

梯度泡沫金属冲击波形调控的逆向设计与边界效应研究*

殷江南^{1,2,3}, 杨强⁴, 高金翎^{1,2,3}, 刘小川⁴, 刘家贵^{1,2,3}, 卢天健^{1,2,3}

(1. 南京航空航天大学航空学院, 江苏 南京 210016;

2. 南京航空航天大学多功能轻量化材料与结构工信部重点实验室, 江苏 南京 210016;

3. 南京航空航天大学航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 江苏 南京 210016;

4. 中国飞机强度研究所强度与结构完整性全国重点实验室, 陕西 西安 710065)

摘要: 为实现航空安全测试等领域对高冲击量值波形的精准生成, 研究了梯度泡沫金属在不同边界条件下的冲击波形调控机制。基于质量与动量守恒定律, 分别建立了自由边界与弹性边界下梯度泡沫金属冲击波形发生理论模型; 进一步提出了一种基于平均相对密度约束与高斯-牛顿迭代的密度梯度反向设计方法, 实现了从目标加速度波形到材料密度梯度分布的逆向求解。有限元结果表明, 该方法在不同边界下均能有效生成目标波形, 如三角波和半正弦波。研究还发现: 自由边界更适合生成高幅值、宽脉宽波形, 而弹性边界则可通过刚度调节改善低幅值波形的可实现性; 边界条件虽不改变冲击持续时间, 但对波形形状产生显著影响。此外, 若相邻层间的阻抗差异过大, 将导致波形波动加剧, 从而影响波形生成精度。所提出的密度梯度反向设计策略具有良好的通用性, 为高冲击测试技术的自主发展提供了理论支撑与实用化设计工具。

关键词: 波形调控; 梯度泡沫金属; 密度梯度设计; 边界; 高冲击量值

中图分类号: O347.1; O521.9; TG146.21

文献标识码: A

高冲击量值波形的精准可控生成是航空安全与武器装备等领域极端环境测试的核心技术, 例如, 在飞行数据记录器(俗称“黑匣子”)的抗冲击验证中, 国际适航标准明确要求其能够承受峰值 3400 g、脉宽 6.5 ms 的半正弦或者梯形冲击波^{[1]-[2]}。泡沫金属因其轻质、波形可调控及结构可设计等优点, 成为调控冲击应力波传播的理想材料载体^{[3]-[6]}, 而通过对其密度分布进行梯度化设计, 则有望实现任意目标波形的精准定制, 从而突破传统试错方法的局限, 为我国相关测试技术的发展提供关键路径。

现有高冲击波形发生技术中, 空气炮因适配性强、成本可控成为主流方案。然而, 国内现有技术多依赖于缓冲材料的组合试错, 导致波形可控性差且缺乏定量理论指导^{[7]-[8]}; 国外虽已实现标准波形的有效生成, 但其靶体设计细节严格保密^[9]。在泡沫材料的动态力学行为研究方面, 学界已对应变率效应、变形模式转变、临界速度以及多种一维本构模型(如 R-PP-L、E-RP-R、(D-)R-PH 等)开展了广泛探讨, 这些模型被证实能够有效描述冲击载荷下的材料响应^{[10]-[18]}。梯度泡沫的引入进一步拓展了波形调控的可能性, 但现有研究多集中于耐撞性设计与爆炸波模拟等领域^{[4]-[19]-[21]}, 对于如何通过梯度设计实现任意指定冲击波形(如适航标准所需的半正弦波、梯形波)的精准生成, 仍缺乏系统且通用的逆向设计理论与方法。此外, 现有梯度设计多依赖预设分布函数或参数化优化^{[22]-[23]}, 受形式约束较强, 难以适应复杂波形的生成需求。特别值得关注的是, 当前研究大多局限

*收稿日期: 2026-03-06; 修回日期: 2026-04-20

基金项目: 国家自然科学基金(11872072); 航空基金(20230041052001)

作者简介: 殷江南(2000-), 男, 硕士研究生, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: jn_yin@nuaa.edu.cn

通讯作者: 刘家贵(1985-), 男, 博士, 副研究员, 主要从事爆炸力学和冲击动力学研究. E-mail:

jiaguiliu@nuaa.edu.cn

于单一边界条件（刚性或自由边界），对于不同边界下梯度泡沫金属的波形调控规律及其设计方法，尚缺乏系统的比较与深入探讨。因此，如何在不同边界下根据目标加速度波形反演对应的密度梯度分布，仍是该领域亟待解决的关键问题。

针对上述问题，本研究聚焦梯度泡沫金属的冲击波形调控机制，以高冲击量值波形的精准生成为目标，开展系统性研究。首先，基于质量与动量守恒定律，分别构建自由边界和弹性边界下的冲击波形发生理论模型；在此基础上，引入平均相对密度作为约束条件，结合高斯-牛顿迭代算法，提出一种不依赖预设分布形式的密度梯度反向设计策略；最后，通过有限元仿真对理论模型与设计策略进行验证，完成对典型目标波形的逆向材料设计。本研究为高冲击量值测试技术的自主发展提供了理论支撑与实用设计方法。

1 不同边界下泡沫金属梯度设计

1.1 多孔材料中的冲击波

受到高速撞击时，多孔材料内部的孔隙结构产生压溃，压溃的传播形式上满足冲击波守恒关系，故也将压溃波称为冲击波。以刚性质量块高速撞击多孔材料柱为例，如图 1 所示，则一维冲击波的波阵面以速度 D 向右柱中传播，波前波后材料粒子速度分别为 u_0 和 u ；为使推导更加简洁，假定多孔材料柱初始状态为静止，即 $u_0 = 0$ 。一维冲击波波阵面前后质量守恒和动量守恒，即

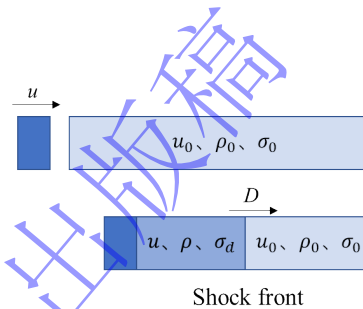


图 1 冲击波基本传播机制示意图
Fig.1 Schematic diagram of basic shock wave propagation mechanisms

$$\rho_0 D = \rho(D - u) \quad (1)$$

$$\sigma_d - \sigma_0 = \rho_0 D u \quad (2)$$

假设多孔材料中冲击波速度和粒子速度满足线性关系，即

$$D = c_0 + \lambda u \quad (3)$$

就一般固体材料而言，在粒子速度不是特别高的情况下，线性假设具有较高的精度，式（3）称为冲击 Hugoniot 关系， c_0 和 λ 是材料参数，且 c_0 约等于材料体积波波速。

将质量守恒关系式（1）改写成应变形式

$$\varepsilon = \frac{u}{D} \quad (4)$$

整合动量守恒关系式（2）、冲击 Hugoniot 关系和上式，消去各速度量，可得

$$\sigma_d = \sigma_0 + \rho_0 c_0^2 \frac{\varepsilon}{(1 - \lambda \varepsilon)^2} \quad (5)$$

式（5）就是冲击波物理中常用的 Hugoniot 冲击绝热线，包含了冲击波波阵面前后的质量守恒、动量守恒以及材料特性等三个方程，描述的是冲击波波阵面上压力与体积变形之间的关系。Barnes 等^[8]通过对开孔泡沫开展大量试验，验证了该关系式的正确性，更准确地说是验证了多孔材料中冲击波速度和粒子速度满足线性关系（公式（3））这一假设的正确性。

