密度分布曲线

Fig.1 Density distribution curves

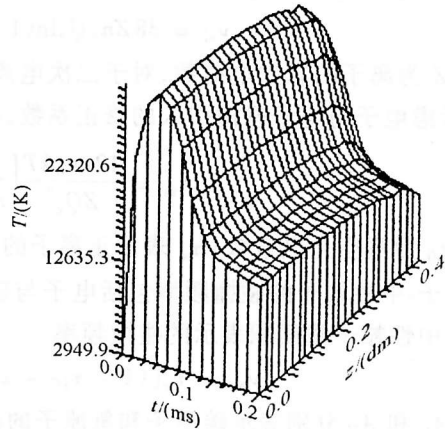


图2 温度分布曲线

Fig.2 Temperature distribution curves

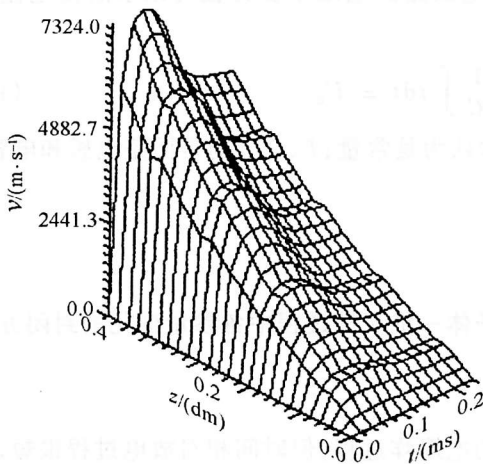


图3 速度分布曲线

Fig.3 Velocity distribution curves

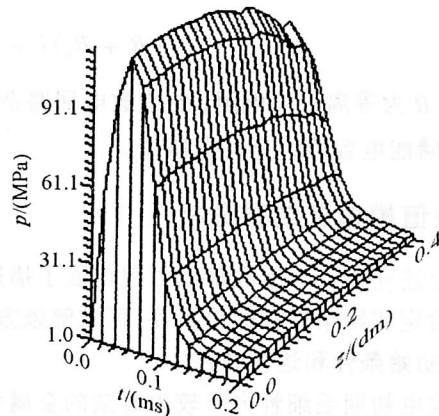


图4 压力分布曲线

Fig.4 Pressure distribution curves

图5和图6分别给出了毛细管内电流和等离子体电阻的计算结果与实验结果的比较。由图可见,对等离子体电参量的描述基本上与实验结果相一致;等离子体电阻的计算值和实验值存在一定的差异,这是由于实验测试得到的毛细管电压降并不完全等于等离子体电压降。在 $t > 0.1\text{ms}$ 时,随着放电的结束等离子体温度降低,部分等离子体复合成中性粒子,电子与中性粒子的碰撞频率急剧上升;由式(9)知等离子体电导率降低,因而其电阻值迅速变大。图5中

$t = 0.12\text{ms}$ 附近电流计算值与实验值的差异可能是由于本模型低温段解出的等离子体电阻值偏大;此外,由于实验中放电后期等离子体受到电极烧蚀产生的铜污染,其实际阻抗要降低。因此,作者认为模型中对等离子体电导率的修正方法有一定的温度适应范围并且应考虑电极烧蚀对等离子体电导率的影响。

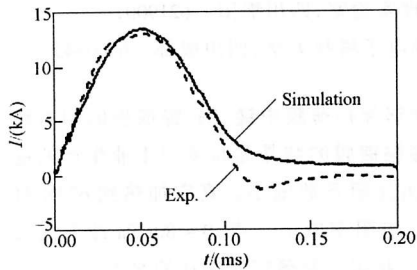


图5 电流计算值和实验值

Fig.5 Simulation and experiment currents

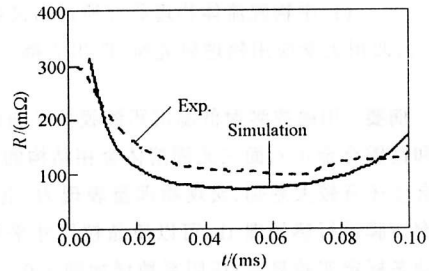


图6 等离子体电阻计算值和实验值

Fig.6 Simulation and experiment resistance

参考文献:

- [1] 刘东尧,周彦煌,余永刚. 放电毛细管等离子体模拟研究 [J]. 高压物理学报, 1999, 13(3): 205-210.
- [2] Loeb A, Kaplan Z. A Theoretical Model for the Physical Processes in the Confined High-Pressure Discharges of Electrothermal Launchers [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1989, 25(1): 342-346.
- [3] Powell J D, Zielinski A E. Theory and Experiment for an Ablating-Capillary Discharge and Application to Electrothermal Gun [R]. AD-A251467, 1992.
- [4] Zoler D, Cuperman S. A Time-Dependent Model for High-Pressure Discharges in Narrow Ablative Capillaries [J]. Journal of Plasma Physics, 1993, 50(1): 51-70.
- [5] Mohanti R B, Gilligan J G. Electrical Conductivity and Thermodynamic Functions of Weakly Nonideal Plasma [J]. Journal of Application Physics, 1990, 68(10): 5044-5051.
- [6] 刘东尧,周彦煌,余永刚. 毛细管等离子体阻抗特性实验研究 [J]. 弹道学报. 1999, (2): 74-77.

ONE-DIMENSIONAL NUMERICAL SIMULATION OF DISCHARGE PLASMA

LIU Dong-yao, ZHOU Yan-huang

(Ballistics Research Laboratory of NUST, Nanjing 210094, China)

Abstract: An one-dimension time-dependent model of discharge plasma is presented in this paper by the analyzing of plasma behaviors in capillary. The state of equation and the electrical conductivity of non-ideal plasma are described in terms of thermodynamic characters. These coupled equations are solved by successive difference. The axial distributions along with time dependence of plasma characters in capillary are presented. The simulation results are compared and analyzed with experiment.

Key words: electrothermal launching; plasma; simulation