

低温服役环境下混凝土的本构模型及其在侵彻仿真中的应用*

于宝翔, 宁建国, 许香照

(北京理工大学爆炸科学与安全防护全国重点实验室, 北京 100081)

摘要: 极地资源开发与高纬度寒区工程中, 混凝土结构常面临低温环境与动态载荷的耦合作用。为准确探究此类复杂工况下混凝土的力学响应, 首先开展了 20~-20°C 温度范围内的分离式霍普金森压杆 (Split Hopkinson Pressure Bar, SHPB) 冲击试验, 揭示了不同温度及应变率下混凝土的动态力学特性。基于试验发现的温度与应变率效应, 在现有动态损伤理论的基础上, 通过引入温度系数对损伤演化方程进行修正, 并结合状态方程和 RHT 屈服准则, 改进得到考虑低温效应的混凝土动态损伤本构模型。进一步, 利用 Fortran 语言编写 VUMAT (Vectorized User Material) 子程序, 实现了该改进模型的数值化。通过对比 SHPB 冲击仿真的波形图和开裂形貌图, 验证了二次开发模型在常低温冲击工况的准确性, 并将其用于侵彻仿真领域, 开展了弹体侵彻低温混凝土靶体的仿真分析。研究成果可为寒区防护工程的抗冲击设计与安全性评估提供理论依据与数值计算支撑。

关键词: 混凝土; 动态加载; 低温; 本构模型; 侵彻; 损伤

中图分类号: O347.3; TU528.01

文献标识码: A

混凝土作为全球应用最广泛的建筑材料, 凭借其高强度、优良的耐久性及成本优势, 已成为现代防护工程与基础设施建设的核心材料^[1-2]。随着“冰上丝绸之路”建设的深入推进及极地资源战略地位的凸显, 寒冷地区的混凝土建筑长期处于低温状态^[3]。对于防护工程、跨海桥梁和机场跑道等设施, 其不仅面临长期低温, 往往还会受到弹体撞击、爆炸冲击等极端动态载荷的威胁^[4-5]。在这些极端工况下, 环境低温引发的材料微观结构改变与高应变率载荷产生的动态效应, 都会使混凝土的力学行为发生显著改变^[6-7]。因此, 开展低温下混凝土动态响应试验并构建准确的本构模型, 对于保障极端环境下防护工程的安全性具有一定的学术价值与工程意义。

环境温度降低对混凝土力学性能的影响主要通过改变其内部水分状态实现^[8]。当温度降至冰点以下时, 多孔介质内的自由水逐步发生水-冰相变, 形成的冰晶填充了材料内部的原始孔隙与微裂纹。Liu 等^[9]研究指出, 混凝土的准静态抗压强度随温度降低而增加, 其强化主要归因于材料内部微观结构的变化和孔隙水形成的冰。Jiang 等^[10]通过理论和准静态加载试验得出, 温度越低、含水率越高, 则强度越高。Yang 等^[11]揭示了极低温环境下水泥基材料孔隙结构对损伤行为的微观影响机制, Tian 等^[12]则进一步证实了低温带来的基体强化及相变机制也会显著改变混凝土在复杂受力下的演化规律。大量研究表明, 在低温环境中, 准静态加载下混凝土的抗压强度和弹性模量会在一定温度范围内随温度的降低不断升高^[13-16]。

然而, 防护工程在服役期间极易受到动态载荷的影响, 相对于准静态加载, 混凝土在动态加载下的力学行为存在明显不同。Li 等^[17]和 Zhou 等^[18]使用 SHPB 试验装置发现混凝土动态抗压强度表现出明显的应变速率依赖性。在低温动态耦合方面, Ning 等^[19]研究表明低温环境中沥青混凝土的

*收稿日期: 2026-03-20; 修回日期: 2026-04-28

基金项目: 国家自然科学基金 (12372350); 北京理工大学青年教师学术启动计划 (XSQD-202102011)

作者简介: 于宝翔 (2001—), 男, 硕士研究生, 主要从事低温混凝土本构及侵彻研究. E-mail:

3120230126@bit.edu.cn

通讯作者: 许香照 (1989—), 男, 博士, 副教授, 主要从事爆炸与冲击动力学研究. E-mail: xzxu@bit.edu.cn

动态抗压强度随应变率的增大而增大。近年来,针对极端低温下的冲击动力学测试逐渐增多。Chi等^[20-21]先后开展了极低温与冻融循环后混凝土及砂浆材料的 SHPB 冲击试验,明确了低温环境对动态损伤模式及强度的显著影响。Shao 等^[22]针对极寒环境,进一步评估了高强混凝土在低温静态与动态载荷下的力学响应。这些研究充分表明了低温环境下的冲击试验数据对于量化温度与应变率效应的必要性。

仅仅获取材料层面的试验数据不足以支撑复杂防护工程的结构设计,必须建立可靠的动态本构模型并进行工程尺度的数值化应用。Zhai 等^[23]构建了以能量耗散为基础的考虑冻融损伤和应变率效应的动态本构模型,对动态加载下岩石的力学行为进行了合理预测,但与冻融循环工况相比,低温服役工况则更为关注材料中冰的强化。Zhu 等^[24]推导了温度与未结水的关系,构建了考虑温度和应变率效应的冻土动态本构模型,有效预测了温度和应变率对冻土的力学性能影响。现有的商用有限元软件内置模型往往无法直接且准确地描述低温-动态耦合下的相变机制与损伤演化,因此依托用户材料子程序进行本构理论的二次开发,成为解决这一难题的关键。

综上所述,本文开展了常温(20°C)及低温(-5°C、-10°C、-20°C)环境下的 SHPB 动态冲击试验,明确了混凝土的温度效应。基于试验规律,以现有的连续损伤力学和 RHT 本构理论为基础,通过引入温度因子修正微裂纹演化机制,结合 P-alpha 状态方程,改进并发展了一个适用于低温冲击工况的动态损伤本构模型。随后,利用 Fortran 语言编写 VUMAT 子程序实现了该修正模型的数值化,并使用数值仿真对模型在 SHPB 动态工况下的准确度进行了波形与破坏形貌的双重验证,并将模型拓展至弹体垂直侵彻混凝土靶板工况,结合低温标定参数分析了环境低温对靶体抗侵彻性能的提升作用,验证了其在复杂工程应用场景中的适用性。

1 试验

1.1 准静态压缩试验及结果分析

单轴准静态压缩测试依托于 WAW-2000 型液压式大型万能试验机开展。试件尺寸为 100mm×100mm×100mm,使用的 C40 混凝土配合比如表 1 所示。

表 1 混凝土配合比

Table 1 Mix proportions of concrete specimens

Materials	Cement	Sand	Aggregate	Water
Mass(kg)	342	706	1152	200

试件浇筑完成后,将其放入标准恒温恒湿养护箱中进行为期 28 天的养护,养护完成后将饱水后的试件放置在低温试验箱中,试验设定 20°C、-5°C、-10°C 及 -20°C 共 4 个温度工况,24h 后取出试件进行试验。为保证加载过程处于准静态应变率范畴,设定恒定的位移加载速率为 0.02 mm/min。每种温度以 3 个试件为一组,对测得结果取平均值获得试验结果。表 2 列出了准静态压缩下不同温度混凝土的相关力学性能,取不同温度下混凝土的一组典型准静态应力-应变曲线如图 1 所示。准静态单轴压缩试验结果直观地反映了环境温度对混凝土宏观力学性能的影响。在准静态加载条件下,随着环境温度逐渐由 20°C 降至 -20°C,混凝土试件的准静态抗压强度与弹性模量均呈现出增加的趋势。

表 2 不同温度下混凝土的准静态压缩力学性能

Table 2 Mechanical properties of concrete under quasi-static compression at different temperatures

T (°C)	Compressive strength (MPa)	Elastic modulus (GPa)
20	44.1	28.9
-5	46.5	29.5
-10	47.4	29.9
-20	51.2	30.3

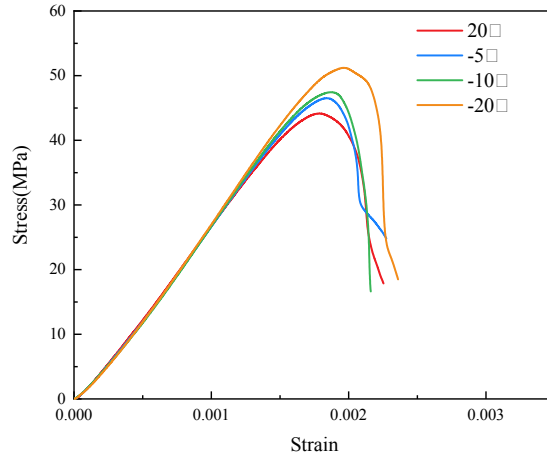


图1 不同温度下混凝土的典型准静态应力-应变曲线

Fig.1 Typical quasi-static stress-strain curves of concrete at different temperatures

1.2 SHPB 试验及结果分析

试验采用直径 36mm、高度 22mm 的圆柱形混凝土试件，混凝土配合比和养护过程与准静态压缩试件一致。养护完成后，对试件上下端面进行精加工，以确保上下端面平行度误差不大于 0.05mm，各试件之间高度误差不超过 0.05mm。随后将饱水后的试件放置在低温试验箱中，为防止降温过程中水分流失，采用保鲜膜多层密封包裹试件，温度设置为 20℃、-5℃、-10℃及-20℃共 4 种，24h 后取出试件进行试验。