严格意义上讲，公式（5）是一条状态线，即由不同强度冲击波波后状态组成的曲线，其上每一个点代表一个冲击波状态；而非一条过程线，即没有一个真实过程使其状态沿着这条曲线应变增加或降低。但是，这并不影响该公式在分析冲击波过程中被直接使用，比如，Zheng 等^[12]提出了 R-PH 模型

$$\sigma_d = \sigma_0 + C \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)^2} \quad (6)$$

其中, σ_0 和 C 是两个材料参数。

R-PH 模型其实是将式 (5) 中的 λ 取 1。对于孔隙率较高的多孔材料, 比如这里讨论的泡沫类材料, λ 大于且近似趋近于 1^{[24]-[25]}。对比式 (5) 和 (6) 可知, σ_0 和 C 均具有物理含义: σ_0 是材料强度, 即弹性先驱波波后的应力 (Hugoniot 弹性极限), $C (= \rho_s \rho c_0^2)$ 可视为一个等效体积模量。当然, Zheng 等^[12]将 R-PH 模型视为一个材料模型后, σ_0 和 C 需通过试验进行拟合以使得与真实数据符合地更好, 特别是多孔材料在撞击后发生高速变形产生冲击波时, 就有了 D-R-PH 模型, 即 Hugoniot 弹性极限略高于多孔材料在准静态下的强度。

需要说明的是, 本节所述冲击波守恒关系与材料本构模型, 同样适用于主动撞击情形, 仅需将参考系转换至泡沫柱初始静止状态即可。在多孔材料柱有初始速度或反向撞击刚性壁等工况下, 以上推导结果并不会改变。该材料模型的引入使得无需再考虑冲击波守恒关系, 可以简化多孔材料中冲击波传播的分析。

1.2 冲击波形发生模型

本节利用泡沫金属高速撞击时波形可调控的特性以及泡沫金属中一维应力波的传播规律, 构建密度梯度泡沫金属撞击刚性块在弹性边界和自由边界下产生高冲击量值加速度波形的控制方程。

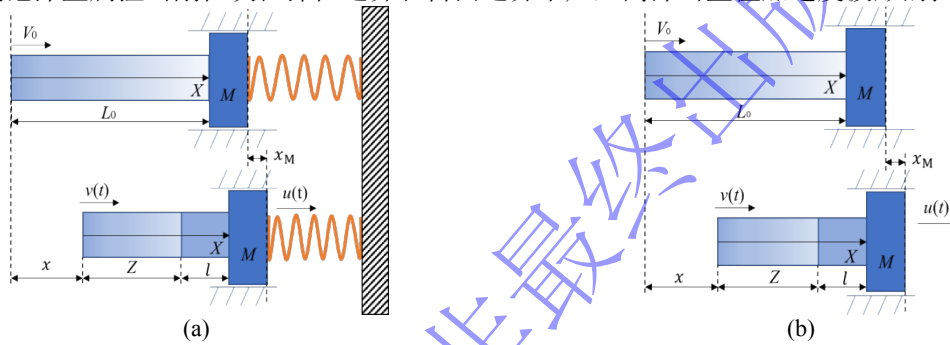


图 2 梯度泡沫金属冲击刚性块示意图: (a) 弹性边界, (b) 自由边界

Fig.2 Schematic of a gradient metallic foam cylinder impacting a mass: (a) free boundary; (b) elastic boundary

如图 2 (a)所示, 考虑长度为 L_0 的密度梯度泡沫金属杆以初速度 V_0 冲击一质量为 M 的刚性块, 刚性块被限制只能沿 X 方向运动且与刚性壁之间存在刚度系数为 k_s 的弹簧。已知杆的相对密度 $\bar{\rho}(Z)$ 为关于拉格朗日坐标的函数, 设自由端为拉格朗日坐标的起点。设撞击时刻为 0 时刻, 撞击产生一个沿杆负向传播的一维平面冲击波, 波阵面后方压实密度为 $\rho_d(Z)$ 。假设在 t 时刻, 冲击波到达位置 $Z(t)$, 波后压实段长度为 l , 并与刚性块共同移动, 移动距离为 x_M , 此时泡沫金属杆的自由端位移 x 由杆因压缩变形缩短的长度 x_f 和刚性块前进位移 x_M 组成

$$x = x_f + x_M \quad (7)$$

拉格朗日坐标下的波阵面位置 Z 与压实段长度 l 和杆缩短长度 x_f 有如下几何关系

$$L_0 - Z = x_f + l \quad (8)$$

一维应变波假设下, 认为泡沫金属杆变形前后横截面面积不变, 记为 A_0 。取波阵面前一小段微元, 认为在这段微元内相对密度和波前速度均为常数。由于 Z 向右为正, $-dZ$ 表示的是微元的长度, 因此根据跨波阵面质量守恒

$$\rho_s \bar{\rho}(Z) A_0 (-dZ) = \rho_d(Z) A_0 dl \quad (9)$$

即

$$\frac{dl}{-dZ} = \frac{\rho_s \bar{\rho}(Z)}{\rho_d(Z)} \quad (10)$$

其中, ρ_s 是基体密度, $-dZ$ 和 dl 分别是同一微元段材料在初始状态和压实状态的长度。按照名义应变的定义, 波后轴向应变可由上式导出

$$\varepsilon(Z) = \frac{-dZ - dl}{-dZ} = 1 - \frac{\rho_s \bar{\rho}(Z)}{\rho_d(Z)} \quad (11)$$

考虑到压实段与刚性块一起运动, 速度相同, 对公式 (7) 求微分

$$v(t) - u(t) = \frac{d(x - x_M)}{dt} = \frac{dx_f}{dt} \quad (12)$$

$v(t)$ 和 $u(t)$ 分别是泡沫金属波前和波后粒子速度。对公式 (8) 进行微分导入上式, 并考虑到公式 (10) 和 (11), 可以得到波前和波后速度差与冲击波速度与该波阵面位置应变间的关系

$$v(t) - u(t) = -\frac{dZ}{dt} \varepsilon(Z) \quad (13)$$

其中 dZ/dt 是拉格朗日坐标系下冲击波速度。

对波前未压缩段运用动量定理

$$\sigma_0(Z) = -\left[\rho_s \int_0^Z \bar{\rho}(X) dX \right] \frac{dv}{dt} \quad (14)$$

其中, $\sigma_0(Z)$ 是多孔材料屈服强度。需要说明的是, 在多孔材料一维冲击波传播理论框架下, 认为弹性波波速远快于冲击波, 故冲击波波前压力为材料屈服强度 (或者说是 Hugoniot 弹性极限 $\sigma_{HEL} > \sigma_0$)。

同样地, 对波后压缩段和刚性块运用动量定理

$$\sigma_d(Z) = \left(\frac{M}{A_0} + \rho_s \int_Z^{L_0} \bar{\rho}(X) dX \right) \frac{du}{dt} + \frac{k_s}{A_0} \int_0^t u(t) dt \quad (15)$$

式中 σ_d 为波后轴向压实应力。

忽略边界对系统的摩擦, 对整个系统运用冲量定理, 弹性边界作用力等于泡沫金属杆与刚性块的动量变化率, 即

$$-k_s \int_0^t u(t) dt = \frac{d}{dt} \left\{ \left[A_0 \rho_s \int_0^Z \bar{\rho}(X) dX \right] v(t) + \left[M + A_0 \rho_s \int_Z^{L_0} \bar{\rho}(X) dX \right] u(t) \right\} \quad (16)$$

上式右边整理后得

$$-k_s \int_0^t u(t) dt = \left[A_0 \rho_s \int_0^Z \bar{\rho}(X) dX \right] \frac{dv}{dt} + \left[M + A_0 \rho_s \int_Z^{L_0} \bar{\rho}(X) dX \right] \frac{du}{dt} + A_0 \rho_s \bar{\rho}(Z) \frac{dZ}{dt} [v(t) - u(t)] \quad (17)$$

即

$$\sigma_d(Z) - \sigma_0(Z) = \rho_s \bar{\rho}(Z) \frac{dZ}{dt} [u(t) - v(t)] \quad (18)$$

对于反向撞击情形, 多孔材料中冲击波速度和粒子速度的线性关系表示为

$$D - v(t) = -c_0 + \lambda[u(t) - v(t)] \quad (19)$$

值得注意的是, D 是欧拉坐标系下的冲击波速度, 与拉格朗日坐标系下的冲击波速度 dZ/dt 之间满足

$$\frac{dZ}{dt} = D - v(t) \quad (20)$$

将 (19) 式代入 (20) 式有

$$\frac{dZ}{dt} = -c_0 + \lambda[u(t) - v(t)] \quad (21)$$

再将 (21) 式代入 (18) 式得

$$\sigma_d = \sigma_0 + \rho_s \bar{\rho}(Z)[v(t) - u(t)]\{c_0 + \lambda[v(t) - u(t)]\} \quad (22)$$

事实上, 带入公式 (13) 和 (19) 后, 公式 (22) 和公式 (5) 是等价的, 这也就是多孔材料的冲击绝热线可以用 (D-) R-PH 模型来描述的原因。为了求解冲击波位置、粒子速度等信息, 利用公式 (22) 更为方便。

由此得到的式 (14)、(15)、(21) 和 (22) 为弹性边界下冲击波形发生模型。若将刚度系数取为 0, 则可退化为自由边界下冲击波形发生模型, 见图 2 (b)。

该模型中既有微分又有积分, 难以获得其解析解, 但可采用数值方法求解, 如四阶龙格库塔法。

1.3 密度梯度设计策略

在弹性边界下, 根据波形发生理论模型, 若已知方程组中刚性块质量 M 、多孔杆的横截面积 A_0 、基体密度 ρ_s 、材料参数 σ_0 、 c_0 、 λ 以及弹簧刚度系数 k_s , 则剩余五个未知数为相对密度分布 $\bar{\rho}(X)$ 、波阵面位置 $Z(t)$ 、质量块速度 $u(t)$ 、杆自由端速度 $v(t)$ 以及杆长 L_0 。给定 $\bar{\rho}(X)$ 和 L_0 , 通过数值方法可以求解出任意时刻的 $Z(t)$ 、 $u(t)$ 和 $v(t)$, 也就是正向求解冲击响应。但若想要通过给定冲击响应 $a_M = du/dt$ 来求解 $\bar{\rho}(X)$, 只知道 a_M 和杆长 L_0 还不够。公式 (17) 右端, 在 t 时刻, 冲击波到达 Z 位置、 $\bar{\rho}(X)$ 在压实段已求出、公式 (21) 确定了 Z/dt 与 v 和 u 的内在关系, 需要求解当下相对密度 $\bar{\rho}(X)$, 还需要知道右端第一项的积分也就是未压实段的质量。直接求解时是无法先验知道冲击波未到达位置的信息的, 因此尚需补充一个已知参数。自由边界下波形发生模型同理。

鉴于此, 本文引入泡沫杆的平均相对密度 $\bar{\rho}_r$ 作为已知参数, 在此基础上进行密度梯度的封闭求解 ($\bar{\rho}_r$ 也可根据目标进行优化), 则未压缩段质量为

$$A_0 \rho_s \int_0^Z \bar{\rho}(X) dX = A_0 \rho_s \bar{\rho}_r L_0 - A_0 \rho_s \int_Z^{L_0} \bar{\rho}(X) dX \quad (23)$$

于是, 自由端的加速度 (14) 式可改写为

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\sigma_0}{\rho_s \left(\bar{\rho}_r L_0 - \int_Z^{L_0} \bar{\rho}(X) dX \right)} \quad (24)$$

设波前段具有加速度 $a_r = dv/dt$, 拉格朗日坐标系下冲击波速度 $V_Z = dZ/dt$, 则可分别将两种边界下的冲击波形发生模型进行时间离散, 即 $t = (k-1)\Delta t$, $k=1, 2, \dots$ 。于是有

$$\left\{ \begin{aligned} a_M^k &= \frac{\sigma_0(\bar{\rho}_k) + \rho_s \bar{\rho}_k (v^k - u^k) [\lambda(v^k - u^k) + c_0(\bar{\rho}_k)] - \frac{1}{2} k_s \sum_{i=1}^{k-1} (u^i + u^{i+1}) \Delta t}{M / A_0 + \sum_{i=1}^{k-1} \rho_s \bar{\rho}_i |\Delta Z^i|} \\ a_r^k &= -\frac{\sigma_0(\bar{\rho}_k)}{\rho_s \bar{\rho}_r L_0 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_s \bar{\rho}_i |\Delta Z^i|} \\ V_Z^k &= -[\lambda(v^k - u^k) + c_0(\bar{\rho}_k)] \end{aligned} \right. \quad (25)$$

其中, 在自由边界下 k_s 取 0, $v^1 = V_0$ 、 $u^1 = 0$ 、 $\sum_{i=1}^0 \rho_s \bar{\rho}_i |\Delta Z^i| = 0$ 、 $\sum_{i=1}^0 (u^i + u^{i+1}) = 0$ 。

因此, $t = (k+1)\Delta t$ 时刻的自由端速度、刚性块速度和波阵面位置可由 $t = k\Delta t$ 时刻求出, 即

$$\begin{cases} u^{k+1} = u^k + a_M^k \Delta t \\ v^{k+1} = v^k + a_f^k \Delta t \\ Z^{k+1} = L_0 + \sum_{i=1}^k \Delta Z^i \end{cases} \quad (26)$$

其中, $\Delta Z^i = V_Z^i \Delta t$ 。

以弹性边界为例, 根据 (26) 式中第一式, 在已知泡沫金属杆的材料参数和横截面积、刚性块质量和加速度的情况下, 给定初始速度 V_0 , 可计算出冲击开始时刻撞击端的初始相对密度 $\bar{\rho}_1$ 。将 $\bar{\rho}_1$ 代入 (26) 式中的第二、三式, 可计算出 a_f^1 、 V_Z^1 ; 再给定梯度多孔金属杆长度 L_0 、平均相对密度 $\bar{\rho}_f$ 和刚度系数 k_s , 即可通过 (27) 式, 求出下一时刻未压缩段的速度 v 和波阵面位置 Z 。压实段与刚性块共同速度 u 则可由已知加速度计算得出。重复以上过程, 便能计算出密度分布和冲击时间。

由此可见, V_0 、 L_0 、 $\bar{\rho}_f$ 、 k_s 的选择对波形设计至关重要。2.1 节将结合算例, 介绍如何合理确定这些参数。

2 结果与讨论

为验证上一节所推导的控制方程及密度梯度设计策略的有效性, 以泡沫铝杆冲击为例进行算例设计, 并讨论在两种边界下进行梯度设计的区别。首先, 针对波形设计相关参数需有一种合理地选择方式, 再在此基础上根据需求设计密度梯度, 最后使用仿真手段验证设计结果。

2.1 波形设计参数讨论

要实现控制方程及密度梯度设计离散方程的求解, 首先需确定泡沫铝的材料参数, 而其中 c_0 和 λ 的确定需针对不同相对密度的泡沫金属开展大量飞片实验, 实验成本较高且难度较大。但是根据 1.1 节的讨论, Hugoniot 冲击绝热线与 R-PH 模型之间存在关系, 同时 R-PH 模型中的参数可通过准静态压缩实验拟合得到, 并且与相对密度存在如下幂律关系

$$\begin{cases} \sigma_0 = \sigma_s k_1 \bar{\rho}^{n_1} \\ C = \sigma_s k_2 \bar{\rho}^{n_2} \end{cases} \quad (27)$$