如图 2 (a)所示，试验采用 SHPB 试验装置开展不同温度条件下混凝土的动态压缩研究，其中，冲击杆长度为 600 mm，入射杆与透射杆的长度均为 2000 mm，杆直径为 38mm。如图 2 (b)所示，试验设定了 20℃（常温）、-5℃、-10℃及-20℃共 4 个温度工况，通过微调冲击气压实现各温度工况下 100、200 和 300s⁻¹(±30s⁻¹)的 3 组应变速率加载，每种工况进行 4 次平行试验，减少混凝土试件的离散性造成的结果误差，并对应力-应变曲线结果取平均值。在处理和数据分析之前，必须验证应力平衡，如果实现试样内部应力均匀性，应变关系应满足以下方程^[25]：

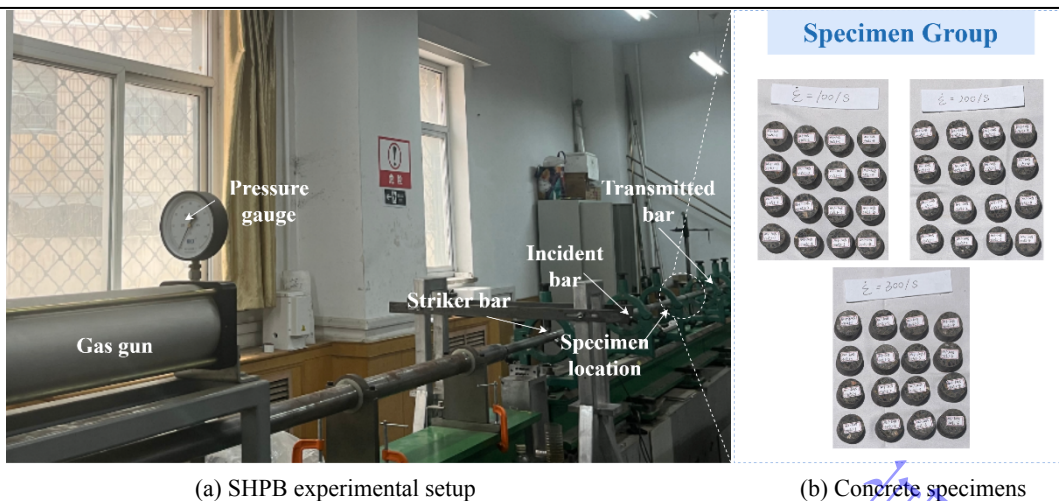
$$\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_t(t) \quad (1)$$

ε_i 、 ε_r 和 ε_t 分别为入射波、反射波和透射波独立传播时对应杆中的应变。

图 3 (a)展示了一组典型的动态压缩试验脉冲信号，信号大小对应杆中应变，可以看出，样品左右两端的应力基本平衡，其内应力已经均匀化，满足 SHPB 测试中均匀性的假设。在此基础上，可以采用二波法（式 (2)）计算试件在动态压缩过程中的应力和应变。利用高速摄像技术同步捕捉混凝土试件在冲击过程中的破坏形貌，相机帧率设置为 30000 fps，曝光时间调整为 32 μs，分辨率设置为 512×256，试验开始前即启动高速摄影，以确保完整记录试件加载全过程。图 3 (b)展示了不同应变速率加载下的应变-时间曲线，SHPB 试验的应变速率可以通过对上升段进行线性拟合来计算，提取同一工况下有效平行试验的数据取平均值，将其作为该组试件的特征应变速率列入表中。

$$\begin{cases} \sigma = \frac{A_b}{A_s} E_b \varepsilon_t \\ \varepsilon = -2 \frac{C_b}{l_s} \int_0^t \varepsilon_r dt \end{cases} \quad (2)$$

式中 A_b 和 A_s 分别为入射杆和样本的横截面积； ε_t 和 ε_r 分别是透射和反射的信号； C_b 和 E_b 分别是杆的波速和弹性模量； l_s 是样品的厚度。

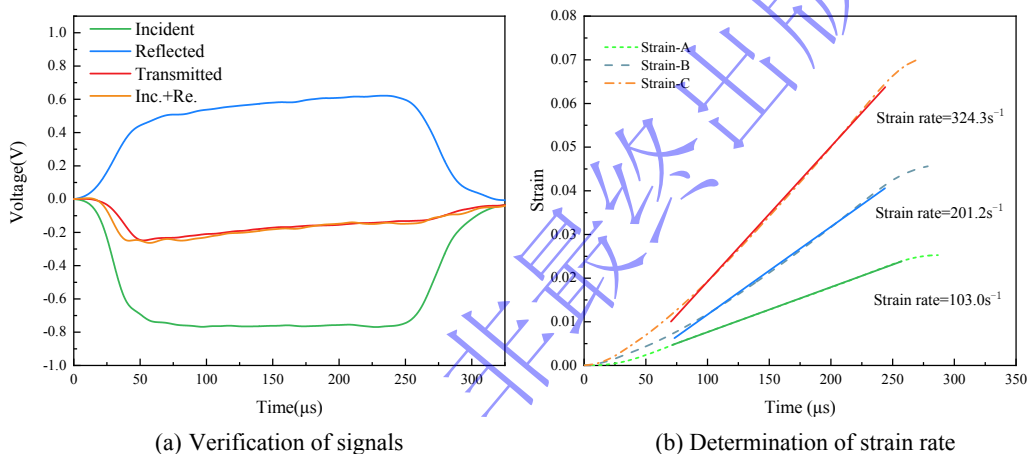


(a) SHPB experimental setup

(b) Concrete specimens

图 2 SHPB 试验装置及不同温度下的混凝土试件组

Fig.2 SHPB experimental setup and concrete specimens at different temperatures



(a) Verification of signals

(b) Determination of strain rate

图 3 SHPB 动态测试信号验证与应变率确定

Fig.3 Verification of SHPB dynamic test signals and determination of strain rate

表 3 列出了试件的相关力学性能的统计结果，不同温度下混凝土的动态应力-应变曲线与抗压强度变化如图 4 所示。如图 4(a)所示，以 20°C、特征应变率为 326.8 s⁻¹ 的工况为例，其动态应力-应变曲线变化主要分为 3 个阶段：在加载初期，应力随应变的增加呈近似线性快速上升，此时材料内部的原生孔隙与微裂纹尚未发生明显扩展；随着载荷的持续增加，曲线进入非线性上升段，直至达到材料的动态抗压强度，混凝土基体内部的微裂纹萌生并稳定扩展；应力越过峰值后，微裂纹逐渐交汇并形成贯通主裂纹，试件整体承载力迅速下降。

混凝土的动态应力-应变曲线在形态上具有较高的相似性，均经历了线弹性上升、屈服强化以及峰后软化破坏三个阶段。然而，其力学性能随环境温度的降低发生了显著变化。试验数据表明，随着环境温度从 20°C 降至 -20°C，不同应变率加载条件下混凝土的动态抗压强度均逐渐增大。同时常温和低温下的混凝土均呈现出显著的应变率效应，随着加载应变率的增大，不同服役温度下混凝土的动态抗压强度也出现了显著的增强。需要说明的是，表 3 中测得的峰值应变数值存在一定的离散性。这主要是由于在高应变率下，混凝土试件在破坏前难以达到理想的应力平衡状态；同时，混凝土自身的非均质性以及骨料分布的随机性，共同放大了动态加载测试的误差。

图 5 直观呈现了不同环境温度下混凝土试件在动态加载后的最终开裂形貌。从实测曲线可以观察到，试件在峰后软化阶段经历了一段残余强度平台段，平台段结束后，应力发生急剧下降，标志着材料内部主裂纹失稳贯通，结构彻底丧失承载力。因此，我们将应力平台段与快速下降段交界处的拐点定义为试件的基准破坏时刻，并截取该时刻的高速摄影画面作为最终宏观开裂形貌。试验观

察发现，混凝土在动态冲击下的破坏形貌随环境温度降低而发生显著转变。常温下，试件呈现较严重的粉碎性破坏，其裂纹网络较为致密。随着温度的逐步降低，最终破碎产生的裂纹密度逐渐下降，破碎程度明显减轻，试件保持了较高的整体完整性。这种宏观破坏形貌从粉碎向大块劈裂的转变，直观反映了低温环境对混凝土内微观结构的影响及裂纹扩展过程的抑制作用。

表 3 SHPB 试验结果

Table 3 SHPB test results

T (°C)	Strain rate (s ⁻¹)	Compressive strength (MPa)	Peak strain (%)
20	94.4	50.5	0.64
	205.2	56.3	0.38
	326.8	64.1	0.41
-5	100.1	52.0	0.64
	223.0	57.1	0.57
	328.3	67.0	0.43
-10	128.1	54.3	0.63
	224.7	60.3	0.55
	328.5	68.1	0.33
-20	129.5	57.4	0.55
	222.1	62.2	0.61
	321.1	71.0	0.47