式中, σ_s 为基体屈服强度, k_1 、 n_1 、 k_2 、 n_2 为拟合参数。

因此, 可采用 R-PH 模型替代 Hugoniot 冲击绝热线, 通过拟合泡沫金属的准静态压缩应力-应变曲线获得的材料参数 (见表 1)。

泡沫铝杆其他相关参数设置如表 1, 并假设刚性块被撞击后以恒定加速度运动

$$a_M = 3400g, t \in [0, 1] \text{ ms} \quad (28)$$

其中, g 为重力加速度, 取 9.8 m/s^2 。

表 1 泡沫铝相关参数

Table 1 Relevant parameters of aluminum foam

A_0 / mm^2	$\rho_s / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	σ_s / MPa	E_s / GPa	k_1 [26]	n_1 [26]	k_2 [26]	n_2 [26]
7854	2700	165	69	0.58	1.69	0.47	1.94

Note: E_s 为基体弹性模量。

从公式 (25) 或者 (26) 中的第一式可知, 加速度已知时, V_0 与初始相对密度 $\bar{\rho}_1$ 存在一一对应关系, 故可选择一个合理的 $\bar{\rho}_1$ 来确定撞击速度 V_0 。与此相较, k_s 、 L_0 与 $\bar{\rho}_f$ 的确定更为复杂。

相较于弹性边界, 自由边界的设计参数更少, 分析更为简单, 因此先在自由边界下进行讨论。以 $V_0 = 170 \text{ m/s}$ 、 $M = 4.2 \text{ kg}$ 、 $\Delta t = 0.005 \text{ ms}$ 、 $L_0 = 0.1 \text{ m}$, $\bar{\rho}_f$ 从 0.14 至 0.22 间隔取点为例, 计算得到不同平均相对密度下泡沫铝杆相对密度随拉格朗日坐标的分布, 如图 3 所示; 由此积分可得压

实段的质量 m_f ，再根据泡沫铝杆总质量减去压实段的质量，得到未压缩段质量 $m_r (= \rho_s \bar{\rho}_f L_0 A_0 - m_f)$ 。定义未压缩段质量与冲击波未到达部分的长度（剩余长度 Z_r ）之比再比上基体密度与横截面积的乘积为剩余相对密度 $\bar{\rho}_r$ ，即

$$\bar{\rho}_r = \frac{m_r}{Z_r A_0 \rho_s} \quad (29)$$

$L_0 = 0.1$ 时，不同平均相对密度下，剩余相对密度随剩余长度变化如图 4 所示。从图中可发现 $\bar{\rho}_f = 0.22$ 时，剩余长度仅有 0.4 mm，剩余相对密度为 11.4，远高于 1。出现这种现象是由于设置参数不合理所导致的，同时也说明此时冲击波未到达部分在理论上不再是泡沫结构而是密实结构，故可将其视为背衬一质量块泡沫杆撞击情形。然而，质量块的存在将导致冲击波传播至接近泡沫杆尾部时，质量块与压实部分存在相对速度（图 5），而后续波形无法采用本文的理论预测。

导致这一情况出现的原因可能是给定的泡沫杆初始动能高于其所能吸收的最大能量和刚性块的最最终动能之和，多余能量使得冲击波传播至接近泡沫杆尾部时，未压缩段的速度高于压实段。为避免这种情况，需提高泡沫杆的吸能能力。一种有效的方式是将 L_0 取得足够长，再根据所需冲击时间动态调整 $\bar{\rho}_f$ 。同时，由于未压缩段密度分布对冲击响应没有影响，为节省泡沫铝用量，可将未压缩部分等效为图 6 中的质量块。值得一提的是， m_r 可取范围有限，过大可能会产生“双波”现象。

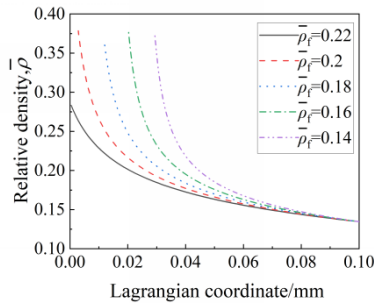


图 3 不同 $\bar{\rho}_f$ 下相对密度随拉格朗日坐标的分布
Fig.3 Distribution of relative density with Lagrangian coordinates for different values of $\bar{\rho}_f$

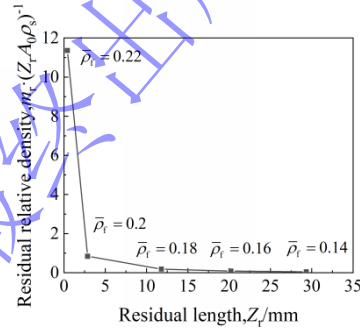


图 4 不同 $\bar{\rho}_f$ 下剩余相对密度随剩余长度变化
Fig.4 Residual relative density plotted as a function of residual length for different values of $\bar{\rho}_f$

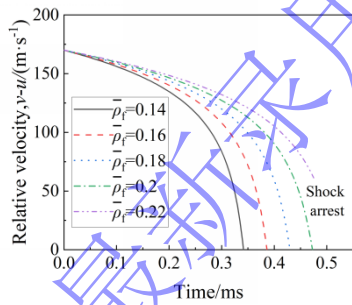


图 5 不同 $\bar{\rho}_f$ 下相对速度随时间变化曲线
Fig.5 Relative velocity plotted as a function of time for different values of $\bar{\rho}_f$

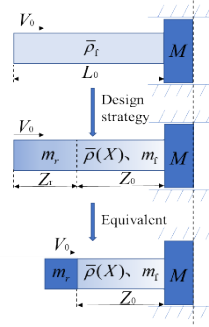


图 6 梯度泡沫杆设计优化示意图
(Z_0 为冲击波波头位置)

Fig.6 Design optimization of gradient foam rod
(Z_0 is the position of shock wave front)

同样，在弹性边界条件下，仍需将 L_0 取得足够长，再依据设计的冲击时间动态调整刚度系数和平均密度，而将未压缩部分等效为质量块。与自由边界条件相比，在弹性边界条件下需要同时动态调整刚度系数和平均密度，这使得通过手动调参难以获得最优解。因此，针对这类多参数优化问题，可采用高斯-牛顿迭代法进行求解，流程见图 7。将任意给定参数计算出的冲击时间与设计时间 T_0 做差得到残差函数

$$\begin{aligned} \text{自由边界: } r &= T_0 - f(\bar{\rho}_f) \\ \text{弹性边界: } r &= T_0 - f(\bar{\rho}_f, k_s) \end{aligned} \quad (30)$$

其中, 计算得到的冲击时间 $t = f(\bar{\rho}_f)$ 或者 $t = f(\bar{\rho}_f, k_s)$ 。

定义收敛判据

$$\begin{cases} \max \frac{|\Delta T_n|}{T_{n+1}} < \varepsilon_1, n = 0, 1, 2, \dots \\ \max |r| < \varepsilon_2 \end{cases} \quad (31)$$

其中, ε_1 、 ε_2 为给定的允许误差率, ΔT_n 、 T_{n+1} 分别表示第 $n+1$ 次迭代后的增量和时间。

值得注意的是, 冲击时间对相对密度与弹簧刚度的敏感程度不一样, 且它们的量级相差很大, 直接用于迭代会出现奇异矩阵, 使得增量计算错误, 需要对这两个参数分别选择合适的扰动值并进行合理的缩放, 使其在相近量级。

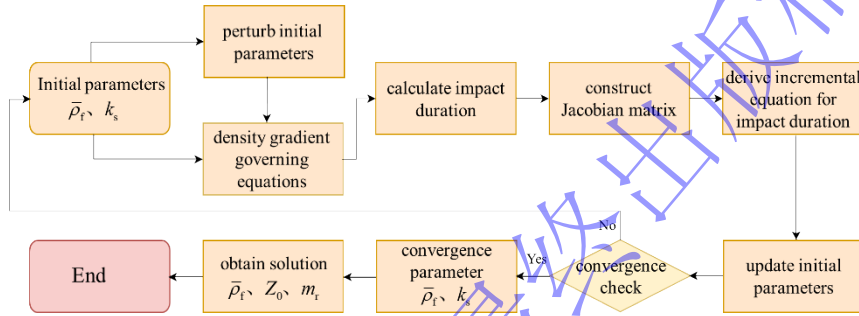


图7 梯度多孔杆迭代设计流程图

Fig.7 Flowchart of iterative design for graded porous rod

2.2 不同边界下波形设计

为了比较两种边界下设计出的密度梯度的区别, 假设泡沫铝撞击刚性质量块后, 被撞质量块分别以三角加速度和正弦加速度运动, 以此反向求解相对密度分布。需说明的是, 正弦加速度并非完全的正弦函数, 而是正弦波的一部分, 其图像与坐标轴围成的面积等于函数

$a_M = 3400g \times \sin[2\pi t / 3]$ 在 $t \in [0, 1.5]$ ms 的积分值。以上设计需求在不同边界下的具体表达式见表2, 初始参数和已知条件见表3。

分别将表3中初始参数 ($\bar{\rho}_f$ 或者 $\bar{\rho}_f$ 、 k_s) 代入自由边界和弹性边界的密度梯度求解方程, 得到的冲击时间作为高斯牛顿迭代的初始值, 合理设置允许误差率 (自由边界: $\varepsilon_1 = 0.003$, $\varepsilon_2 = 0.05$, 弹性边界: $\varepsilon_1 = 0.03$, $\varepsilon_2 = 0.01$), 分别进行迭代直至收敛。随后, 将收敛参数分别代入对应边界下密度梯度求解方程, 分别得到冲击波波头位置和相对密度分布, 如图8所示。由此积分可得压实段的质量, 再根据泡沫铝杆总质量减去压实段的质量, 得到未压缩段质量, 从而获得泡沫杆等效模型, 见表4。以此进行加速度曲线的理论和仿真计算见2.3.2节。

表2 两种边界下设计需求

Table 2 Design requirements under two types of boundaries

Boundary	Acceleration
Free boundary	$a_M = 3400g \times \sin[2\pi(t + 0.53) / 4.243], t \in [0, 1.09]$ ms
Elastic boundary	$a_M = -3400g \times (t - 1), t \in [0, 1]$ ms

表3 密度梯度反向设计输入参数

Table 3 Input parameters for inverse density gradient design

A_0/mm^2	M/kg	$\Delta t/\text{ms}$	L_0/m	$\bar{\rho}_f$	$v^1(\bar{\rho}_f)/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$		$k_s/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	
					Triangular	Sinusoidal	Triangular	Sinusoidal

	1963	1	0.002	1	0.1	230(0.089)	170(0.095)	2×10^6	10^6
--	------	---	-------	---	-----	------------	------------	-----------------	--------

对于三角加速度模拟, 在加速度靠近零时, 即靠近自由端处, 相对密度在较窄的拉格朗日坐标范围内急剧上升(图 8(c)、(d)虚线处), 这对于生产制造梯度变化剧烈的泡沫铝带来一定困难, 且在一定程度上会降低拟合精度。若考虑将相对密度急剧上升段进行优化, 将其也等效为质量块能为方便地解决该问题。优化后的泡沫铝杆长度缩短了, 但梯度不变。

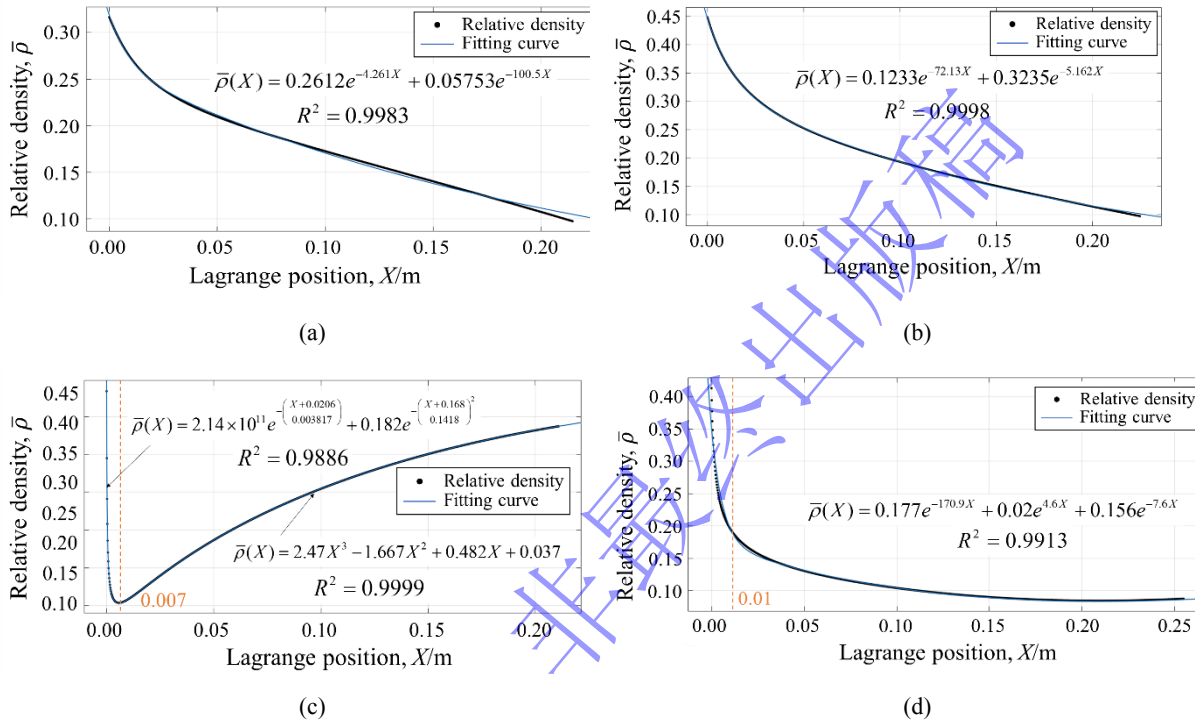


图 8 不同边界下迭代后相对密度分布: 自由边界下模拟正弦加速度 (a) 和三角加速度 (c), 弹性边界下模拟正弦加速度 (b) 和三角加速度 (d)

Fig.8 Relative density distribution after iteration under different boundary conditions: simulated sinusoidal (a) and triangular (c) acceleration waveforms under free boundary conditions; simulated sinusoidal (b) and triangular (d) acceleration waveforms under elastic boundary conditions.