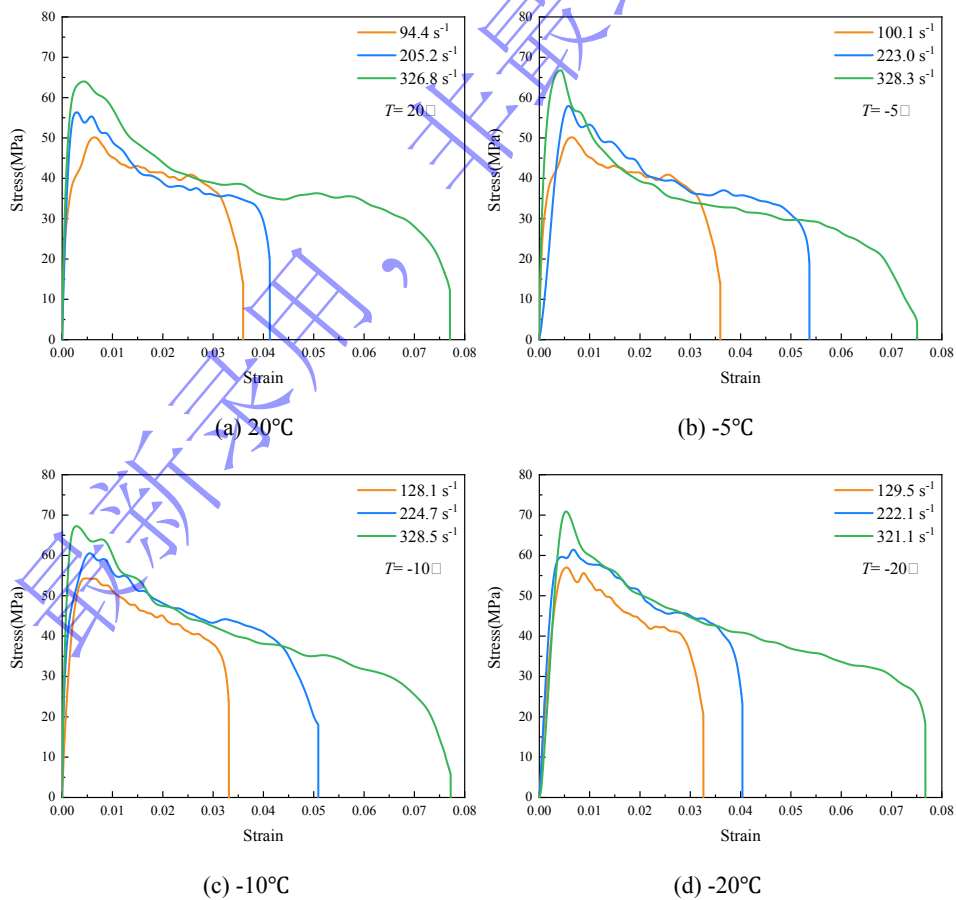


图 4 不同温度与应变率下混凝土的动态应力-应变曲线

Fig.4 Dynamic stress-strain curves of concrete under different temperatures and strain rates

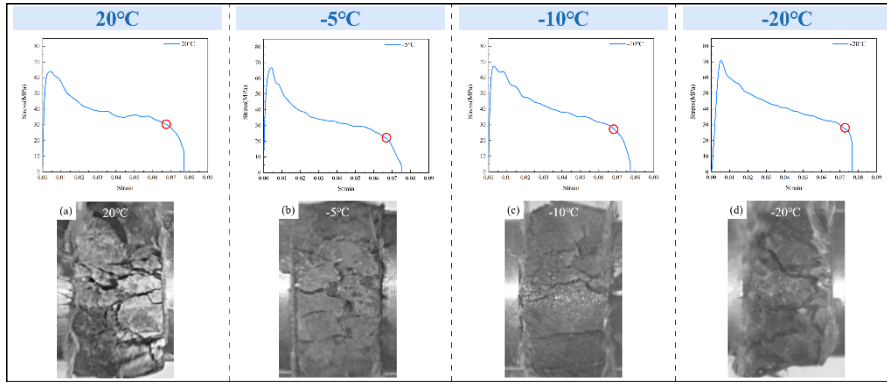


图 5 不同温度下混凝土最终宏观开裂形貌

Fig.5 Final macroscopic fracture morphologies of concrete at different temperatures

1.3 LF-NMR 微观相变测试及结果分析

混凝土孔隙中液态水的氢原子可通过 LF-NMR 测试来追踪，通过 LF-NMR 技术可以得到一条与横向弛豫时间相对应的 T_2 分布曲线，横向弛豫时间与孔径分布成正比，峰面积（即核磁信号总量）与含水量成正比^[26]。由于低场核磁共振技术只能检测液态水中的氢原子，冰无法产生 NMR 信号^[27]，因此可利用 LF-NMR 测试准确测得低温混凝土试件中的液态水分布和微观相变结果。

如图 6 所示，试验采用 VTMR20-010V-I 低场核磁在线变温成像与分析系统开展微观相变测试，该系统配备了可变温度模块，可实现-100 至 200°C 的温度变化，装置设置参数如表 4 所示，表中， F_c 为主频； f_s 为采样频率； $\Delta\nu$ 为频率偏置； PW_{90} 为 90° 脉宽； PW_{180} 为 180° 脉宽； RD 为等待时间； t_e 为回波时间； t_r 是射频延时； G_a 为模拟增益； G_d 为数字增益； N_e 为回波个数； N_s 为累加次数； P_l 为前放档位； N_p 是采样点数。



图 6 LF-NMR 试验装置

Fig.6 LF-NMR testing system

表 4 LF-NMR 试验参数设置

Table 4 Parameter setting of LF-NMR tests.

Parameter	Value	Parameter	Value
F_c (MHz)	20	t_r (ms)	0.05
f_s (KHz)	200	G_a (db)	20
$\Delta\nu$ (Hz)	496243.25	G_d	2
PW_{90} (μ s)	6.40	N_e	10000
PW_{180} (μ s)	11.20	N_s	8
RD (ms)	5000	P_l	3
t_e (ms)	0.06	N_p	120002

如图 7 所示, 通过已知含水量的样品来校准核磁共振信号量与液态水质量之间的关系。在正式测试中, 只需测定常温饱水试件的 T_2 谱图总面积, 并将其与某一设定低温下测得的 T_2 谱图总面积进行对比, 其衰减的信号量即对应了孔隙中转化为冰的水分, 从而可表征低温混凝土内部真实的冰体积含量。混凝土试件中, 不同温度液态水体积分数 $\rho_w(T)$ 可通过式(3)计算。由于液态水冻结成冰有约 9% 的体积膨胀, 考虑到冰的膨胀对试件整体体积影响较小, 因此不同温度下冰的体积分数 $\phi_i(T)$ 可用式(4)计算。

$$\phi_w(T) = \frac{V_w(T)}{V} = \frac{m_w(T)\rho_w}{V} \quad (3)$$

$$\phi_i(T) = 1.09 \times (\phi_{w0} - \phi_w(T)) \quad (4)$$

式中 $V_w(T)$ 和 V 分别为液态水体积和样本体积, $m_w(T)$ 和 ρ_w 分别为水的质量和密度, ϕ_{w0} 为常温下液态水体积分数。

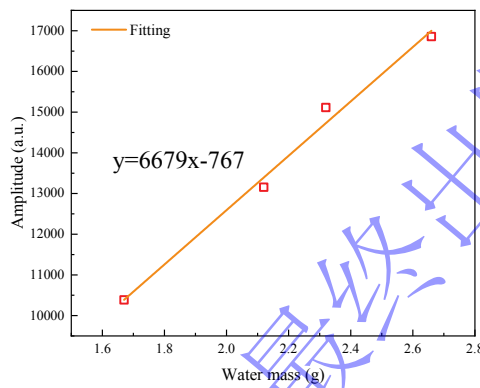


图 7 核磁信号标定曲线

Fig.7 Calibration curve of NMR signals

为了准确表征低温混凝土试件的水冰相变程度, 对不同低温 (-5、-10、-20℃) 下的混凝土试件进行低场核磁共振测试。并使用可变温度模块将测试温度调节至与设计温度一致。图 8 即为不同温度下饱水混凝土的 T_2 谱。

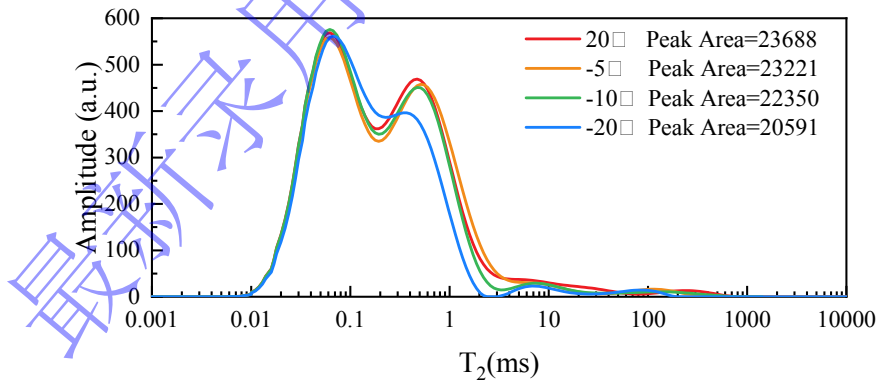


图 8 不同温度下饱水混凝土的核磁共振 T_2 图谱

Fig.8 NMR T_2 spectra of water-saturated concrete at different temperatures

图中曲线包围的累计面积即为核磁信号总量, 其值与试件内的液态水含量呈正相关。从整体看, 随着环境温度由降低, 曲线整体向下方偏移, 峰面积显著减小, 表明试件中的液态水因发生相变逐渐转变为冰。即使当温度降至-20℃后, 混凝土内部仍存在相当数量的液态水, 这部分水通常受毛细管力和吸附力束缚, 冰点较低, 难以完全结冰。同时, 各温度组的 T_2 谱均呈现多峰分布, 对比不同温度下的曲线发现, 代表大孔隙的弛豫信号随降温衰减最为剧烈, 而代表微小孔隙的短弛豫信

号变化相对滞后。这证明了混凝土中大孔隙中的自由水首先结冰，而小孔隙内的水在较低温度下仍能维持液态，混凝土中的液态水是随着温度降低逐渐发生相变的。

利用峰面积即可计算出液态水和冰的体积分数如表 5 所示。

表 5 不同温度下混凝土的液态水与冰体积分数

Table 5 Volume fractions of liquid water and ice in concrete at different temperatures

Temperature (°C)	20	-5	-10	-20
φ_w	16.34%	16.03%	15.45%	14.29%
φ_i	0%	0.34%	0.97%	2.23%

2 本构模型的改进与数值化实现

2.1 本构模型与改进损伤演化方程

为表征低温混凝土在动态冲击载荷下的力学行为，本文采用引入应变率效应与损伤的 RHT 本构理论中的屈服准则^[28]，其一般形式为：

$$f = \sqrt{3J_2} - \sigma_y = 0 \quad (5)$$

$$\sigma_y = (1 - D) \cdot \sigma_c(P) \cdot R(\theta) \cdot DIF(\dot{\varepsilon}) + D\sigma_r \quad (6)$$

式中， J_2 为偏应力第二不变量； $\sigma_c(P)$ 、 $R(\theta)$ 和 $DIF(\dot{\varepsilon})$ 分别为表征静水压力、罗德角及应变率效应的强化函数； D 为综合损伤变量； σ_r 为残余强度。

针对本文研究的低温工况，孔隙水冻结成冰的相变机制增强了骨料与基体的黏结性能，宏观上抑制了微裂纹的成核与扩展。为此，本文引入温度影响因子 K_T 对拉压损伤演化方程进行修正。当温度低于 0°C 时，冰体积分数增加导致损伤发展被抑制，参数 K_T 呈现出非线性的衰减趋势：

$$K_T(T) = \begin{cases} K_{T0}, & T \geq 0^\circ\text{C} \\ A \exp(-\frac{T}{b}) + y_0, & T < 0^\circ\text{C} \end{cases} \quad (7)$$

式中， K_T 表征孔隙结冰对损伤演化的抑制作用； K_{T0} 为常温基准值； y_0 、 A 、 b 均为与材料低温特性相关的拟合参数，由对不同温度准静态压缩试验数据进行标定得出。

对于混凝土材料，根据统计损伤力学定义，将载荷作用下的断裂概率定义为机械损伤变量 D_c ^[29]：

$$D_c = 1 - e^{-C_d} = 1 - e^{-pK_T \frac{\varepsilon^q}{\dot{\varepsilon}^3}} \quad (8)$$

式中， $p = \frac{4}{3(m+3)} \pi \alpha m v_c^3$ ， $q = m + 3$ ， m 为 Weibull 分布形态参数，用于表征材料内部初始微裂纹的尺寸分布特征， α 为与裂纹成核相关的材料常数， v_c 为微裂纹的最大动态扩展速度；拉伸损伤变量 D_t 的演化引入线性软化形式描述^[30]。

需要指出的是，本文仅对压缩损伤变量进行了修正，而对拉伸损伤变量仍沿用常温下的线性软化准则。这主要是由于本文验证的 SHPB 动态压缩试验与影响侵彻工况侵深的主导破坏机制均为压剪破坏，拉伸损伤对宏观动态抗压强度及最终侵彻深度的影响处于次要地位。同时由于当前低温动态拉伸试验的限制，本文暂不对动态拉伸损伤进行温度修正。

2.2 弹性预测与 P-alpha 状态方程求解

为实现上述改进的低温混凝土动态损伤本构模型的数值应用，在 ABAQUS 软件中采用 Fortran 语言编写了 VUMAT 子程序，并选用显式积分算法进行求解。

在数值计算中，本构方程需要转化为离散的增量形式。在 t 到 $t + \Delta t$ 的时间增量步内，ABAQUS 主程序向 VUMAT 传入当前时间步的总应变增量 $\Delta \varepsilon_{ij}$ 以及等效变率 $\dot{\varepsilon}$ 。根据材料各向同性假设，首先将总应变张量增量分解为体积应变增量 $\Delta \varepsilon_{kk}$ 和偏应变张量增量 Δe_{ij} ：

$$\Delta \varepsilon_v = \Delta \varepsilon_{kk} \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{e} = \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon_{kk} \mathbf{I} \quad (10)$$

针对侵彻大变形工况，静水压力需由 P-alpha 状态方程进行精确更新。根据传入的体积应变增量，结合上一时间步的孔隙度信息，通过 Herrmann 压实模型^[31]计算当前增量步的试探孔隙度 α^{trial} 。随后，将比内能与基质体积压缩比代入多项式形式求得固体基质压力 P_s ，进而得到耦合了孔隙压实效应的试探静水压力 P^{trial} ：

$$\begin{cases} P_s = A_1 \mu_s + A_2 \mu_s^2 + A_3 \mu_s^3 + (B_0 + B_1 \mu_s) \rho_0 e \\ P^{trial} = \frac{1}{\alpha^{trial}} P_s(\mu_s, e) \end{cases} \quad (11)$$

式中， $\mu_s = \alpha \rho / \rho_0 - 1$ 为基质体积压缩比， e 为比内能； A_1, A_2, A_3 为多项式系数， B_0, B_1 为热力学参数。

在本文中，P-alpha 状态方程采用式(12)计算得到的初始孔隙度 α_0 和 Xu 等^[32]给出的参数，如表 6、7 所示。

$$\alpha_0(T) = \frac{1}{1 - \varphi_w(T) - \varphi_i(T)} \quad (12)$$

表 6 P - α 状态方程参数

Table 6 P - α equation of state parameters

Parameter	Value	Unit
A_1	35000	MPa
A_2	40000	MPa
A_3	9000	MPa
B_0	1.22	
B_1	1.22	
P_{el}	25	MPa
P_l	6000	MPa
n	3.0	

表 7 初始孔隙度

Table 7 Initial distention

Parameter	Temperature(°C)			
	20	-5	-10	-20
α_0	1.1953	1.1957	1.1965	1.1979

子程序采用基于径向返回映射的弹性预测-塑性修正算法。假设在该时间增量步内材料首先处于完全弹性状态，遵循广义胡克定律，由此可计算得到 $t + \Delta t$ 时刻的试探偏应力张量 s_{ij}^{trial} ：

$$\mathbf{s}^{trial} = \mathbf{s}^t + 2G\Delta\mathbf{e} \quad (13)$$

式中， G 为剪切模量。

进而可求得试探偏应力第二不变量 J_2^{trial} 及试探等效应力 q^{trial} ：

$$J_2^{trial} = \frac{1}{2} \mathbf{s}^{trial} : \mathbf{s}^{trial} \quad (14)$$

$$q^{trial} = \sqrt{3J_2^{trial}} \quad (15)$$

需要指出的是，本文模型暂未将温度效应完全耦合至 P - α 状态方程中。在当前模型中，温度效应的影响被等效处理为利用 K_T 对损伤演化函数的修正。关于本构方程的温度耦合机制，将在未来研究中做进一步探讨。

2.3 动态屈服准则与残余强度面计算

为表征材料破碎后在高围压多轴状态下的抗剪切能力，基于当前试探静水压力引入并计算残余强度面^[33]：

$$\sigma_r^{trial} = \min[B \times (P^{trial})^m, SFMAX] \quad (16)$$

式中， $SFMAX$ 为混凝土假定最大残余强度，默认取极大值。

依据 RHT 屈服准则，引入残余强度、应变率效应及损伤劣化，当前状态下的动态屈服强度 σ_y^{trial} 可由下式计算得到：

$$\sigma_y^{trial} = (1 - D^t) \cdot \sigma_c(P^{trial}) \cdot R(\theta^{trial}) \cdot DIF(\dot{\epsilon}) + D^t \sigma_r^{trial} \quad (17)$$

式中， D^t 为上一分析步的累积损伤变量； $R(\theta^{trial})$ 为由当前试探偏应力状态确定的 Willam-Warnke 椭圆插值函数； $\sigma_c(P^{trial})$ 为基于当前试探静水压力的幂律参考强度：

$$\sigma_c(P^{trial}) = f_c A \left(\frac{P^{trial}}{f_c} \right)^N \quad (18)$$

式中， f_c 为材料的准静态抗压强度； $DIF(\dot{\epsilon})$ 为幂律形式的应变率强化因子：

$$DIF(\dot{\epsilon}) = \left(1 + \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^\beta \quad (19)$$

式中， $\dot{\epsilon}_0$ 为参考应变率，此处取 $\dot{\epsilon}_0 = 1s^{-1}$ ； β 为应变率敏感性参数。

将试探应力代入屈服函数进行判定：

$$f^{trial} = q^{trial} - \sigma_y^{trial} \quad (20)$$

若 $f^{trial} \leq 0$ ，说明材料处于弹性阶段，未发生塑性屈服，试探应力即为该增量步末的真实偏应力，即 $s_{ij}^{t+\Delta t} = s_{ij}^{trial}$ ；若 $f^{trial} > 0$ ，则表明材料发生塑性流动，需将应力拉回到屈服面上。

2.4 塑性修正与温度-损伤演化更新

考虑到侵彻工况下靶板核心区处于极高静水压力下，剪胀效应被抑制，为兼顾计算稳定性，模型采用非关联流动法则，假设塑性体积不可压缩（ $\Delta\epsilon_{kk}^p = 0$ ），塑性流动方向张量 n_{ij}^{trial} 由 Mises 势函数导出：

$$\mathbf{n}^{trial} = \frac{3\mathbf{s}^{trial}}{2q^{trial}} \quad (21)$$

需要指出的是，对于混凝土等非均质脆性材料，在低围压作用下往往表现出明显的剪胀效应。本文模型为兼顾 VUMAT 子程序在极端大变形侵彻下的计算合理性与数值稳定性，采用了非关联流动法则，假设塑性体积不可压缩。依据在于，侵彻核心区靶体处于极高静水压力之下，微裂纹的剪胀效应受到显著抑制。在低围压加载区域，例如 SHPB 试件的后期破坏，以及靶板迎弹面的层裂区，未引入剪胀效应会导致数值模型低估试件的横向膨胀，高估其动态抗压强度；同时会对靶面开坑体积的预测存在一定程度的低估。

在此阶段，需结合 Perzyna 过应力模型计算塑性乘子增量 $\Delta\lambda$ 。对方程进行向后欧拉隐式时间积分，可近似得到：

$$\Delta\lambda = \xi \left[\exp\left(\frac{f^{trial}}{(1-D^t)\bar{\sigma}}\right) - 1 \right]^{n_p} \Delta t \quad (22)$$