表 4 泡沫铝密度梯度反向设计等效模型

Table 4 Equivalent model for inverse density gradient design of aluminum foam

Acceleration	Boundary	$\bar{\rho}(X)$	Z_0 /m	m_t /kg	k_s /($\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1}$)
$a_M = 3400g \times \sin[2\pi(t+0.53)/4.243]$, $t \in [0, 1.09]$ ms	Free boundary	$0.2612e^{-4.261X} + 0.05753e^{-100.5X}$	0.2146	0.038	/
	Elastic boundary	$0.1233e^{-72.13X} + 0.3235e^{-5.162X}$	0.2247	0.0557	1.18
$a_M = 3400g \times (t-1)$, $t \in [0, 1]$ ms	Free boundary	$2.466X^3 - 1.621X^2 + 0.4611X + 0.03995$ (After optimization)	0.2046	0.0014	/
	Elastic boundary	$(5.374 + 61.87X - 149.4X^2)^{-1}$ (After optimization)	0.2446	0.017	3.92

2.3 密度梯度设计策略有效性

2.3.1 有限元模型

为了验证所推导控制方程与反向设计策略的有效性，使用商业有限元软件（Abaqus）对两种边界冲击工况进行了模拟。根据表 3 和表 4 中数据，在 Abaqus 中分别建立梯度泡沫金属杆撞击自由刚性块和弹性刚性块的有限元模型。

背衬质量块、刚性块、刚性壁均用三维离散刚体表示，弹性边界采用弹簧模拟。根据上一节得出的相对密度分布形式，杆的相对密度靠近自由端上升较快，而远离自由端上升较缓。因此，在快速上升段均分为 5 段，其余部分均分为 5 段，分别将每个区域中间位置的材料参数赋予整个区域以实现密度梯度。泡沫杆横截面直径为 50 mm，采用沙漏控制的 C3D8R 单元进行网格扫略。背衬质量块使用 tie 约束与杆自由端刚性固定。杆与质量块之间的切向行为使用罚函数表示，定义摩擦系数为 0.02。使用连接两点的方式模拟弹簧，一点设置在质量块上，一点设置在全固定的刚性壁上，两点间距设置为 100 mm。整个杆和背衬质量块被同时赋予一瞬时初速度。

泡沫铝杆采用各向同性可压缩泡沫本构，其屈服面定义如下^[27]

$$F = \sqrt{q^2 + \alpha^2 p^2} - B = 0 \quad (32)$$

式中， q 为 Mises 应力， p 为静水压力， B 为屈服椭圆的竖轴长度， α 为屈服椭圆形状因子，代表横轴与竖轴的相对大小。

α 由下式计算得到

$$\alpha = 3k / \sqrt{9 - k^2} \quad (33)$$

式中， k 为压缩屈服应力比。

各向同性可压缩泡沫本构的流动势定义为

$$G = \sqrt{q^2 + \beta^2 p^2} \quad (34)$$

式中， β 表示在子午线平面内流动势椭圆的形状。

β 与塑性泊松比 ν_p 有关，两者存在以下关系

$$\beta = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1 - 2\nu_p}{1 + \nu_p}} \quad (35)$$

若已知塑性泊松比，则可通过关联流动法则确定出压缩屈服应力比

$$k = \sqrt{3(1 - 2\nu_p)} \quad (36)$$

文献[28]指出塑性泊松比与相对密度的关系为 $\nu_p = 0.2\bar{\rho}^{0.51}$ ，由此可计算出屈服应力比。根据表 1 中材料参数，可计算出泡沫材料的弹性模量。当相对密度低于 0.2 时，泡沫材料的弹性模量与相对密度呈如下关系^[29] $E_f \approx 0.32E_s\bar{\rho}$ ；相对密度高于 0.2 时，则有 $E_f = 0.32E_s(\bar{\rho}^2 + \bar{\rho})$ ^[30]。单轴压缩屈服应力和单轴压缩塑性应变绝对值的关系函数（硬化规律）采用 R-PH 模型。

泡沫铝有限元模型的单元尺度决定了模型较大，整体趋势与实验结果和细观模型仿真结果基本一致。在变形过程中逐层屈服的发展过程，计算结果曲线的平均载荷波动周期（单次波动对应的变形增量）随着模型的单元尺度的增大而增大，但对计算结果曲线影响不大^[31]。因此，本文取全局网格尺寸为 2 mm。

为验证有限元模型的正确性，采用与 Li 等^[4]相同的工况，仿真结果如图 9 所示。使用可压缩泡沫本构仿真得出的曲线除了起始端相差

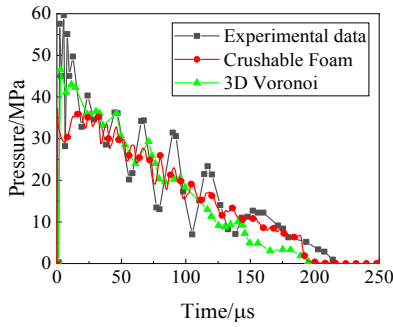


图9 仿真模型验证
Fig.9 FE model verification

2.3.2 讨论

图 10 展示了在自由边界下模拟正弦加速度时不同时刻梯度多孔杆中的纵向对数应变。在冲击过程中明显观察到波阵面的传播，这与理论中假设冲击波是一平面波相吻合。在冲击过程中，波阵面到背衬质量块处的对数应变几乎为 0，说明质量块与未压缩段的运动状态基本一致，进一步说明图 6 中将剩余多孔杆等效为质量块是合理的。

从有限元分析中提取波后应力，将其与理论值和设计值对比，如图 11 和图 12 所示，其中图 11 的仿真结果均由优化后的等效模型计算得到。图 11 中仿真值与理论值、设计值的趋势基本一致，说

明密度梯度设计策略对设计三角加速度波形是有效的。通过理论与仿真分析发现，优化后的等效模型对冲击时间的影响很小，对波形几乎没有影响。这是因为被优化部位的长度占总长度比值较小，同时说明了泡沫铝长度不影响波形。图 12 中，0 时刻附近的理论值与设计值存在差异，这是由于对撞击端的相对密度拟合效果不好导致的。理论值整体在设计值上下存在较为明显波动，可通过更好的拟合方式使 R^2 更接近 1 从而减小波动。仿真结果在设计值上下波动较大，但整体趋势与理论相同。这也就说明密度梯度设计策略对设计正弦加速度波形也是有效的。

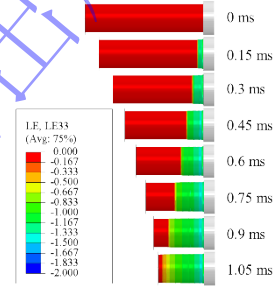


图 10 自由边界下模拟正弦加速度时不同时刻梯度多孔杆中的纵向对数应变

Fig.9 Longitudinal logarithmic strain in the graded porous rod at different time instances during simulated sinusoidal acceleration under free boundary conditions.

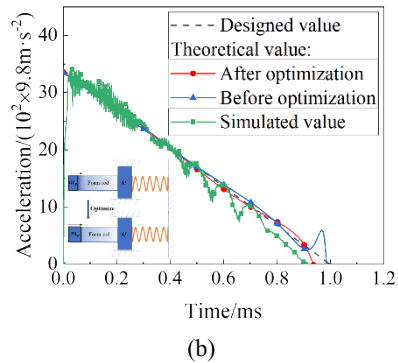
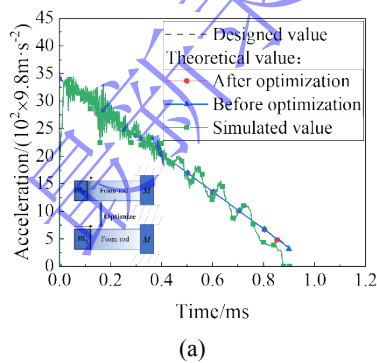


图 11 不同边界下模拟三角加速度的仿真值、理论值与设计值比较：(a)自由边界，(b)弹性边界

Fig.11 Comparison of simulated, theoretical, and design values for the simulated triangular acceleration under different boundary conditions: (a) free boundary; (b) elastic boundary