利用求得的塑性乘子，计算塑性偏应变增量 Δe_{ij}^p ，并对偏应力进行更新修正：

$$\Delta e^p = \Delta\lambda \mathbf{n}^{trial} \quad (23)$$

$$\mathbf{s}^{t+\Delta t} = \mathbf{s}^{trial} - 2G\Delta e^p \quad (24)$$

在完成应力更新后，需对材料的损伤变量进行演化计算。在低温环境中，孔隙水结冰的相变强化宏观上表现为对压缩损伤演化的延缓。针对低温加载工况中孔隙水相变机制对微裂纹的修正，依据引入温度影响因子 K_T 的演化方程，更新当前步的机械压缩损伤变量 $D_c^{t+\Delta t}$ ：

$$D_c^{t+\Delta t} = 1 - \exp\left(-pK_T \frac{(\varepsilon^{t+\Delta t})^q}{\varepsilon^3}\right) \quad (25)$$

同时，提取当前增量步的最大主应变 $\varepsilon_{max}^{t+\Delta t}$ ，依据线性软化准则更新拉伸损伤变量 $D_t^{t+\Delta t}$ ：

$$D_t^{t+\Delta t} = \frac{\varepsilon_{max}^{t+\Delta t} - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{fail} - \varepsilon_{cr}} \quad (\varepsilon_{cr} < \varepsilon_{max}^{t+\Delta t} < \varepsilon_{fail}) \quad (26)$$

选取拉伸与压缩状态下的综合损伤变量更新为当前步的总损伤变量 $D^{t+\Delta t}$ 。最后，结合更新后的静水压力与偏应力，求得 $t + \Delta t$ 时刻的真实应力张量：

$$\boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t} = \mathbf{s}^{t+\Delta t} - P^{trial} \mathbf{I} \quad (27)$$

3 本构模型验证与侵彻仿真应用

3.1 SHPB 数值仿真

为验证所建立低温混凝土损伤本构模型的适用性并实现其在工程分析中的数值化应用，本文采用 ABAQUS/Explicit 显式动力学求解框架开展数值模拟，并基于 Fortran 语言开发相应的 VUMAT 用户材料子程序，从而表征混凝土在动态压缩工况下的力学响应与损伤演化过程。为进一步保证模型参数的合理性及其预测能力，将数值计算结果与不同温度与应变率条件下的动态压缩试验数据进行对比分析。

为实现低温混凝土损伤本构模型的数值化应用并对试验结果进行对比验证，本文建立了与动态压缩试验相对应的有限元模型，试样与压力杆的几何尺寸、装配关系及加载方式均与试验条件保持一致。有限元离散采用 C3D8 八节点三维实体单元，压力杆与试件的轴向网格尺寸分别取 8 mm 与

2 mm。冲击载荷通过在入射杆前端施加实测应力波实现，数值计算的整体流程及 VUMAT 子程序的应力更新与状态变量演化流程如图 9 所示。

表 8 汇总了本构模型的相关参数。参数确定参考了 Tu 等^[28]、Abdel-Kader 等^[33]和 Zhang 等^[34]的研究，并结合本文不同温度下的准静态压缩试验数据进行了校准，以确保模型能够有效描述本文材料的动态力学行为。利用不同温度下的准静态压缩试验结果，标定得到了 K_T 中的拟合参数 $A = 1.92$ ， $b = -4.91$ ， $y_0 = 1.01$ ，最终确定了能够反映低温效应的 K_T 数值如表 9 所示。

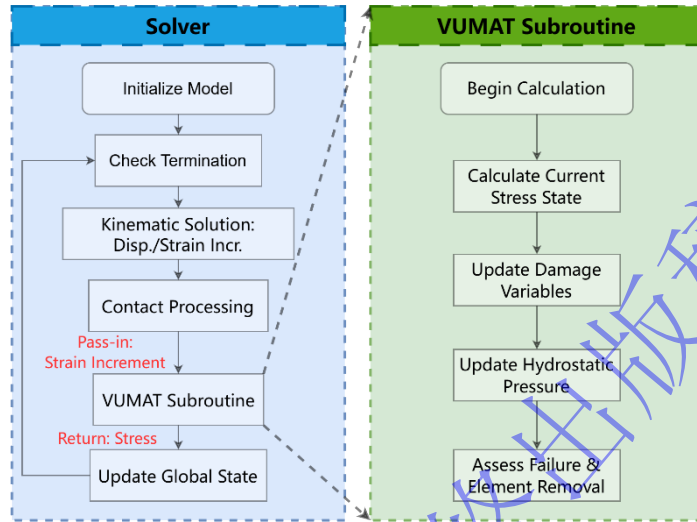


图 9 具有自定义 VUMAT 子程序的 FEA 求解器流程图

Fig.9 Flowchart of the FEA solver with a user-defined VUMAT subroutine

表 8 本构模型塑性参数

Table 8 Plasticity parameters of the constitutive model

Parameter	Value
p	1.5282e9
q	1.15
β	0.03
B	1.6
m	0.61
ξ	4.02e-5
n_p	1.6
A	1.6
N	0.61
h	2.96e2
n	1.6

表 9 冰含量相关的损伤因子

Table 9 Ice content-dependent damage factor

Parameter	Temperature(°C)			
	20	-5	-10	-20
K_T	1.99	1.70	1.24	1.04

为验证所建立的本构模型的准确性和适用性，将数值仿真结果与不同温度、应变率条件下的试验数据进行对比分析。图 10 给出了 20°C、324.3s⁻¹ 应变率加载条件下数值计算与试验测得的入射波、反射波与透射波波形曲线对比，图 11 为由波形反演获得的动态应力-应变曲线对比结果。

对比应力-应变响应可见，在常温与相对低应变率工况下，数值结果能够准确预测混凝土的弹性模量、动态抗压强度及上升段本构曲线形态，尤其在峰值应力之前，计算曲线与试验曲线吻合程度较高。在低温以及高应变率的极端工况下，数值模拟仍能较好地预测弹性模量和动态抗压强度的变化，有效捕捉混凝土在低温环境中的力学行为，验证了本构模型的建模合理性以及 VUMAT 的准确性。

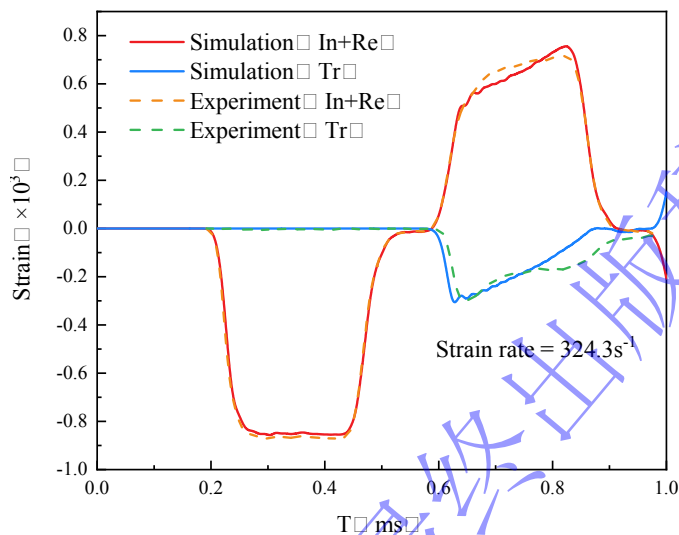


图 10 20°C 条件下仿真与试验波形对比

Fig.10 Comparison of simulated and experimental waveforms at 20°C

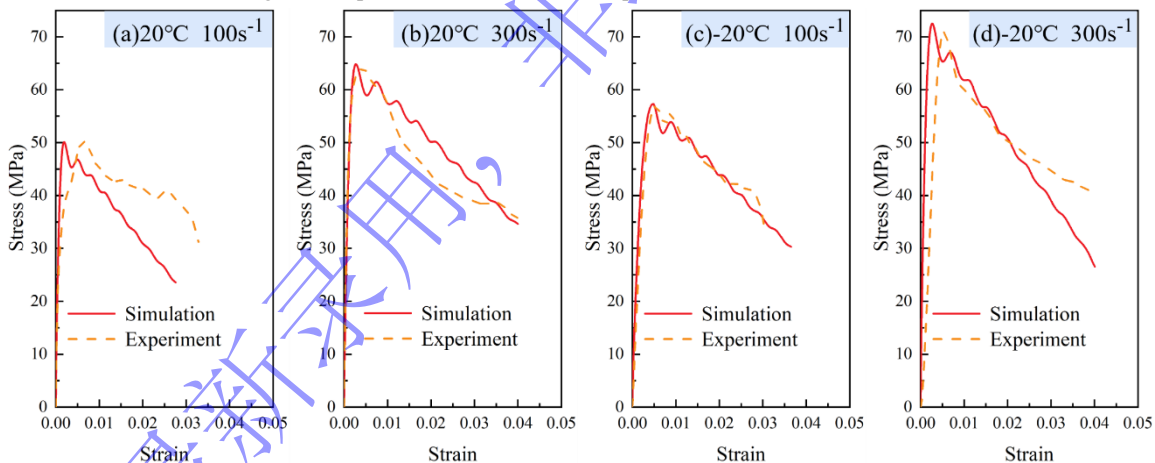


图 11 不同温度应变率条件下仿真与试验应力-应变曲线对比

Fig.11 Comparison of simulated and experimental stress-strain curves under different temperatures and strain rates

如图 12 所示，为验证模型对低温下混凝土行为的预测能力，对比了常温（20°C）与低温（-20°C）工况下试件的仿真损伤云图与试验宏观破坏形貌。在常温工况下，仿真得到的表面高损伤区域分布广泛，微裂纹迅速交汇导致粉碎性破坏；而在低温工况下，模型计算出的损伤范围显著收缩，主要表现为少数几条贯穿性主裂纹。数值模拟清晰地重现了试验观察到的破坏模式转变。从力学建模角度而言，这一高度吻合的计算结果表明，模型中引入的温度修正机制有效反映了微观冰晶对原生孔隙的填充与胶结作用。该机制在数值计算中客观表现为裂纹扩展阻力的增加，从而在理论层面成功重现了低温延缓混凝土损伤演化的动态过程。

为进一步定量表征损伤的演化程度，图 13 统计了 SHPB 加载过程中高损伤区域 ($D > 0.8$) 对应的网格体积。结果显示，在 100 μs 、200 μs 、300 μs 及 400 μs 等时刻，-20 $^{\circ}\text{C}$ 低温工况下的高损伤网格体积均显著小于常温工况，表现出明显的损伤抑制特征。

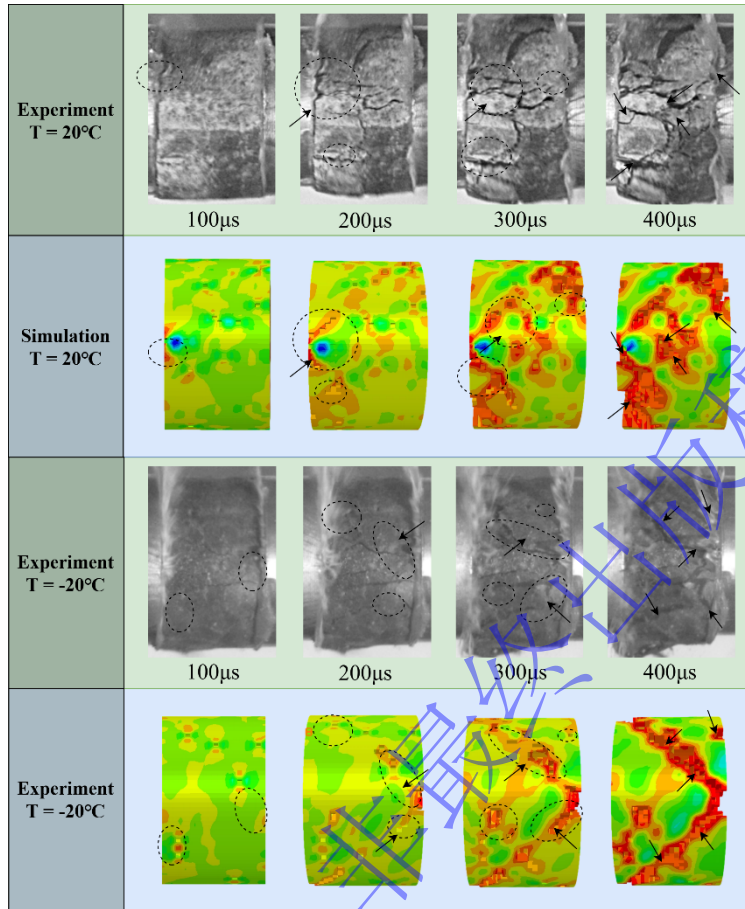


图 12 典型温度下试件宏观破坏形貌与仿真损伤云图对比

Fig.12 Comparison of macroscopic fracture morphologies and simulated damage contours of specimens at typical temperatures

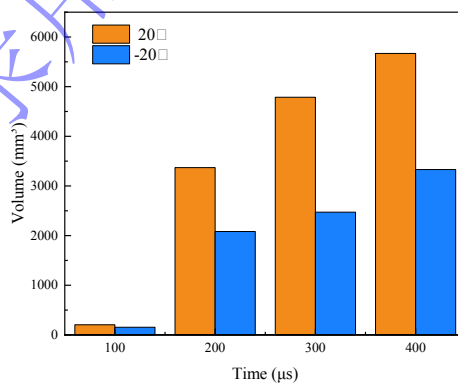


图 13 常温与-20 $^{\circ}\text{C}$ 下高损伤区域体积的演化对比

Fig.13 Comparison of volume evolution of high-damage zones at room temperature and -20 $^{\circ}\text{C}$

3.2 侵彻数值仿真

3.2.1 常温模型验证

为验证改进动态损伤本构模型在极端大变形工况下的预测能力，本文选取 Zhao 等^[35]的常温侵彻试验作为参考基准，建立了相应的有限元数值模型。混凝土靶板为边长 0.4m、厚度 0.21m 的方形靶体。考虑到侵彻问题的对称性及计算效率，建立了轴对称有限元模型，靶板外侧施加无反射边

界条件以消除应力波反射对损伤演化的干扰。靶板与弹体均采用实体单元划分，并在侵彻中心区域进行了网格局部加密，以捕捉剧烈的局部剪切变形。弹体材料设定为刚体，依据试验工况赋予弹体 830m/s 的初始侵彻速度。为了处理侵彻过程中的大变形与材料破碎，在 VUMAT 子程序中激活了基于等效塑性应变与主应变的单元删除机制。有限元模型及弹体几何特征如图 14 所示。

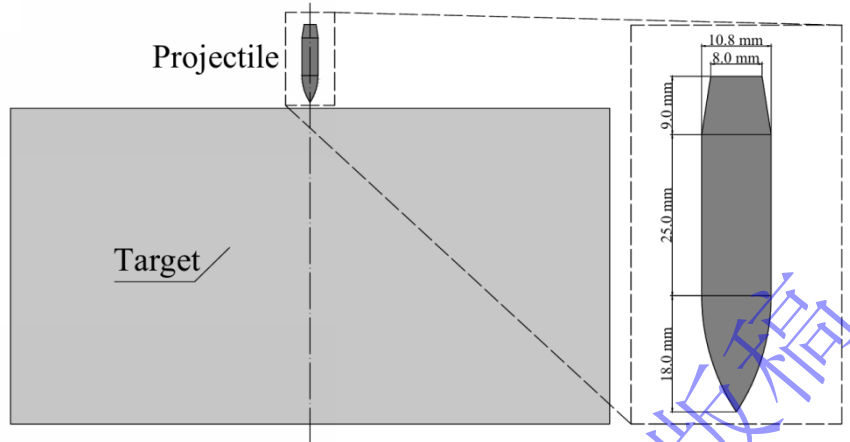


图 14 侵彻数值模型与弹体尺寸

Fig.14 Numerical penetration model and projectile dimensions

在本文的数值计算中，主要关注侵彻深度这一受压剪机制主导的结果。因此，在 VUMAT 子程序中采用了基于等效塑性应变的单元删除准则。参考同类混凝土侵彻研究的取值^[36]，本文将等效塑性应变的阈值设定为 0.5。

在展开数值计算前，需确保结果的准确性与稳定性，进行网格敏感性分析。为评估靶板网格尺寸对仿真结果的影响，设置 4 组不同网格尺寸分别为：4 mm、3 mm、2 mm 和 1 mm。4 组工况均在相同边界条件和材料参数下进行求解，以确保比较结果的统一性与可比性。为验证所构建仿真模型在计算精度和结果稳定性方面的可靠性，选择侵深展开验证，以明确网格尺寸对侵深计算结果的敏感性。不同尺寸网格尺寸侵深数据如表 10 所示。

表 10 不同网格尺寸下的侵深结果对比

Table 10 Comparison of depth of penetration under different mesh sizes

Mesh size (mm)	4	3	2	1
Penetration depth (cm)	10.58	11.58	12.13	12.27

基于表 10 可知，随着网格尺寸从 4 mm 依次减小至 1 mm，侵深有小幅增加，但当网格尺寸减小至 2 mm 及以下，侵深变化幅度明显降低，在 2mm 与 1mm 两种网格尺寸下，侵深变化幅度为 1.15%，说明此阶段仿真精度已基本摆脱网格尺寸的影响。因此，最终选取 2 mm 作为靶板网格尺寸，用于后续仿真工作开展。

弹体高速侵彻混凝土靶板是一个伴随极高静水压力与复杂应力波传播的动态过程。图 15 给出了数值仿真预测的侵彻稳定后靶板中心截面的损伤云图与试验开坑形貌的对比。由仿真云图可知，模型成功捕捉到了侵彻过程中的两种主导损伤机制：在弹体头部正前方的靶板区域，材料承受极高的压应力与剪切应力，发生严重的剪切粉碎破坏，形成贯穿的侵彻弹洞；而在靶板迎弹面表层，压缩应力波在自由表面反射形成强烈的拉伸波，超出了混凝土的动态抗拉强度，导致表层混凝土发生大面积的层裂与剥落拉伸损伤。仿真预测的表面漏斗状开坑破坏模式与试验拍摄的靶面开坑形貌高度吻合，定性验证了本构模型对侵彻宏观破坏特征的代表能力。

需要说明的是，图 15 中的红色高损伤区域 ($D > 0.8$) 代表单元损伤变量达到极大值，对应试验中靶板材料粉碎或破裂。但受边界条件的影响，这种损伤并不完全代表材料的消失。在靶板前表面，表层材料会在应力波作用下向外剥落，因此该处的高损伤范围可以表征开坑尺寸；在靶体内部，

此区域内的材料已经粉碎或破裂，但受限于周围材料约束，并未形成对应尺寸的实际开坑。侵彻隧道的形成是由于弹头前方材料发生塑性流动并被排开，这一过程最终决定了侵彻深度，而模型中采用的等效塑性应变删除准则正是对此机制的数值体现。

常温侵彻试验结果和数值预测结果如表 11 所示，预测的侵彻深度和靶板表面开坑与试验数据吻合较好，侵深误差为 3.1%。证明模型在常温下能有效描述混凝土在遭受极端动载荷情况下的力学行为。