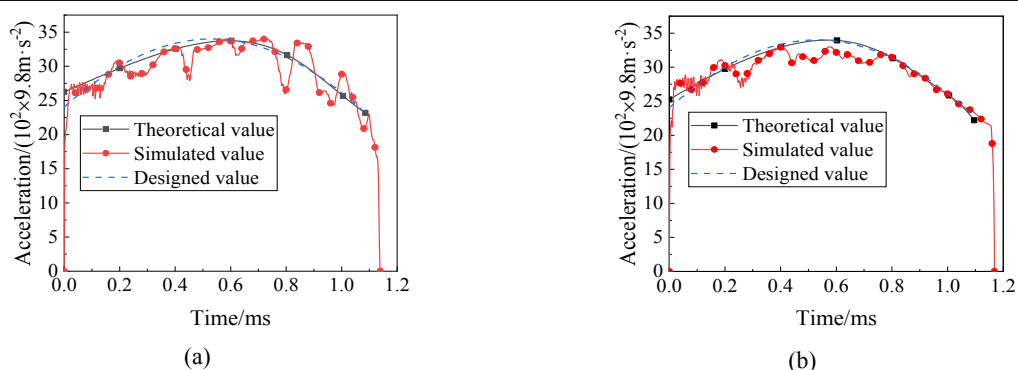


图 12 不同边界下模拟正弦加速度的仿真值、理论值与设计值比较: (a) 自由边界, (b) 弹性边界
Fig.12 Comparison of simulated, theoretical, and design values for the simulated sinusoidal acceleration under different boundary conditions: (a) free boundary; (b) elastic boundary

对比两种波形的模拟, 在相同分段数下, 使用可压缩泡沫本构仿真模拟简单波形的幅值和脉宽效果较好, 而模拟复杂波形的效果稍差。而仿真出现的较大波动可能是由于泡沫铝杆的分段数量较少, 相邻段之间的阻抗相差较大所导致的。若通过分段均匀的泡沫铝钎焊制成梯度泡沫铝杆, 那么就需要考虑分段数的问题。因为这种波动将影响波形的饱满度, 甚至会导致超出波形允差, 如图 13 所示。从图 13 中可看出, 分段数不影响波形, 但分段越多, 产生的波动越小。此外, 相同分段数下, 弹性边界下产生的波形整体波动比自由边界要小。

为了进一步讨论边界的影响, 将自由边界和弹性边界下的设计结果以及弹性边界下设计出的相对密度分布和等效模型代入到自由边界得到的结果进行比较(如图 14, 带圆点的红色线为在弹性边界下设计结果, 带三角形的蓝色线为依据设计值重新设计出的结果, 带正方形的绿色线为采用在弹性边界下设计出的相对密度分布和等效模型计算出的结果)。边界不影响设计结果, 但相同的等效模型在不同边界下冲击时间基本相同, 波形形状存在较大差异。这说明边界不影响冲击时间, 但会影响波形形状。

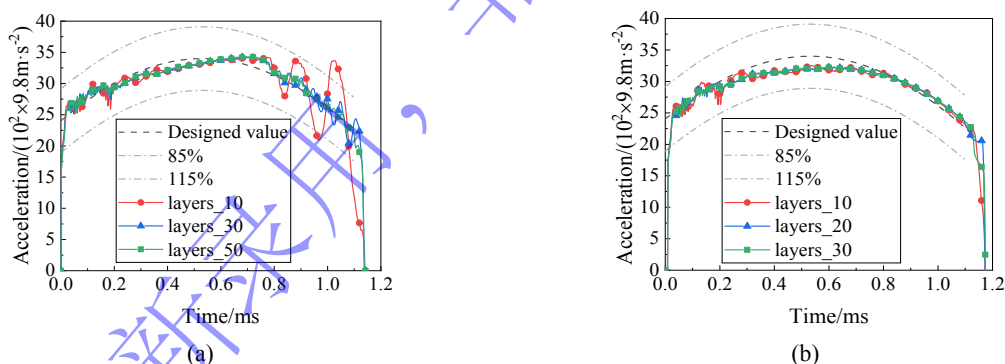


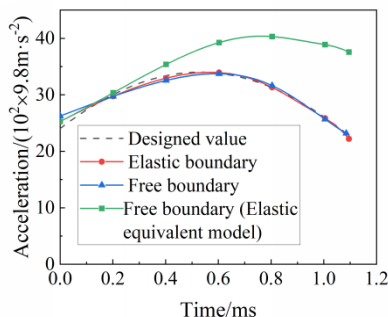
图 13 不同分层数的影响(黑色虚线为设计半正弦波, 灰色虚线表示波形允差): (a) 自由边界, (b) 弹性边界
Fig.13 Effects of the number of layers (The target half-sine wave and waveform tolerance are indicated by the black and gray dashed lines, respectively): (a) free boundary; (b) elastic boundary

通过比较自由边界和弹性边界反向设计同种加速度波形的相对密度分布(如图 8(a)-(d))发现: 在自由边界条件下实现正弦加速度波形更合理, 因为它需要的泡沫铝长度更短, 所需相对密度的范围更小, 也就意味着对于高幅值、宽脉宽的加速度波形在自由边界下模拟效果更好; 而实现三角加速度波形在弹性边界更为合理, 因为它可通过调节刚度系数来影响相对密

度, 使得设计出的相对密度不至于过小, 难以生产制造, 也就意味着对于低幅值加速度波形的模拟在弹性边界下更为合适, 同时弹性边界下可完整模拟整个波形。在自由边界下模拟三角加速度波形时, 波形越靠近零相对密度也越接近 0, 这将无法生产制造, 同时也会导致迭代过程中容易出现相对密度为负数的情况, 从而使得泡沫铝自由端和被撞质量块的相对速度

无法到零, 从理论上无法预测冲击时间。因此, 自由边界从理论上无法模拟完整三角波形或者说无法完整模拟任意到零或接近零的波形。

图 14 自由边界与弹性边界下模拟正弦加速度
Fig.14 Simulated sinusoidal acceleration under free and elastic boundary conditions



两种边界设计出的加速度波形基本一致, 说明无论在哪种边界, 通过本文的设计策略均能设计出相同的波形。同时结合三角和正弦加速度波形的设计算例, 验证了本文密度梯度设计策略的一般性。因此, 在本文提及的两种边界中, 密度梯度设计策略对于任意起始端非零加速度波形的设计是有效的, 且具有一般性。

3 结论

本文针对梯度泡沫金属在高冲击波形调控中的应用, 系统开展了在不同边界条件下的冲击波形发生理论建模与逆向梯度设计方法研究。基于质量与动量守恒定律, 分别构建了自由边界与弹性边界下梯度泡沫金属冲击波形发生的控制方程, 揭示了冲击波传播与泡沫金属密度梯度之间的耦合机制。在此基础上, 并提出了一种基于平均相对密度约束与高斯-牛顿迭代的密度梯度反向设计策略, 实现了从目标加速度波形到材料梯度分布的逆向求解。有限元仿真验证表明, 仿真得到的波形特征与理论值和设计值基本吻合, 在不同边界条件下, 所提方法均能有效生成目标加速度波形(如三角波与半正弦波)。

对比两种边界设计结果发现, 在自由边界下模拟低幅值或末端趋零的波形时, 理论设计中可能出现相对密度接近于零的区域, 给实际制造带来困难, 因此模拟高幅值、宽脉宽的加速度波形效果更好; 而弹性边界可通过刚度调节优化密度分布, 改善低幅值波形的可制造性。同时通过仿真分析了梯度泡沫金属在分段制备时, 若分段数量过少, 即相邻段阻抗差异过大, 会导致波形出现较大波动, 影响波形的饱满度与精度。此外, 还讨论了边界对波形的影响, 发现边界几乎不影响冲击时间, 但会导致波形形状发生改变。

本文提出的密度梯度反向设计策略具有通用性, 适用于不同边界条件和多种目标波形, 且设计过程不依赖于经验试错, 显著提高了设计效率与精度。该方法为高冲击量值波形的精准生成提供了理论依据与实用化设计工具, 可用于航空安全测试、冲击防护装备等领域的梯度泡沫材料定制化开发。

参考文献

- [1] ED-112. Minimum operational performance specification for crash protected airborne recorder systems: [S]. Malakoff: European Organization for Civil Aviation Equipment, 2013.
- [2] 赵清洲, 闫宝祝, 冯小军, 等. 民用飞机飞行记录系统: “黑匣子” [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2019.
ZHAO Q Z, YAN B Z, FENG X J, et al. Civil aircraft flight recording system: the “black box” [M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2019.
- [3] RADFORD D D, DESHPANDE V S, FLECK N A. The use of metal foam projectiles to simulate shock loading on a structure [J]. International Journal of Impact Engineering, 2005, 31(9): 1152-1171.
- [4] LI L, HAN B, HE S Y, et al. Shock loading simulation using density-graded metallic foam projectiles [J]. Materials & Design, 2019, 164: 107546.