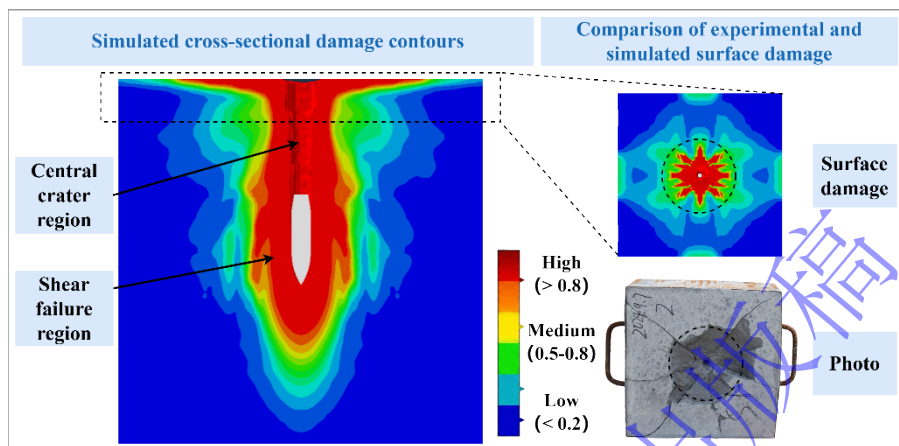


图 15 侵彻混凝土靶板损伤的数值预测与试验开坑形貌对比

Fig.15 Comparison of numerical damage predictions and experimental crater morphologies of penetrated concrete targets

表 11 侵彻试验结果与仿真结果

Table 11 Experimental and numerical penetration results

	Initial projectile velocity (m/s)	Condition	Penetration depth (cm)	Error	Average crater diameter (cm)	Error
Experiment	830m/s	Partial penetration	11.77	3.1%	22.52	6.4%
Simulation	830m/s	Partial penetration	12.13		23.96	

3.2.2 低温模型推广

利用不同温度下的损伤影响因子与材料参数，对常温以及低温环境下弹体以 830 m/s 初速撞击混凝土靶板的工况进行了全过程仿真，各温度下侵深结果如表 12 所示，图 16 给出了数值预测的不同温度下弹体侵彻深度与速度的时间历程曲线。由结果可知，随着温度的降低，弹体最终侵彻深度呈逐级减小趋势，20℃ 常温工况下的侵深为 12.13 cm，而 -20℃ 低温靶板的侵深降至 11.44 cm，相比常温减小了 5.7%。从速度历程可以看出，弹体的侵彻减速过程大致可划分为初始开坑与稳定侵彻两个主要阶段。在侵彻初期，受弹体超高初始动能引发的局部材料飞溅与惯性效应主导，各工况下的速度下降相对较缓且衰减斜率差异较小；然而，随着弹体完全没入靶板并进入稳定侵彻阶段，靶体本构阻力开始占据主导地位。在此区域，环境温度越低，弹体速度的衰减越快。

表 12 不同温度下弹体侵深仿真结果

Table 12 Simulated projectile penetration depths at different temperatures

	T(°C)			
	20	-5	-10	-20
Penetration depth (cm)	12.13	11.95	11.68	11.44

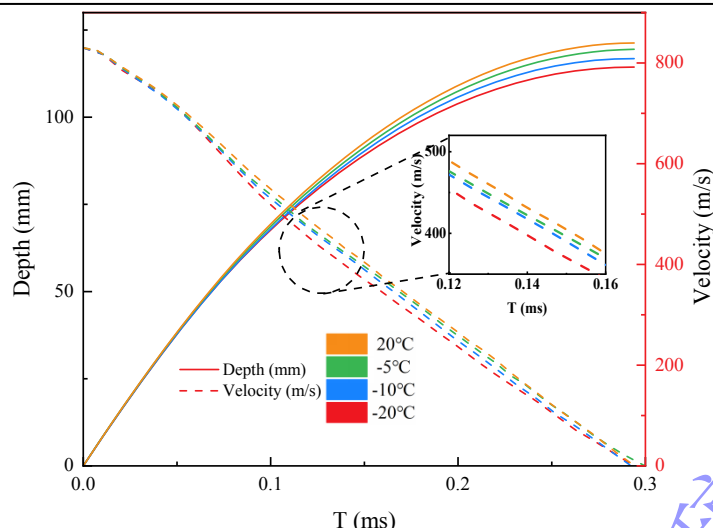


图 16 830 m/s 初速下不同温度弹体侵深与速度的时间历程预测曲线

Fig.16 Predicted time-history curves of penetration depth and projectile velocity at different temperatures under an initial velocity of 830 m/s

弹体的侵彻减速过程大致可划分为初始开坑与稳定侵彻两个主要阶段。在侵彻初期，此时各温度工况下的弹体速度下降相对较缓，且各曲线的衰减斜率差异较小。这是由于该阶段主要受弹体超高初始动能引发的局部材料飞溅与惯性效应主导。然而，随着弹体完全没入靶板并进入稳定侵彻阶段，靶板材料的阻力开始占据主导地位，速度曲线的下降斜率增大，在此区域，环境温度越低，弹体速度衰减越快，靶体对弹体施加的动态抗力随温度降低而逐渐增大。

低温对靶板内部宏观损伤的演化具有深刻影响。图 17 展示了不同温度下侵彻稳定后靶体中心截面的损伤云图，并对高损伤区域 ($D > 0.8$) 进行了边界提取与叠加对比。对比结果可以直观地发现，随着环境温度的降低，靶板内部的高损伤区域呈现出明显的收缩趋势。在 20°C 常温工况下，弹洞周围伴随较大范围的损伤扩散；而当温度逐渐降至 -20°C 时，高损伤区域逐步被限制在侵彻孔道附近，损伤形态表现出明显的局域化。这种低温环境对损伤扩展的抑制，进一步印证了靶体材料的低温强化机制：在极高静水压的连续侵彻载荷下，内部孔隙水结冰所产生的孔隙填充与界面粘结，显著增加了裂纹扩展的阻力并消耗了应力波传播的能量，从而在宏观层面上大幅提升了靶体抵抗侵彻与大变形的能力。

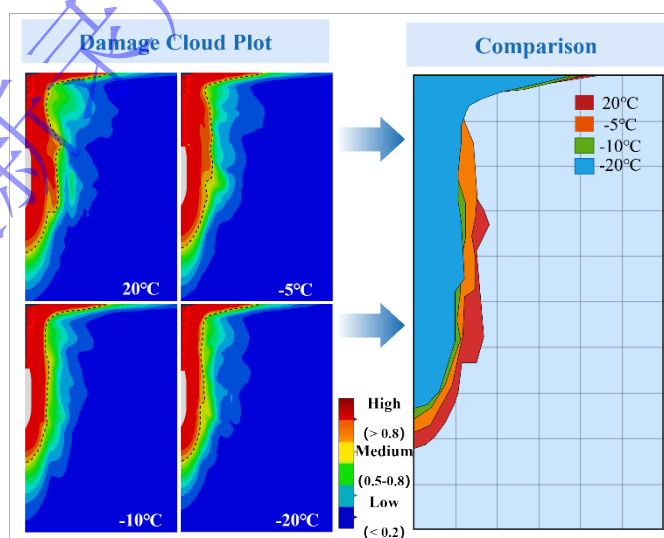


图 17 不同温度工况下混凝土靶板侵彻损伤云图对比

Fig.17 Comparison of penetration damage contours of concrete targets at different temperatures

此外, 由于拉伸损伤主要影响侵彻早期的表面层裂与开坑破坏形貌, 未来工作将致力于进一步探明低温混凝土在动态拉伸应力波下的力学性能损伤演化规律, 从而建立拉压双重温度修正的动态本构模型, 以实现寒区防护工程的全面评估。同时, 本文当前建立的低温动态本构模型主要基于一维应力状态的 SHPB 试验进行验证。受限于低温轻气炮、平板撞击等试验条件的缺乏, 模型在低温和极高应变率耦合下的验证仍存在一定局限性。未来工作将致力于开展相应试验, 以进一步完善模型的适用性。

4 结论

本研究针对寒区工程中混凝土结构面临的低温与动态载荷耦合问题, 对现有动态本构模型进行了改进, 并开展了数值仿真分析。首先, 利用 SHPB 装置开展了 20°C 至 -20°C 温度范围内的动态压缩试验, 明确了低温环境对混凝土动态力学行为的影响规律; 随后, 在现有连续损伤力学与 RHT 屈服准则的基础上, 通过引入温度影响因子、P-alpha 状态方程及残余强度, 改进得到了考虑低温效应的混凝土动态损伤本构模型, 并利用 VUMAT 子程序实现了数值化; 最后, 通过对比 SHPB 仿真与试验验证了模型的准确性, 并将其推广至弹体侵彻混凝土靶板的数值计算中。主要结论如下:

(1) 低温环境显著提升了混凝土的动态力学性能。在 $300/\text{s}$ 的恒定应变率加载下, 随着环境温度从 20°C 降至 -20°C , 混凝土内部孔隙水结冰产生的相变强化效应有效增加了微裂纹成核与扩展的阻力。宏观上则表现为材料动态抗压强度与初始弹性模量的明显提高, 同时在同等冲击动能下试件的破碎程度也有所减轻。

(2) 基于 VUMAT 二次开发实现的改进动态损伤本构模型, 能够有效预测低温冲击工况下的力学响应。通过在理论框架中引入温度影响因子, 该改进模型合理反映了低温环境下冰对原生孔隙的填充与粘结机制。常低温 SHPB 冲击仿真得到的应力-应变曲线与试验结果高度吻合, 其损伤云图也准确还原了试件破坏模式的转变, 充分证明了该数值模型能够准确刻画低温强化效应及低温对混凝土损伤演化进程的延缓。

(3) 环境温度的降低提升了混凝土靶板的宏观抗侵彻阻力。常温侵彻仿真验证表明, 该模型能有效捕捉靶面由拉伸波引起的漏斗状开坑及最终侵深; 在推广至低温侵彻工况后, 数值计算进一步表明, 受冰晶对内部的强化作用影响, 靶板内部的高损伤区域随温度降低而明显收缩。低温带来的粘结显著消耗了裂纹扩展能量, 致使靶板的本构阻力增大, 弹体在稳定侵彻阶段的速度衰减明显加快, 最终侵彻深度逐级减小。低温弹体侵彻混凝土靶板的数值分析可为极寒环境下防护工程的抗冲击设计提供定量的参考。

参考文献

- [1] LIU X, KONG X Z, FANG Q, et al. Peridynamics modelling of projectile penetration into concrete targets[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2025, 195: 105110.
- [2] 苏永超, 宁建国, 许香照. 弹体侵彻混凝土的优化模型及可视化仿真研究[J]. *高压物理学报*, 2025, 39(02): 84-98.
SU Y C, NING J G, XU X Z. Dynamic Optimization Model and Visualization Simulation of Projectile Penetration into Concrete[J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2025, 39(02): 84-98.
- [3] FOSOUL S A S, TAIT M J. Seismic fragility analysis of bridge-isolator-foundation-soil systems in subfreezing temperatures[J]. *Engineering Structures*, 2023, 291: 116154.
- [4] 郭萌萌, 王海福, 张甲浩, 等. 活性 PELE 侵彻钢筋混凝土毁伤效应仿真研究[J]. *兵工学报*, 2024, 45(S1): 89-96.
GUO M M, WANG H F, ZHANG J H, et al. Simulation Research on Damage Effect of PELE Penetrating Reinforced Concrete[J]. *Bingong Xuebao/Acta Armamentarii*, 2024, 45: 89-96.

- [5] WANG Z T, CHEN W S, HUANG Z J, et al. Numerical study on perforation damage and fragmentation of reinforced concrete slab under close-in explosion[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2024, 158: 107985.
- [6] SU H M, ZHU Z W, JIA W R, et al. Analysis of fractal and energy characteristics of low-temperature concrete under an impact load[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2025, 235: 104493.
- [7] LI Z H, LI X L, YIN S, et al. Deformation failure and acoustic emission response characteristics of water-containing concrete under impact load[J]. *Construction and Building Materials*, 2024, 412: 134729.
- [8] WANG Z H, BAI E L, ZHANG T, et al. Early-age mechanical properties and constitutive model of polystyrene concrete under impact load[J]. *Materials Today Communications*, 2023, 35: 106039.
- [9] LIU K X, YU W X, JIN L, et al. Influence of moisture content on compressive properties of concrete at cryogenic temperatures: Tests and formulations[J]. *Journal of Building Engineering*, 2025, 100: 111771.
- [10] JIANG Z W, HE B, ZHU X P, et al. State-of-the-art review on properties evolution and deterioration mechanism of concrete at cryogenic temperature[J]. *Construction and Building Materials*, 2020, 257: 119456.
- [11] YANG H T, YANG S C, LI X J, et al. Influence of SAP voids on the damage behavior of cement-based materials at cryogenic temperatures[J]. *Case Studies in Construction Materials*, 2025: e05700.
- [12] TIAN X, FANG Z, LIU S K, et al. Flexural fatigue behavior of ultra-high performance concrete under low temperatures[J]. *Cement and Concrete Composites*, 2024, 150: 105550.
- [13] HUO Y L, SUN H Y, CHEN Z T, et al. Mechanical properties and its reliability prediction of engineered/strain-hardening cementitious composites (ECC/SHCC) with different moisture contents at negative temperatures[J]. *Cement and Concrete Composites*, 2022, 134: 104812.
- [14] JIN L, LIU K X, ZHANG R B, et al. Effects of content and size of aggregate on the mechanical responses of concrete at cryogenic temperatures[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2022, 273: 108737.
- [15] 戴文占,张涛,王宝华,等.混凝土在超低温环境下的力学特性研究[J].*混凝土*,2014,(06):45-47+58.
JI W Z, ZHANG T,WANG B H. Mechanical properties of concrete in ultra-low temperature environment[J]. *Concrete*, 2014, 6: 45-47.
- [16] 金浏,范美好,余文轩,等. 低温下玄武岩纤维混凝土压缩破坏及尺寸效应试验研究[J]. *工程力学*, 2024,(200).
JIN L, FAN M Y, YU W X, et al. Experimental Study on Size Effect and on Compression Failure of Basalt Fiber Reinforced Concrete at Low Temperature [J]. *Engineering Mechanics*, 2024, (200) .
- [17] LI Y P, BAO X H, CHEN X S, et al. Investigation of dynamic performance of hybrid fiber-reinforced concrete with low-fiber-content[J]. *Construction and Building Materials*, 2025, 476: 141144.
- [18] ZHOU C F, DAI F, LIU Y, et al. Experimental assessment on the dynamic mechanical characteristics and cracking mechanism of hybrid basalt-sisal fiber reinforced concrete[J]. *Journal of Building Engineering*, 2024, 88: 109151.
- [19] NING Z Y, LIU Y H, WANG W B. Compressive behavior of hydraulic asphalt concrete under different temperatures and strain rates[J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2021, 33(4): 04021013.
- [20] CHI K Y, LI J, SHAO R Z, et al. Experimental study on impact behaviour of normal strength mortar at cryogenic temperatures and after freeze-thaw cycles[J]. *Construction and Building Materials*, 2024, 440: 137497.
- [21] CHI K Y, LI J, SHAO R Z, et al. Experimental exploration on impact characteristics of ultra-high performance concrete at low and cryogenic temperature[J]. *Journal of Building Engineering*, 2024, 98: 111478.

- [22] SHAO R Z, WU C Q, LI J, et al. Evaluation of high-strength concrete for lunar applications: Mechanical behaviour under static and dynamic loads at cryogenic temperatures[J]. *Construction and Building Materials*, 2024, 492: 142966.
- [23] ZHAI Y, MENG F D, LI Y B, et al. Research on dynamic compression failure characteristics and damage constitutive model of sandstone after freeze - thaw cycles[J]. *Engineering failure analysis*, 2022, 140: 106577.
- [24] ZHU Z Z, KANG G Z, MA Y, et al. Temperature damage and constitutive model of frozen soil under dynamic loading[J]. *Mechanics of Materials*, 2016, 102: 108-116.
- [25] LI J H, YANG L Y, XIE H Z, et al. Research on impact toughness and crack propagation of basalt fiber reinforced concrete under SHPB splitting test[J]. *Journal of Building Engineering*, 2023, 77: 107445.
- [26] LIU L, HE Z, CAI X H, et al. Application of low-field NMR to the pore structure of concrete[J]. *Applied Magnetic Resonance*, 2021, 52(1): 15-31.
- [27] WANG Y Z, YANG W C, ZHANG A, et al. Investigating icing behavior in cementitious material during freeze-thaw using low-temperature low-field NMR[J]. *Cement and Concrete Research*, 2024, 175: 107378.
- [28] TU Z G, LU Y. Evaluation of typical concrete material models used in hydrocodes for high dynamic response simulations[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2009, 36(1): 132-146.
- [29] WHITTAKER B N, SINGH R N, SUN G X. *Rock fracture mechanics: principles, design and applications*[M]. Amsterdam: Elsevier, 1992.
- [30] HILLERBORG A, MODEER M, PETERSSON P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. *Cement and concrete research*, 1976, 6(6): 773-781.
- [31] HERRMANN W. Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials[J]. *Journal of applied physics*, 1969, 40(6): 2490-2499.
- [32] XU H, WEN H M. A computational constitutive model for concrete subjected to dynamic loadings[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 91: 116-125.
- [33] ABDEL-KADER M. Modified settings of concrete parameters in RHT model for predicting the response of concrete panels to impact[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2019, 132: 103312.
- [34] ZHANG F L, ZHU Z W, MA W, et al. A unified viscoplastic model and strain rate - temperature equivalence of frozen soil under impact loading[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2021, 152: 104413.
- [35] ZHAO S S, NING J G, XU X Z. Analysis model of double-layer targets of projectile penetration into concrete/rock considering interface effects[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2025: 105567.
- [36] 柳兴旺, 邓旭艳, 秦青阳, 等. 块石混凝土遮弹层界面对抗侵彻性能影响的数值模拟研究[J]. *高压物理学报*, 2023, 37(02): 107-120.
- LIU X W, DENG X Y, QIN Q Y, et al. Numerical Investigation on Effect of Interface Modelling of Rock-Rubble Shielding Overlays on the Anti-Penetration Capability[J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2023, 37(02): 107-120.

A Constitutive Model for Concrete under Low-Temperature Conditions and Its Application in Penetration Simulations

YU Baoxiang, NING Jianguo, XU Xiangzhao

(State Key Laboratory of Explosion Science and Safety Protection, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: In polar resource development and high-latitude cold-region engineering, concrete structures are frequently subjected to the coupled effects of low temperatures and dynamic loading. To accurately investigate the mechanical response under these conditions, Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) tests were conducted within a temperature range of 20 °C to -20 °C, and the properties of concrete under different temperatures and strain-rates were characterized. Based on the experimental findings, an improved dynamic damage constitutive model was developed by incorporating the temperature coefficient into the damage evolution equation. This model was further integrated with the Equation of State (EOS) and the RHT yield criterion to fully account for low-temperature effects. The proposed model was numerically implemented via a Fortran-based Vectorized User Material (VUMAT) subroutine. The accuracy of this user-defined model was rigorously verified by comparing numerical stress waveforms and fracture morphologies with SHPB experimental results. Finally, the validated model was applied to simulate projectile penetration into low-temperature concrete targets. The results demonstrate that low temperatures significantly inhibit penetration damage and reduce penetration depth. This phenomenon is attributed to the combined filling and bonding effects of pore ice, which enhance the target's resistance to impact and large deformations. These findings provide a solid theoretical basis and numerical framework for the impact-resistant design and safety assessment of structures in cold regions.

Keywords: concrete; dynamic loading; low temperature; constitutive model; penetration; damage