- [5] LIU X F, WANG Y R, HE X M, et al. Deformation failure mechanism and constitutive model of gradient aluminum foam under impact loading [J]. *Composite Structures*, 2024, 327: 117684.
- [6] CHANG B X, ZHENG Z J, ZHANG Y R, et al. Crashworthiness design of graded cellular materials: experimental verification of the backward design strategy [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2023, 171: 104366.
- [7] 杨东, 郭民, 牛宇浩, 等. 高能量冲击环境试验研究 [J]. *机械科学与技术*, 2000, 19: 7-8.
YANG D, GUO M, NIU Y H, et al. Experimental study on high-energy impact environment [J]. *Mechanical Science and Technology*, 2000, 19: 7-8.
- [8] 钞红晓, 刘奇涛, 黄宏胜. 高效宽脉冲强冲击试验与测试技术 [M]. 北京: 科学出版社, 2024.
CHAO H X, LIU Q T, HUANG H S. High-efficiency wide-pulse strong impact testing and measurement technology [M]. Beijing: Science Press, 2024.
- [9] BAILEY T. Flight data recorders: built to survive [EB/OL]. (2006-1) [2026-1-27]<https://aea.net/AvionicsNews/ANArchives/FlightDataRecordersJan06.pdf>.
- [10] ISLAM M A, BROWN A D, HAZELL P J, et al. Mechanical response and dynamic deformation mechanisms of closed-cell aluminium alloy foams under dynamic loading [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2018, 114: 111–122.
- [11] REID S R, PENG C. Dynamic uniaxial crushing of wood [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1997, 19(5-6): 531-570.
- [12] ZHENG Z J, WANG C F, YU J L, et al. Dynamic stress–strain states for metal foams using a 3D cellular model [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2014, 72: 93-114.
- [13] WANG P F, XU S L, LI Z B. Experimental investigation on the strain-rate effect and inertia effect of closed-cell aluminum foam subjected to dynamic loading [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, 620: 253-261.
- [14] TAN P J, REID S R, HARRIGAN J J, et al. Dynamic compressive strength properties of aluminium foams. Part I—experimental data and observations [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, 53(10): 2174-2205.
- [15] DESHPANDE V S, FLECK N A. High strain rate compressive behaviour of aluminium alloy foams [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2000, 24(3): 277-298.
- [16] LOPATNIKOV S L, GAMA B A, HAQUE M J, et al. Dynamics of metal foam deformation during Taylor cylinder–Hopkinson bar impact experiment [J]. *Composite Structures*, 2003, 61(1-2): 61-71.
- [17] PATTOFATTO S, ELNASRI I, ZHAO H, et al. Shock enhancement of cellular structures under impact loading: Part II analysis [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007, 55(12): 2672-2686.
- [18] BARNES A T, RAVI-CHANDAR K, KYRIAKIDES S, et al. Dynamic crushing of aluminum foams: Part I—Experiments [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2014, 51(9): 1631-1645.
- [19] LIU J G, HOU B, LU F Y, et al. A theoretical study of shock front propagation in the density graded cellular rods [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 80: 133-142.
- [20] YANG J, WANG S L, DING Y Y, et al. Crashworthiness of graded cellular materials: A design strategy based on a nonlinear plastic shock model [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2017, 680: 411-420.
- [21] ZHANG Y R, ZHU Y D, CHANG B X, et al. Blast-loading simulators: multiscale design of graded cellular projectiles considering projectile–beam coupling effect [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2023, 180: 105402.
- [22] GUPTA V, KIDANE A. Designing density-graded cellular materials for tailored constitutive response [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2024, 287: 111793.
- [23] VIJENDRA G, ADDIS K, MICHAEL S. Dynamic characteristics of density-graded cellular materials for impact mitigation [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2024, 296: 112816.
- [24] 谭华. 实验冲击波物理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2018.
TAN H. Experimental shockwave physics [M]. Beijing: Defense Industry Press, 2018.
- [25] TRUNIN R F. Shock compression of condensed materials [M]. London: Cambridge University Press, 1998.
- [26] HE S Y, LV Y N, CHEN S T, et al. Gradient regulation and compressive properties of density-graded aluminum foam [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, 772: 138658.
- [27] DESHPANDE V S, FLECK N A. Isotropic constitutive models for metallic foams [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(6-

- 7): 1253-1283.
- [28] ZHANG Y, HE S Y, LIU J G, et al. Density gradient tailoring of aluminum foam-filled tube [J]. *Composite Structures*, 2019, 220: 451-459.
- [29] GIBSON L J. Mechanical behavior of metallic foams [J]. *Annual Review of Materials Science*, 2000, 30(1): 191-227.
- [30] SIMONE A E, Gibson L J. Effects of solid distribution on the stiffness and strength of metallic foams [J]. *Acta Materialia*, 1998, 46(6): 2139-2150.
- [31] 吕振华, 孙靖譔. 轴向变密度铝泡沫件的动态和静态压缩实验与有限元模拟分析 [J]. *清华大学学报 (自然科学版)*, 2017, 57(07): 753-762.
- LV Z H, SUN J X. Dynamic and static compression experiments and finite element simulation analysis of axially varying density aluminum foam components [J]. *Tsinghua Science and Technology*, 2017, 57(07): 753-762.

Inverse Design and Boundary Effects in Impact Waveform Control of Graded Foam Metals

YIN Jiangnan^{1, 2, 3}, YANG Qiang⁴, GAO Jinling^{1, 2, 3}, LIU Xiaochuan⁴, LIU Jiagui^{1, 2, 3}, LU Tianjian^{1, 2, 3}

- (1. *College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, Jiangsu, China;*
2. *MIIT Key Laboratory of Multifunctional Lightweight Materials and Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, Jiangsu, China;*
3. *National Key Laboratory of Aerospace Structural Mechanics and Control, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, Jiangsu, China;*
4. *National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity, China Institute of Aircraft Strength, Xi'an 710065, Shaanxi, China)*

Abstract: To achieve precise generation of high-impact waveforms for applications such as aviation safety testing, this paper investigates the mechanism for controlling impact waveforms in graded foam metals under different boundary conditions. Based on the laws of mass and momentum conservation, a theoretical model for impact waveform generation in graded foam metals under free and elastic boundaries is established. Furthermore, an inverse design method for density gradients is proposed, which integrates average relative density constraints with the Gauss-Newton iteration method, enabling the inverse solution from a target acceleration waveform to the corresponding material density distribution. Finite element results demonstrate that this method effectively generates target waveforms, such as triangular and half-sine waves, under various boundary conditions. The study also reveals that: the free boundary is more suitable for simulating high-amplitude, wide-pulse waveforms, while the elastic boundary can improve the feasibility of low-amplitude waveforms through stiffness regulation. Although the boundary condition does not affect the impact duration, it significantly influences the waveform shape. In addition, excessive impedance mismatch between adjacent segments can lead to increased waveform fluctuations, thereby compromising waveform generation accuracy. The proposed density gradient inverse design strategy demonstrates general applicability, providing both a theoretical support and a practical design tool for the independent development of high-impact testing technologies.

Keywords: waveform control; graded foam metal; density gradient design; boundary; high-impact amplitude